

Laboratorio 1b

Ezequiel Cabrera

Introducción:

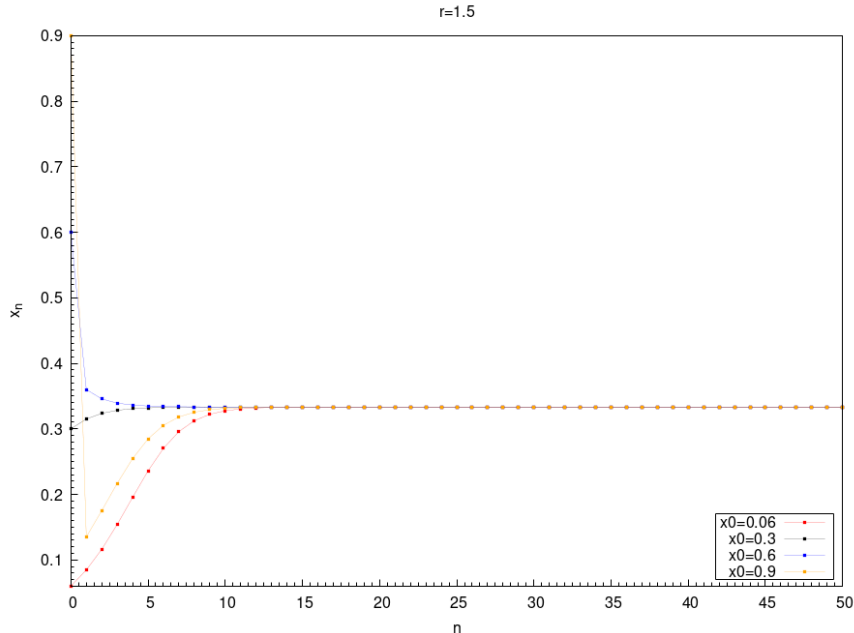
Caos se denomina al comportamiento aperiódico que se da en sistemas dinámicos no lineales, los cuales son altamente sensibles a las condiciones iniciales. Este tipo de comportamiento se observa en astronomía, fenómenos climáticos, fluidos con convección, circuitos electrónicos, reacciones químicas, entre otros.

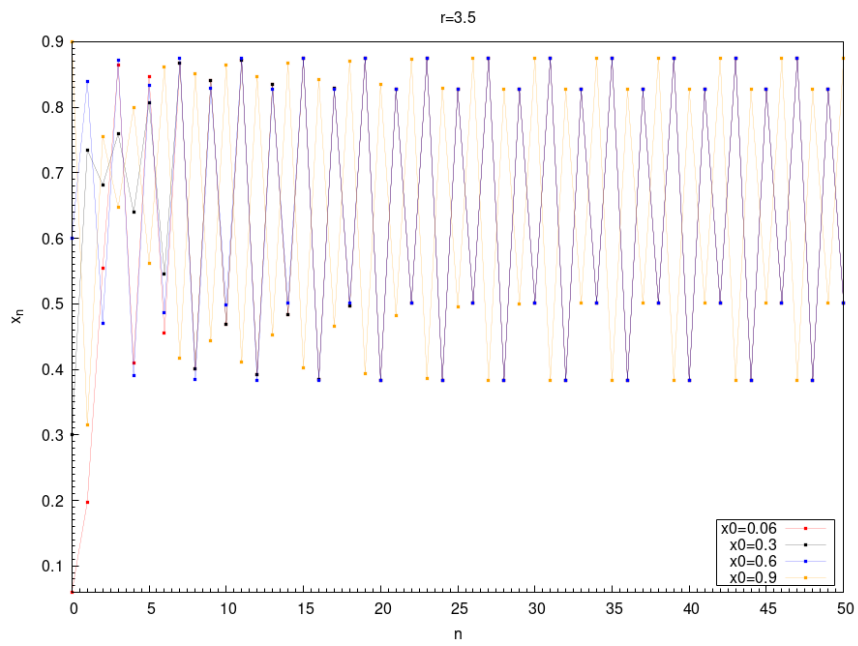
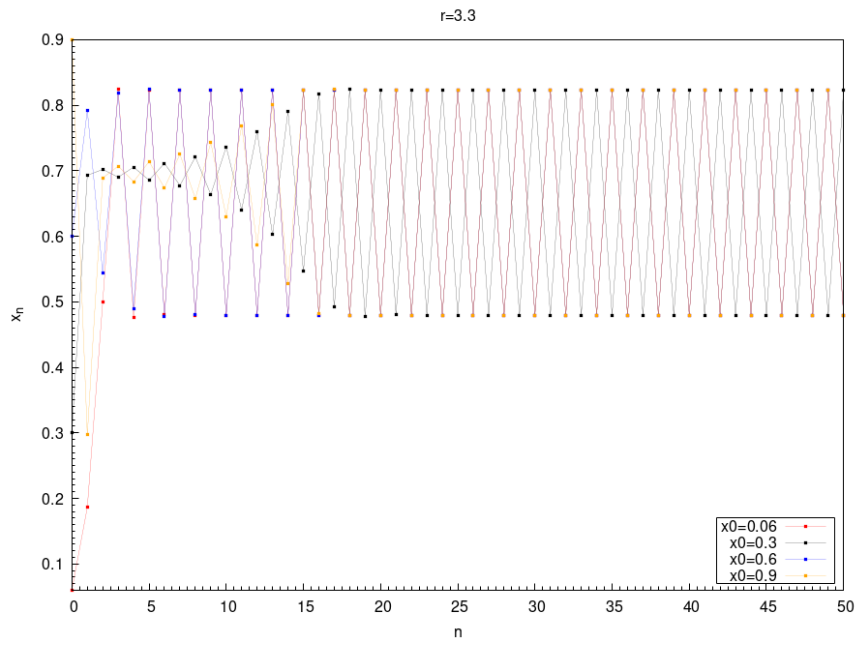
Si bien no existe un consenso sobre la definición formal del caos, si existen aspectos en común que comparte todo sistema caótico, como la llamada bifurcación o duplicación del periodo. En este laboratorio se estudiará el comportamiento caótico de un sistema de crecimiento logístico y de un péndulo doble.

