

**Universidad de Puerto Rico
Recinto Universitario de Mayagüez
Departamento de Física**

El Circuito RC

Laboratorio de Física II

FISI 3174 Sección: 100

Instructor: Fabián Blanco Sierra

Fecha: 13 de marzo de 2013, miércoles

Título: El Circuito RC

Autores:

Brenda I. López Rivera

Iván Nevares

Carlos A. Benítez Monllor

Resumen:

En el siguiente laboratorio titulado: El Circuito RC, determinaremos la ecuación matemática que describe el comportamiento temporal del voltaje en el capacitor de un circuito RC. Determinamos la vida media de voltaje de un circuito RC. Demostramos como es cargado un conductor y a su misma vez como se descarga un conductor experimentalmente. Experimentalmente se puede demostrar que los conductores no se cargan ni se descargan rápidamente. El factor tiempo nos ayudó a entender esto, ya que este está expresado en forma exponencial en las ecuaciones de carga y descarga de un conductor. Finalmente ya armado el circuito y conectado a la computadora (programa data estudio), obtuvimos una gráfica de V vs. t , donde cargamos y descargamos el capacitor y respectivamente buscamos el punto medio en donde se conectaban para hallar nuestros datos y proceder con nuestros cálculos.

Introducción:

Hemos ya analizado lo que es un capacitor en un circuito que consistía únicamente de una fuente de energía (batería) conectados de diversas formas (series, paralelo, combinaciones de ambos) Incluso hemos analizado lo que es una resistencia también en un circuito y con su fuente de energía conectados de diversas formas (series, paralelo, combinaciones de ambos). Pero nunca nos hemos preguntado qué sucedería si conectamos un capacitor y una resistencia con una batería en serie o en paralelo. Este experimento nos dejara poder contestar esta pregunta. Un circuito RC tiene muchas funciones en nuestro diario vivir, por ejemplo, los automóviles vienen equipados con los “Wipers” en la cual pueden ser usados de forma intermitente durante una lluvia. En este modo de operación los “Wipers” permanecen apagados durante un rato y luego se encienden brevemente. La duración del ciclo encendido/apagado es determinada por la constante del tiempo de una combinación resistor-capacitor.

Materiales Utilizados:

- Batería AA
- Circuito RC (2 resistencias y 1 capacitor)
- Programa Data Studio
- Sensor de voltaje

Procedimiento:

I. Cargando el circuito RC

1. Arme el circuito que aparece en la Figura 1 usando dos resistencias y un capacitor.

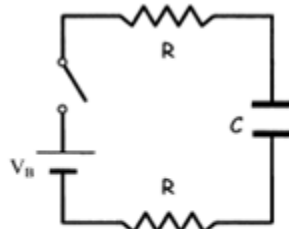


Figura 1

2. Conecte el sensor de voltaje como mostrado en la Figura 2, incluso conéctelo al USB Link en la cual esto debe estar conectado a unos de los puertos de la computadora.

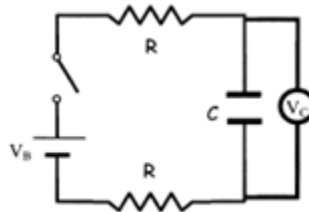


Figura 2

3. Corra Data Studio y seleccione "Create Experiment", aparecerá una ventana con titulo "Digits 1" descártela, luego en la izquierda de la pantalla en el menú de "displays" seleccione "Graph". Aparecerá: *Please Choose Data source*, escoja voltaje. Aparecerá una gráfica de voltaje contra tiempo.
4. Presione "Start" y el interruptor simultáneamente para la toma de datos por un minuto y luego "Stop" para detener. (Presione el icono de ajuste de escala extrema izquierda para ver mejor la gráfica).
5. Haga un ajuste a los datos usando la opción *Fit*, incluso presione *Curve Fit* del menú principal, esto les dará una ecuación matemática anótela. Tengan en cuenta que la computadora produce un coeficiente cuyo símbolo es C, para evitar confusión utilizaremos "C" para la capacitancia. Conteste las preguntas provistas.

