Schema riassuntivo Ansatz

$a_i, b_i, c_i, \mu, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Data l'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti inomogenea:

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \cdots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = f(t)$$

Sia S lo spettro dell'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti omogenea:

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \cdots + a_2 y'' + a_1 y' + a_0 y = 0$$

1. $f(t)$ è un polinomio di grado m:

   - $0 \notin S$
     Ansatz: $y_p(t) = \sum_0^m b_i t^i$

   - $0 \in S$ con molteplicità k:
     Ansatz: $y_p(t) = t^k \cdot \sum_0^m b_i t^i$

2. $f(t) = c_1 \sin(\omega t) + c_2 \cos(\omega t)$ è una sinusoide:

   - $\pm i\omega \notin S$
     Ansatz: $y_p(t) = b_1 \sin(\omega t) + b_2 \cos(\omega t)$

   - $\pm i\omega \in S$ con molteplicità k:
     Ansatz: $y_p(t) = t^k \cdot (b_1 \sin(\omega t) + b_2 \cos(\omega t))$

3. $f(t) = c \cdot e^{\mu t}$ è una funzione esponenziale:

   - $\mu \notin S$
     Ansatz: $y_p(t) = b \cdot e^{\mu t}$

   - $\mu \in S$ con molteplicità k:
     Ansatz: $y_p(t) = b \cdot t^k \cdot e^{\mu t}$

4. $f(t) = e^{\mu t} \cdot (c_1 \sin(\omega t) + c_2 \cos(\omega t))$:

   - $\mu \pm i\omega \notin S$
     Ansatz: $y_p(t) = e^{\mu t} \cdot (b_1 \sin(\omega t) + b_2 \cos(\omega t))$

   - $\mu \pm i\omega \in S$ con molteplicità k:
     Ansatz: $y_p(t) = t^k \cdot e^{\mu t} \cdot (b_1 \sin(\omega t) + b_2 \cos(\omega t))$