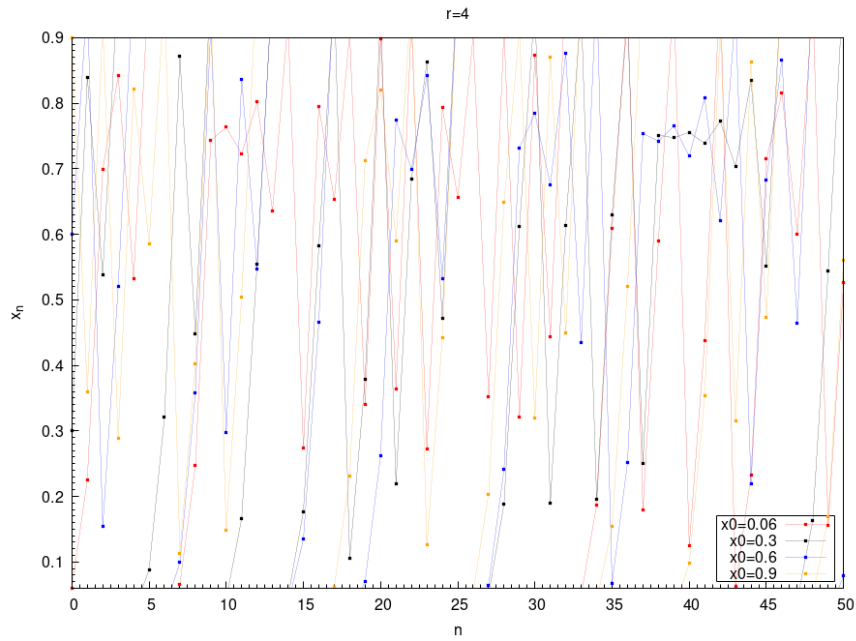
Resultados:

4. Sistema caótico: $x_{n+1} = r \cdot x_n \cdot (1 - x_n)$

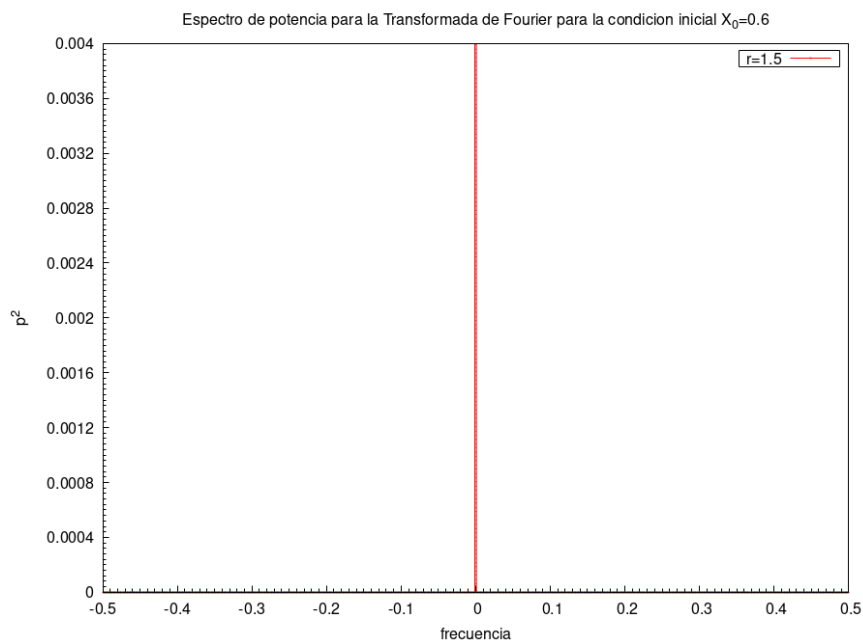
a. Trayectorias x_n vs n para los primeros 50 pasos de iteración.

