

**SUPSI**

# ESAME MODULO M-B3010

## PARTE 1 - ANALISI 2

1. febbraio 2022

Nome : .....

Cognome : .....

Classe : .....

N. fogli all. : .....

### Osservazioni:

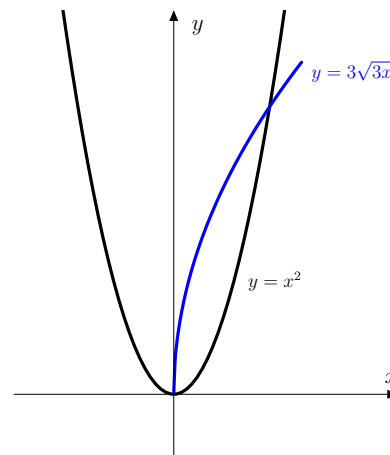
1. È permesso utilizzare:
  - 2 fogli A4 (fronte/retro) di riassunto **personale**
  - foglio "Integrali e volumi, aree, lunghezze curve e baricentri"
  - foglio Ansatz
  - formulario (es. "Formulari e tavole" Edition G d'Encre)
  - calcolatrice non grafica e non programmabile (**NON CAS**).
2. **Il procedimento di soluzione deve sempre essere comprensibile: risultati non giustificati da un procedimento non verranno accettati.**
3. Se non specificato altrimenti dal testo dell'esercizio, tutti i risultati devono essere scritti in forma esatta e semplificata.
4. Comportamenti illeciti durante l'esame quali copiare, comunicazione tra studenti, utilizzo di sussidi non ammessi (...) verranno sanzionati con l'assegnazione della valutazione F.
5. Durata esame: **120 minuti**

Es.	1	2	3	4	5	6	7	TOT	VOTO
Punti	14	6	6	6	8	7	16	63	

1. (2+2+3+4+3=14 punti)

Sia  $R$  la regione compresa tra i grafici delle funzioni  $y = x^2$  e  $x = 3\sqrt{3x}$ .

- (a) Determinare i punti d'intersezione tra i due grafici.
- (b) Calcolare l'area di  $R$ .
- (c) Calcolare il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando la regione  $R$  attorno all'asse  $x$ .
- (d) Calcolare il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando la regione  $R$  attorno all'asse  $y$ .
- (e) Calcolare le coordinate del baricentro di  $R$ .





2. (6 punti)

Calcolare la lunghezza della spirale definita dalla funzione in forma polare  $f(\theta) = e^{-2\theta}$  con  $\theta \in [0; \infty[$ .

3. (6 punti)

Risolvere il seguente problema a valori iniziali:

$$xy' = y - 3x^4, \quad y(1) = 0$$

N.B: indicare in modo chiaro l'insieme di definizione della soluzione del problema.

4. (6 punti)

Determinare la soluzione generale della seguente equazione differenziale:

$$x'' - 2x' = 2t + 1$$

5. (2+6=8 punti)

È data la seguente equazione differenziale:

$$3y''' - y'' + 6y' - 2y = 0$$

- (a) Verifica che  $y(t) = \cos(\sqrt{2}t)$  è una soluzione dell'equazione differenziale.
- (b) Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale omogenea.

6. (7 punti)

Determinare e classificare i punti critici della funzione:

$$f(x; y) = x^4 + y^4 + 4xy$$



7. (3+2+11=16 punti)

È data la funzione  $f(x; y) = 2x^4 + y^3 - x^2y$ .

- (a) Determinare l'equazione del piano tangente alla superficie di equazione  $z = f(x; y)$  nel punto  $(1; -2; f(1; -2))$ .
- (b) Calcolare la derivata direzionale di  $f(x; y)$  in  $P = (1; -2)$  in direzione del punto  $Q = (2; 2)$ .
- (c) Disegnare la regione  $D$  limitata dal grafico delle rette di equazione  $y = 0$ ,  $x = 2$  e  $y = x$ . Determinare il massimo e il minimo assoluti assunti dalla funzione nella regione  $D$ .