II. Descargando el Circuito RC

1. Arme el circuito que aparece en la Figura 3 usando dos resistencias y un capacitor.

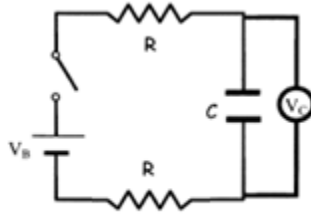


Figura 3

2. Cierre y Corra nuevamente el programa “Data Studio” y Seleccione “Create Experiment”, aparecerá una ventana con título “Digits 1”, descártela.
3. En la izquierda de la pantalla en el menú de “displays” seleccione “Graph”. Aparecera: *Please Choose Data Source*. Escoja voltaje, aparecerá una ventana de voltaje contra tiempo.
4. Presiona el interruptor y espere unos 5 segundos. Luego suelte el interruptor y presione “Start” simultáneamente (Tome los datos por 1 minutos). El voltaje de la gráfica debe disminuir en función del tiempo. Presione “Stop” para detener la toma de datos. Nuevamente como antes mencionado ajusta la escala.
5. Haga un ajuste a los datos usando “Natural Exponent Fit”, incluso seleccione la opción *Curve Fit*. Conteste las preguntas provistas.

Datos y Resultados:

I. Cargando el Circuito RC:

(Pregunta #7) Haga un ajuste a los datos usando la opción *Fit*. ¿Cuál función se ajusta mejor a los datos experimentales?

“Inverse Exponent Fit”

(Pregunta #8) Seleccione la opción *Curve Fit* del menú principal y escriba la ecuación matemática en el espacio que se provee.

$$A*(1-e^{-Cx}) + B$$

(Pregunta #9) ¿Qué tipo de comportamiento es el descrito por la ecuación anterior?

Exponencial Creciente

(Pregunta #10) Escriba la expresión para el voltaje a través del capacitor usando la ecuación de la pregunta #8 y reemplazando x por t :

$$V = A*(1-e^{-Ct}) + B$$

(Pregunta #11) Estudiemos ahora el coeficiente C del ajuste. Anote su valor:

$$C = 0.0314$$

La combinación Ct debe ser un número sin unidades. ¿Cuál debe ser la unidad de C ?

$$1/\text{sec}$$

(Pregunta #12) Podemos entonces definir la cantidad:

$$\tau = 1/C \text{ lo que implica que } C = 1/\tau$$

(Pregunta #13) Escriba la ecuación de voltaje (de la pregunta #10) en términos de τ :

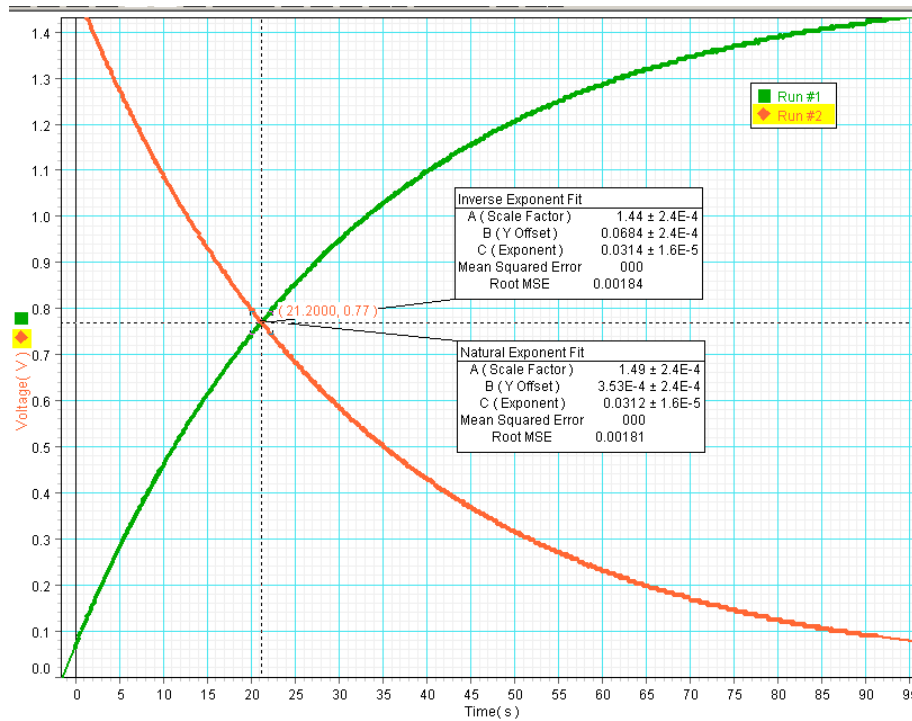
$$V = A*(1-e^{-(t/\tau)}) + B$$

(Pregunta #14) ¿Cuál es el valor de τ ?