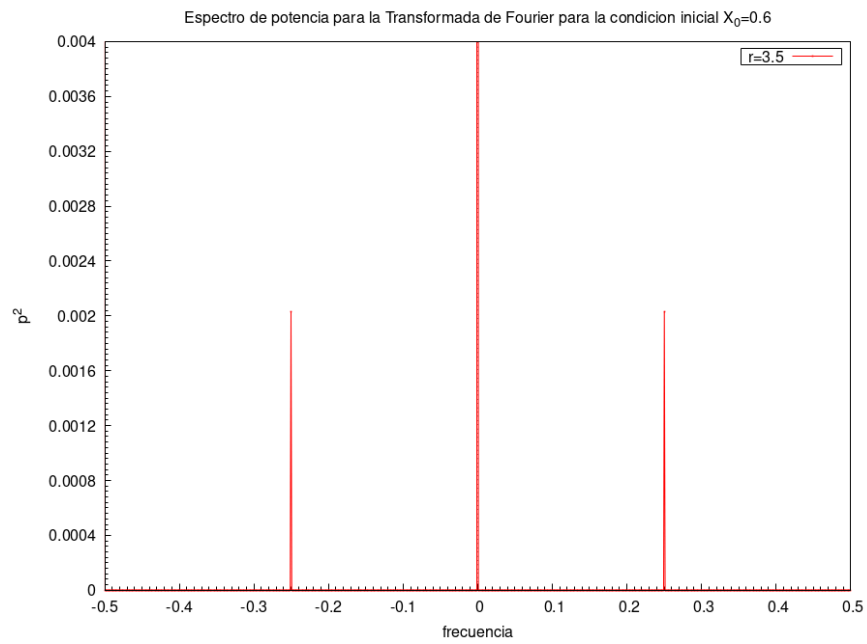
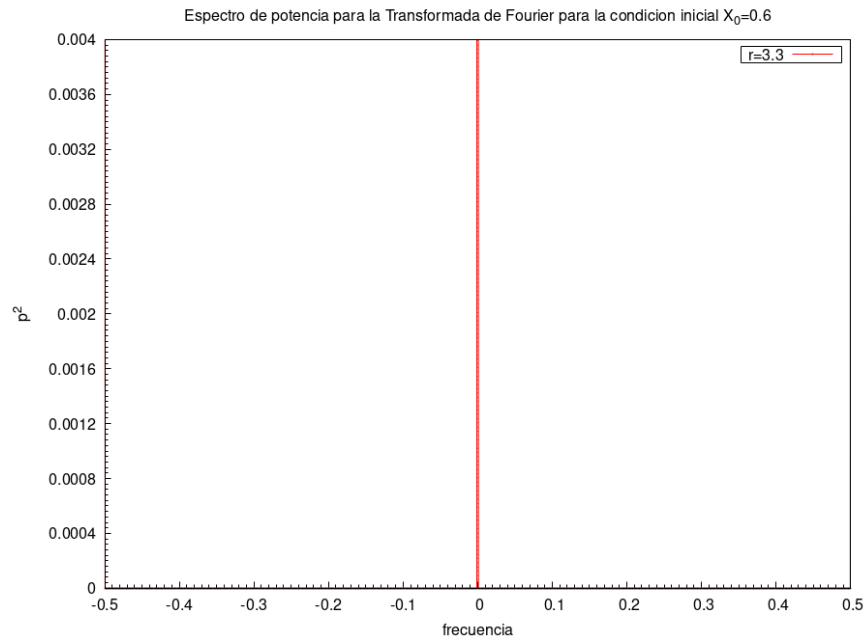


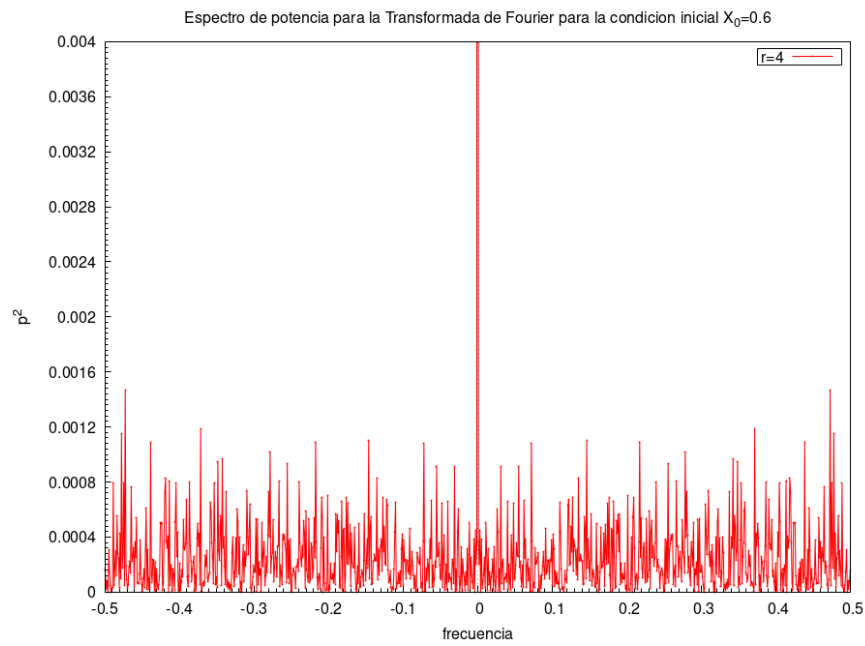
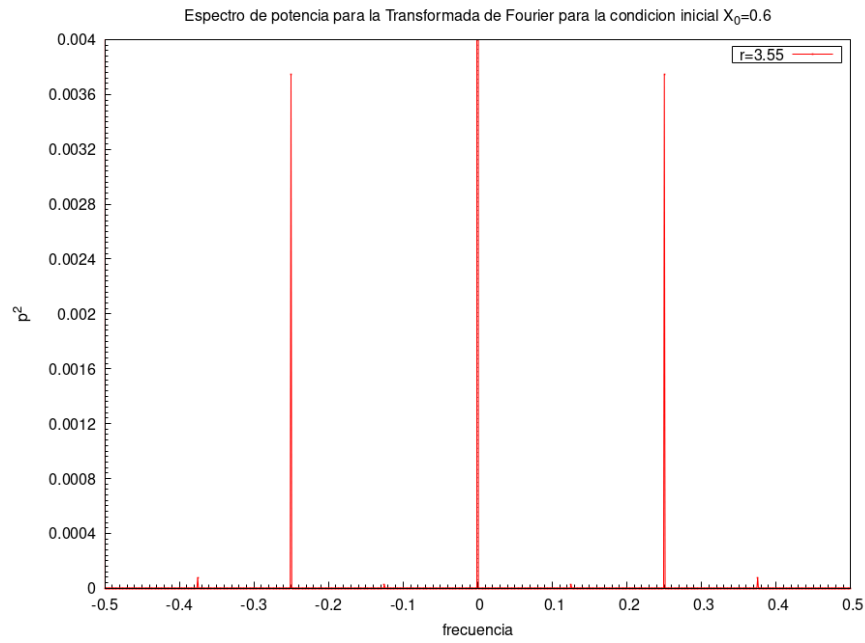




