SUPSI

ESAME MODULO M-B3010 PARTE 2 - ALGEBRA LINEARE 2

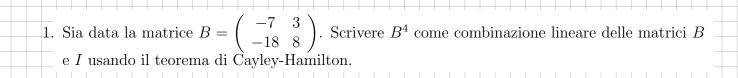
1. febbraio 2022

Nome	:	
Cognome	:	
Classe	:	
N. fogli all.	:	

Osservazioni:

- 1. È permesso utilizzare:
 - 2 fogli A4 (fronte/retro) di riassunto **personale**
 - foglio formule trigonometriche
 - riassunto trasformazioni geometriche
 - formulario (es. "Formulari e tavole" Edition G d'Encre)
 - calcolatrice CAS.
- 2. Il procedimento di soluzione deve sempre essere comprensibile: risultati non giustificati da un procedimento non verranno accettati.
- 3. Se non specificato altrimenti dal testo dell'esercizio, tutti i risultati devono essere scritti in forma esatta e semplificata.
- 4. Comportamenti illeciti durante l'esame quali copiature, comunicazione tra studenti, utilizzo di sussidi non ammessi (...) verranno sanzionati con l'assegnazione della valutazione F.
- 5. Durata esame: 90 minuti

Es.	1	2	3	4	5	6	TOT	VOTO
Punti	5	7	8	6	8	9	$\overline{43}$	



2. Di una matrice quadrata A, 3×3 , è noto che:

$$1 \in S_A$$
, $\operatorname{Ker}(A) = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$, $E_1 = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$.

- (a) Determinare la matrice A.
- (b) Determinare la matrice e^A .

3. Sia A una matrice reale 3×3 tale che 1 + 2i è un suo autovalore. È noto che tr(A) = 2. (a) La matrice A è invertibile? (b) La matrice A è diagonalizzabile? Giustificare entrambe le risposte.

4. Si consideri la matrice
$$F = \begin{pmatrix} \frac{1001}{20} & 0 & -\frac{999}{20} \\ 0 & 100 & 0 \\ -\frac{999}{20} & 0 & \frac{1001}{20} \end{pmatrix}$$
.

- (a) Calcolare la norma e la condizione della matrice (entrambe in valore esatto).
- (b) Sia dato il sistema lineare $F \cdot \vec{x} = \vec{b}$. A fronte di un errore relativo sui dati dello 0.2%, calcolare l'errore relativo massimo che si può commettere sulla soluzione del sistema.

5. Si consideri il sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} \dot{u}_1(t) = k \, u_1(t) + u_2(t) \\ \dot{u}_2(t) = u_1(t) + k \, u_2(t) \end{cases},$$

con condizioni iniziali $u_1(0) = u_2(0) = -1$, e con k parametro reale.

- (a) Risolvere il sistema.
- (b) Determinare per quali valori del parametro k sia $u_1(t)$ sia $u_2(t)$ convergono a 0 per $t \to +\infty$.

- 6. È data la seguente trasformazione geometrica in \mathbb{R}^2 :
 alla proiezione ortogonale sulla retta r: 3x + y = 0 segue la simmetria assiale rispetto alla retta s: x + y 2 = 0.
 - (a) Scrivere in coordinate omogenee la matrice P associata alla proiezione sulla retta r e la matrice S associata alla simmetria assiale rispetto alla retta s.
 - (b) Scrivere quindi in coordinate omogenee la matrice F associata alla trasformazione composta.
 - (c) Determinare le coordinate esatte del punto A_1 immagine del punto A = (3; 4) attraverso la trasformazione geometrica definita dalla matrice F.