$$\tau_1 = 1/C = (1/0.0314) = 31.85 \text{ sec}$$

A τ_1 se le llama la constante de tiempo.

(Grafica #1) Run #1



(Pregunta #15) Mida los valores de **R** y **C**:

$$R = 13,500 \, \Omega + 15,000 \, \Omega = 28,500 \, \Omega = 28.5 \, \text{k}\Omega$$

$$C = 0.001 \, \text{F} = 1000 \, \mu\text{F}$$

(Pregunta #16) Determine el valor del producto **RC**:

$$RC = (28,500 \, \Omega) (0.001 \, \text{F}) = 28.3 \, \text{sec}$$

(Pregunta #17) Determine las unidades del producto **RC**:

$$RC = (\Omega \cdot \text{F}) = (\text{V/A}) \cdot (\text{C/V}) = (\text{C/A}) = (\text{C}/(\text{C/sec})) = \text{sec}$$

(Pregunta #18) ¿Cómo comparan las unidades de τ_1 y del producto **RC**?

◇ Iguales ◇ Diferentes

(Pregunta #19) ¿Cómo comparan los valores de τ_1 y del producto **RC**?

◇ Parecidos ◇ Diferentes

II. Descargando el Circuito RC:

(Pregunta #25) Haga un ajuste a los datos usando la opción *Fit*. ¿Cuál función se ajusta mejor a los datos experimentales?

“Natural Exponent Fit”

(Pregunta #26) Seleccione la opción *Curve Fit* del menú principal y escriba la ecuación matemática en el espacio que se provee.

$$A * e^{-cx} + B$$

(Pregunta #27) ¿Qué tipo de comportamiento es el descrito por la ecuación anterior?

Exponencial Decreciente

(Pregunta #28) Escriba la expresión para el voltaje a través del capacitor usando la ecuación de la pregunta #26 y reemplazando x por t :

$$V = A * e^{-ct} + B$$

(Pregunta #29) Estudiemos nuevamente el coeficiente C del ajuste. Anote su valor:

$$C = 0.0312$$

Como mencionamos anteriormente el producto Ct debe ser un número sin dimensiones (unidades). ¿Cuál debe ser la unidad de C ?

$$1/\text{sec}$$

(Pregunta #30) Podemos entonces definir, como hicimos anteriormente la cantidad:

$$\tau = 1/C \text{ lo que implica que } C = 1/\tau$$

(Pregunta #31) Escriba la ecuación de voltaje (de la pregunta #28) en términos de τ :

$$V = A * e^{-(t/\tau)} + B$$

(Pregunta #32) ¿Cuál es el valor de τ en esta parte II?

$$\tau_2 = 1/C = (1/0.0312) = 32.05 \text{ sec}$$

¿Cómo compara este valor con el obtenido en la parte I?

◇ Parecidos

◇ Diferentes

Calcule el por ciento de diferencia entre τ_1 y τ_2 :

$$\%D = (\tau_1 - \tau_2 / \tau_1) = 0.6 \%$$

(Pregunta #33) ¿Cómo comparan las unidades de τ_2 del producto **RC**?

◇ Igual

◇ Diferentes

(Pregunta #34) ¿Cómo comparan los valores de τ_2 y del producto **RC**?