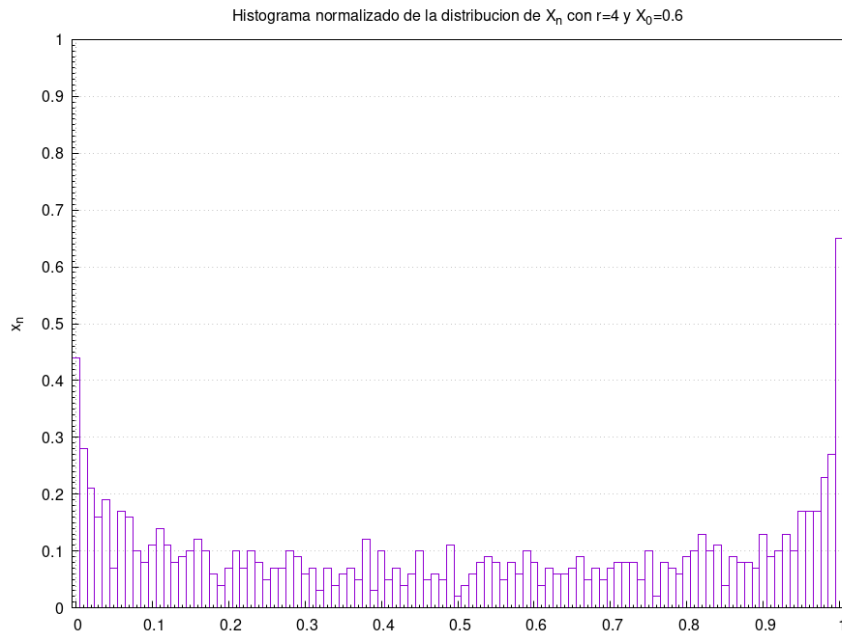
b. Espectro de potencias para $x_0 = 0.6$ a diferentes r con 100 pasos descartando el transitorio



