Scuola universitaria professionale della Svizzera italiana
Dipartimento tecnologie innovative

Esercizi di verifica
Capitolo 1
Algebra lineare 2

1) Sia $F = \begin{pmatrix} 16 & a \\ 45 & -17 \end{pmatrix}$.

a) Determinare il valore del parametro reale a in modo che $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ sia un autovettore per la matrice, specificando il relativo autovalore.

b) Diagonalizzare quindi la matrice *F*.

2) È data la matrice $F = \begin{pmatrix} -9 & 6 \\ -12 & 9 \end{pmatrix}$.

a) Calcolare in forma esatta la matrice F^{999}.

b) Calcolare in forma esatta la matrice e^F.

3) È data la matrice reale $A_{2\times 2}$, di cui è noto che $A^2 = 2A + 3I$.

a) Esprimere A^3 e A^4 come combinazione lineare delle matrici A e I.

b) Determinare lo spettro della matrice *A*.

c) Sapendo che $A \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ e $A \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$, determinare la matrice A.

4) Calcolare il risultato **esatto** di $\begin{pmatrix} 0.4 & 0.2 \\ 0.6 & 0.8 \end{pmatrix}^{1001} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

5) Sia data la matrice $S = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} k-1 & 2 & -1 \\ 2 & k-4 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Determinare il valore esatto del parametro k in modo che S sia la matrice associata alla simmetria assiale rispetto ad un piano β passante per l'origine.

b) Scrivere l'equazione scalare del piano β.

6) Sia data la matrice $B = \begin{pmatrix} 7 & ... \\ 6 & ... \end{pmatrix}$. Completare la matrice sapendo che $i \in S_B$.

7) Sia data la matrice $G = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & 1-c \\ \frac{3}{5} & c \end{pmatrix}$. Determinare per quale valore del parametro reale c la matrice non è diagonalizzabile, **verificando il risultato ottenuto**.

8) Siano date le matrici $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -3 & a \\ 2 & b \end{pmatrix}$.

Determinare per quali valori dei parametri reali *a* e *b* le due matrici sono simili, specificando tutte le relative matrici di transizione.

9) Sia data la matrice $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 9 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}$.

a) Verificare che C non è diagonalizzabile.

b) Scomporre la matrice C secondo la regola di Jordan.

c) Determinare la matrice C^k , $k \in \mathbb{N}$.

10) È data la matrice triangolare $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ dove a è un parametro reale.

a) Determinare gli autovalori di A .

b) Stabilire per quali valori del parametro a la matrice A è invertibile.

c) Stabilire per quali valori del parametro a la matrice A è diagonalizzabile.