◇ Parecidos

◇ Diferentes

(Pregunta #35) Vamos a ver si existe conexión entre τ y **RC**. Aplicando la Ley de voltajes de Kirchhoff a la malla que contiene el resistor y el capacitor cargado inicialmente se encuentra que el voltaje a través del capacitor esta descrito por:

$$(dV/dt) + (1/RC)*V = 0$$

Escriba la ecuación de la pregunta #31, descartando la constante B:

$$V = A * e^{-(t/\tau)}$$

(Pregunta #36) Tome la derivada del voltaje respecto del tiempo:

$$dV/dt = A(-(1/\tau)e^{-t/\tau})$$

(Pregunta #37) Reemplace V y su derivada en la ecuación del paso 35 y simplifique:

$$(dV/dt) + (1/RC)*V = 0$$

$$(A(-(1/\tau)e^{-t/\tau})) + (A(e^{-t/\tau}))/RC = 0$$

(Pregunta #38) ¿Qué relación debe existir entre τ y **RC** para que la ecuación sea válida?

$$\tau = RC$$

(Pregunta #39) Así que hemos encontrado que la constante de tiempo es igual al producto de la resistencia y la capacitancia del circuito **RC**. Calcule el por ciento de diferencia de τ respecto al valor de **RC** (calculado en el paso 16):

$$\%D = (\tau_1 - RC / \tau_1) = 11.1 \%$$

(Pregunta #40) Calcule el por ciento de diferencia de τ_2 respecto al valor de **RC** (calculado en el paso 16):

$$\%D = (\tau_2 - RC / \tau_2) = 11.7 \%$$

(Pregunta #41) Determinemos ahora la “vida media” del voltaje ($T_{1/2}$), que es el tiempo que tarda el voltaje en reducirse a la mitad de su valor máximo. Este se calcula usando la expresión:

$$T_{1/2} = \ln(2) \tau = 0.693 \tau$$

Usando la gráfica de descarga del circuito, determine este valor. Para hacer esto seleccione el icono de estadísticas de la barra de iconos de la gráfica. Este icono tiene el símbolo E. Aparecerán tres cantidades: Min., Max. y Mean. Anote el valor máximo:

$$\text{Max} = 1.54 \text{ V}$$

Divida este valor por dos (2) para determinar el valor de voltaje $V_{1/2}$ que tiene el circuito cuando $t = T_{1/2}$:

$$V_{1/2} = \text{Max}/2 = 0.77 \text{ V}$$

Ahora determinaremos en la gráfica el valor de t donde $V = V_{1/2}$. Seleccione el icono Smart Tool de la barra de iconos de la gráfica (el sexto icono de izquierda a derecha). Aparecerá una línea entrecortada vertical y otra horizontal que se cruzan en el centro de la gráfica. Llamaremos a esto la "mira". Aparecen también las coordenadas del punto donde se cruzan las líneas. El primer número de la coordenada de tiempo en el punto, el segundo el voltaje. Mueva el centro de la mira sobre la curva de datos hasta encontrar el valor de t que corresponde al valor de voltaje determinado arriba ($V_{1/2}$):

$$T_{1/2}^G = 21.2 \text{ sec}$$

Este es el valor de ‘vida media’ del voltaje medido en la gráfica.

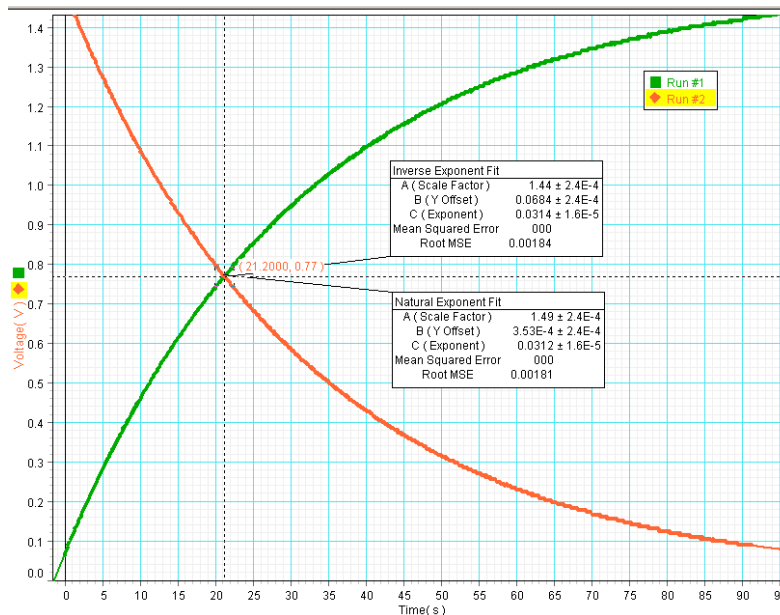
(Pregunta #42) Determine $T_{1/2}$ usando el valor de τ_2 :