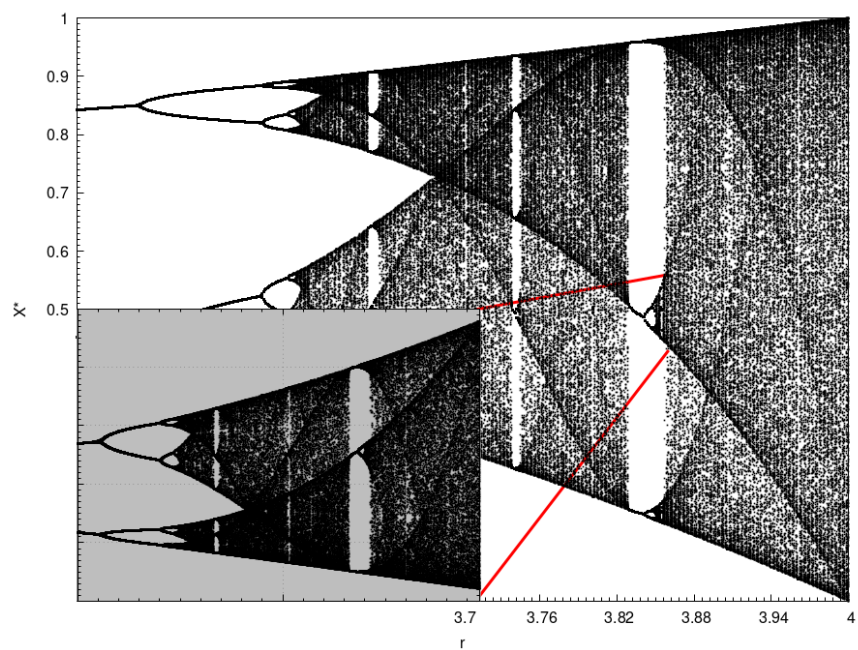
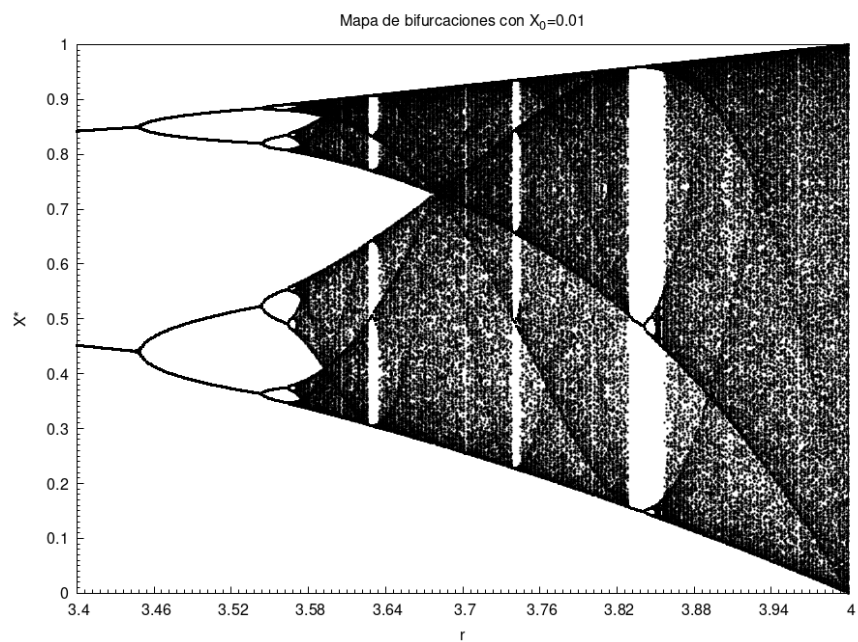


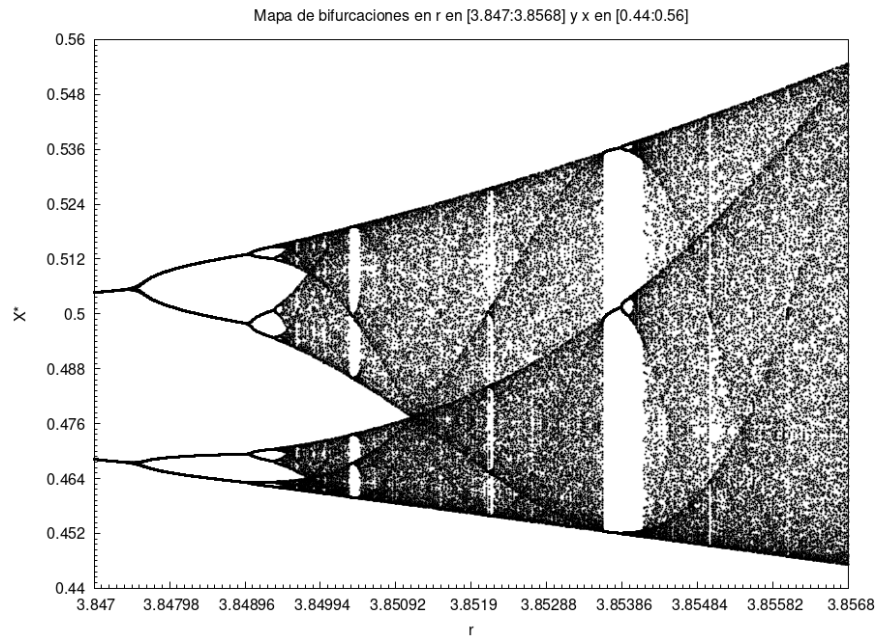


- c.** Histograma normalizado de $x_0 = 0.6$, $r = 4$ para 1000 pasos sin transitorio

