

**Esercizio 1.** Il preside di una scuola elementare sospetta che i suoi studenti abbiano un  $IQ$ , quoziente di intelligenza, superiore alla media italiana. Dopo aver selezionato casualmente 64 bambini tra i suoi studenti e misurato il loro quoziente di intelligenza, il preside riscontra un valore medio di 106.

Supponiamo che l' $IQ$  di uno studente della scuola elementare sia una variabile aleatoria normale con valore atteso non noto  $\mu$ , e varianza 256. Supponiamo inoltre che il valore medio nazionale sia 100.

a) Avendo fissato un valore di significatività  $\alpha = 0.025$ , può il preside concludere che i suoi studenti siano più intelligenti della media?

b) Ripetere il test assumendo una varianza pari a 900.

## SOLUZIONE

a) Il preside è interessato alla verifica del seguente sistema di ipotesi:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 100 \\ H_1: \mu > 100 \end{cases}$$

La statistica test è

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}},$$

che ha distribuzione normale standard. Per  $\alpha = 0.025$ , il valore critico è  $z_{0.025} = 1.96$ .

Il valore della statistica test è pari a

$$z = \frac{106 - 100}{\sqrt{256/64}} = 3 > 1.96,$$

e pertanto ricade nella zona di rifiuto (si rifiuta l'ipotesi nulla).

Il preside può concludere che i suoi studenti sono più intelligenti della media.

b) Se  $\sigma^2 = 900$ , il valore la statistica test diventa

$$z = \frac{106 - 100}{\sqrt{900/64}} = 1.6 < 1.96,$$

pertanto non si può rifiutare l'ipotesi nulla.