$$T_{1/2}^G = \ln(2) \tau_2 = 22.2 \text{ sec}$$

(Pregunta #43) Calcule el por ciento de diferencia entre los valores de “vida media” de voltaje:

$$\%D = (V_E - V_T / V_E) = 4.7\%$$

(Grafica #2) Run #2



Discusión:

Comenzamos el experimento armando el circuito que aparece en la “Figura 2”. Usamos dos resistencias y un capacitor. La fuente de voltaje fue una batería AA. Luego de conectar el USB Link a la computadora abrimos el programa DataStudio y seguimos las instrucciones descritas en el procedimiento. Comenzamos a tomar los datos para la carga del circuito RC. La grafica resultante se comportó de manera exponencial creciente. De esa grafica sacamos la ecuación de voltaje y la escribimos en términos de τ : $V = A \cdot (1 - e^{-t/\tau})$. Luego, de esa misma grafica obtuvimos el valor del coeficiente “C” del ajuste que fue 0.03114. A “C” le sacamos el inverso: 31.85 segundos. A ese valor se le llama la constante de tiempo (τ_1). Luego calculamos los valores de las resistencias(**R**) y el capacitor(**C**) envueltos en el circuito. Después de esto determinamos el valor del producto **RC**. Encontramos, al hacer los cálculos, que las unidades del producto **RC** son segundos, al igual que las unidades de τ_1 . Comparamos las unidades y los valores de τ_1 y del producto **RC** y anotamos las respuestas en las preguntas #18 y #19.

Al terminar la toma de datos del circuito cargado pasamos a descargarlo. La grafica resultante de esta descarga se comportó de manera exponencial decreciente. De esa grafica sacamos la ecuación de voltaje y la escribimos en términos de τ : $V = A \cdot e^{-t/\tau}$. Luego, de esa misma grafica obtuvimos el valor del coeficiente “C” del ajuste que fue 0.0312. A “C” le sacamos el inverso: 32.05 segundos. A ese valor también se le llama la constante de tiempo (τ_2). Lo comparamos con el valor de τ_1 y nos dimos cuenta de que eran bastante parecidos. Sacamos, entonces, el por ciento de diferencia entre los dos: 0.6%. Comparamos, al igual que anteriormente, las unidades y los valores de τ_2 y del producto **RC** y anotamos las respuestas en las preguntas #33 y #34.

A raíz de los datos obtenidos encontramos que existe una relación entre τ y **RC**: $\tau = \mathbf{RC}$. Luego de todo esto fuimos a la gráfica de descarga para buscar el valor máximo de voltaje. A ese valor máximo (1.54 V) lo dividimos entre 2 para sacar $V_{1/2}$: 0.77 V. Utilizamos, entonces, ese valor de voltaje para localizar en la gráfica el valor de $T_{1/2}$: 21.2 segundos. Después de esto calculamos matemáticamente el valor de $T_{1/2}$ y nos dio 22.2 segundos. Comparamos el valor de $T_{1/2}$ experimental con el valor de $T_{1/2}$ teórico y calculamos el por ciento de diferencia: 4.7 %.

Conclusión:

1. Determinamos experimentalmente la ecuación que describe el comportamiento temporal del voltaje en el capacitor de un circuito RC: $\tau = \mathbf{RC}$
2. Determinamos matemáticamente la vida media del voltaje de un circuito RC:
$$T_{1/2} = \ln(2) * \tau = 0.693 * \tau$$

Referencias:

- J. Lopez, P. Marrero, E. Roura, Manual de Experimentos de Física II, Wiley, EE.UU., 2008.
- D. Giancoli, Physics for Scientists & Engineers (4th Edition), Pearson, New Jersey, 2009.