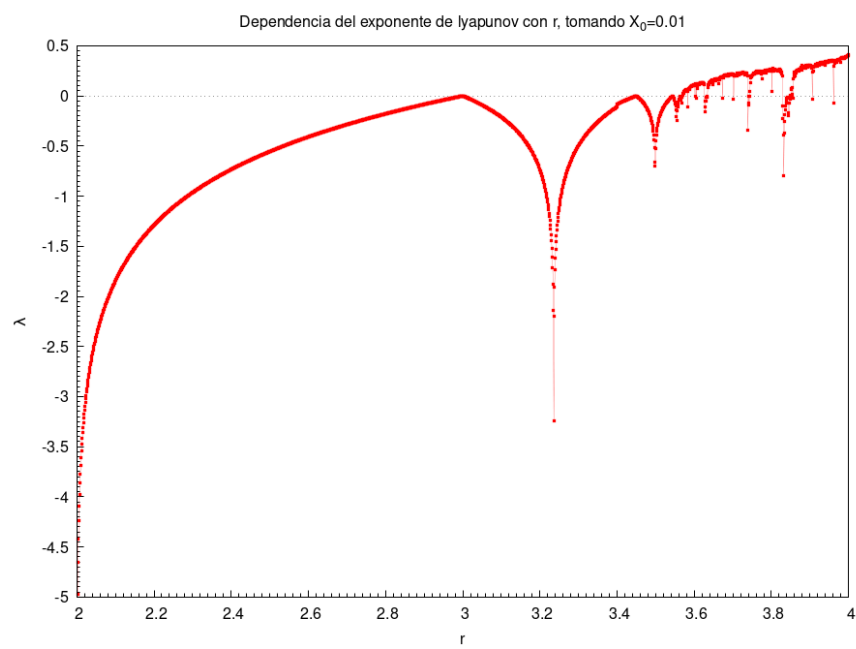


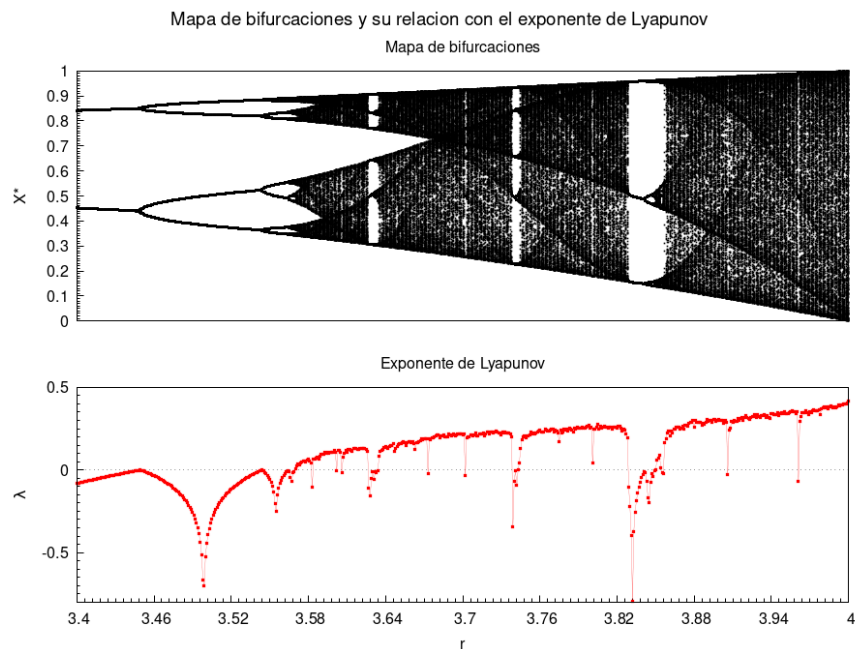
- d.** Mapa de bifurcaciones para el parámetro inicial $x_0 = 0.01$ Graficando 1000 puntos posteriores al transitorio. Se dispone de un acercamiento a una de las ramas en un lapso de estabilidad.





e. Exponente de Lyapunov y su relación con el mapeo de Bifurcaciones





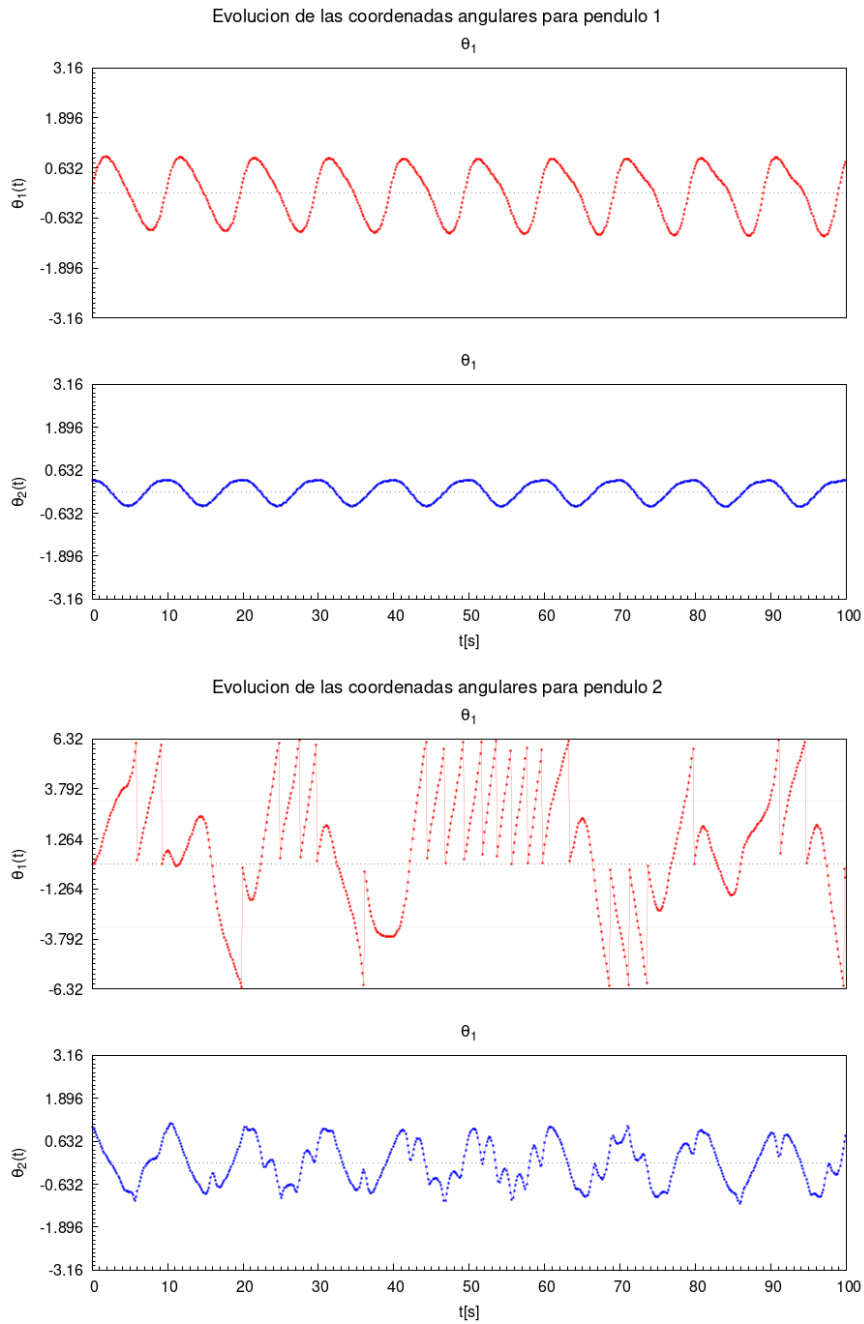
Conclusión:

Se pudo apreciar el comportamiento hacia el caos de la ecuación logística, observando que este depende del parámetro r , siempre y cuando la condición inicial se encuentre dentro del radio de convergencia. Se aprecia que la conducta convergente se pierde completamente ya para $r=4$ y la evolución de X ya no converge a ningún punto en particular, esto se contrasta también en el espectro de frecuencia, donde ya no se aprecia ningún pico singular, sino que el sistema abarca todo el rango de frecuencias.

A través de la gráfica del exponente de Lyapunov y del mapa de bifurcaciones se puede ver que el punto de convergencia se duplica cuando el exponente de Lyapunov se anula y el sistema entra en un margen caótico cuando el exponente es positivo, mientras que es convergente cuando el exponente es negativo.

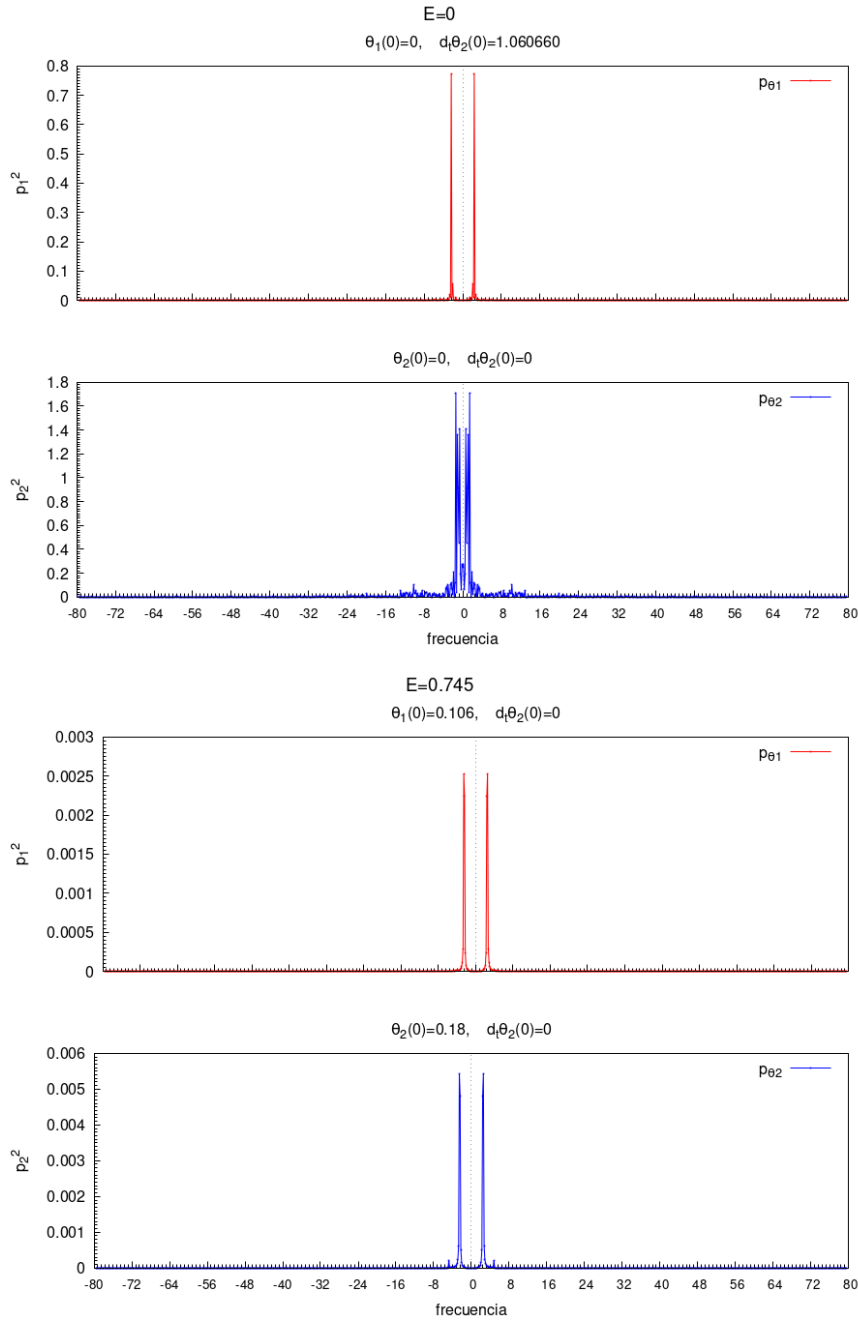
3. Oscilador armónico: Péndulo doble

- a. Evolución temporal de las coordenadas angulares, para el péndulo 1 se le corresponde una energía de $E = -0.6m_1l_1^2\text{seg}^{-2}$, mientras que para el péndulo 2: $E = 0$. Las relaciones entre las masas y las longitudes se dispusieron tal como se designa en la guía de laboratorio. Adicionalmente, en los archivos entregados, se encuentra una animación para visualizar el movimiento de ambos péndulos (pend0.gif y pend1.gif correspondientemente).

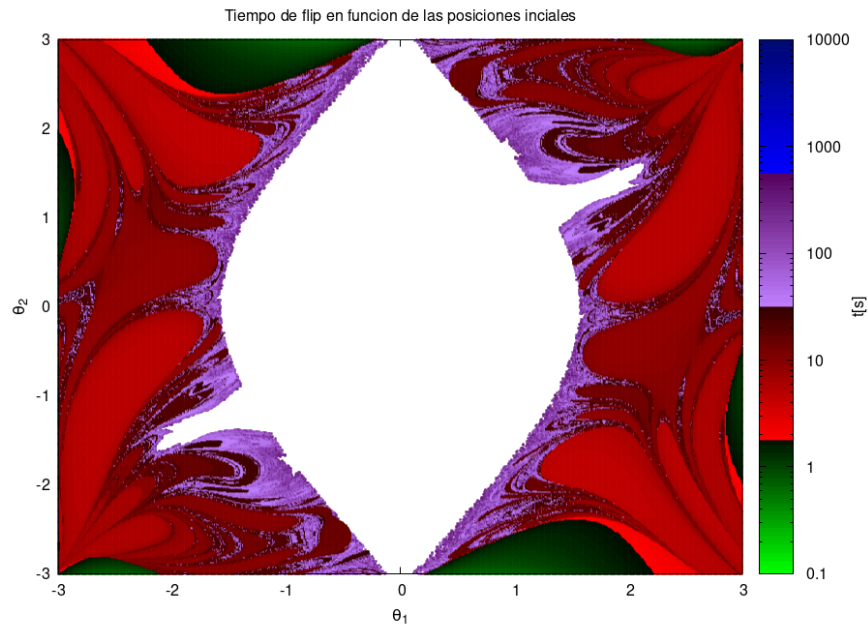


- c.** Espectro de potencias para la transformada de Fourier de la evolución temporal de las coordenadas angulares para un péndulo con energía

$$E = 0 \text{ y otro con } E = -0.745m_1l_1^2.$$



- d. Tiempo que tarda alguna de las dos masas en realizar un giro en función de las condiciones iniciales, partiendo ambas del reposo. Las cualidades del péndulo se cambiaron para que ambas masas y longitudes sean las mismas, mientras que la relación entre la gravedad g y la longitud de l_1 sea de 1:1. El gráfico se realizó hasta un tiempo de espera máximo de 360s debido al alto tiempo de compu del problema, considerando un $h_t = 0.015s$



Conclusión

Se pudo estudiar la sensibilidad de la dinámica del doble péndulo a las condiciones iniciales, viendo que el comportamiento caótico se manifiesta en este caso para el péndulo con energía nula. En cuanto al fractal del punto d), si bien se consiguió la figura deseada, se tuvo que reducir el tiempo de espera máximo a 360 segundos, dado que si se deseaba ampliar el tiempo de tolerancia a 10000 segundos manteniendo el paso de 0.015 s se pasaba de 24000 pasos de iteración a más de medio millón, incrementando drásticamente el tiempo de cómputo. Este problema se podía solucionar reduciendo el paso a 0.4 s para mantener los 24000 pasos; sin embargo, el gráfico resultante se deformaba completamente y se alejaba mucho del resultado esperado. Por lo que la naturaleza del sistema hace necesario un h del orden de $10^{-2} s$ o menor para obtener los resultados deseados, siendo el tiempo máximo la variable modificable para reducir el tiempo de cómputo.

En relación con las figuras de Poincare, si bien se implementó parte del código necesario, no se dispuso del tiempo para analizar los resultados y realizar las gráficas correspondientes.