Lista 01 BCC204 - Teoria dos grafos

UFOP

Universidade Federal de Ouro Preto

Alunos: Carlos Eduardo Romaniello (19.1.4003)
Professor: Marco Antônio de Moreira Carvalho

Questão 1:

Pelo teorema do aperto de mãos, o número de vértices de grau ímpar em um GND deve ser par, como o escultor quer 7 vértices de grau ímpar isso é impossível.

Questão 2:

Fecho transitivo do vértice 1 grafo 1: {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15};
Fecho transitivo do vértice 1 grafo 2: {2, 3, 4, 5, 6};
Fecho transitivo do vértice 1 grafo 3: {2, 3, 4, 5, 6, 7}.

Questão 3:

$k(1) = 2$
$k(2) = 1$
$k(3) = 2$

Questão 4:

$\delta(1) = 2$
$\delta(2) = 1$
$\delta(3) = 2$

Questão 5:

Utilizando uma lista de adjacência, o complemento dos grafos é o seguinte:

- Grafo 1:
  - 1 → 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
  - 2 → 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
  - 3 → 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
  - 4 → 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15
  - 5 → 1, 2, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15
  - 6 → 1, 2, 4, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15
  - 7 → 1, 4, 5, 9, 10, 13, 14, 15
  - 8 → 1, 2, 3, 5, 6, 10, 11, 13, 14, 15
  - 9 → 1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15
  - 10 → 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 12, 14, 15
  - 11 → 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 13, 15
  - 12 → 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 13, 14
  - 13 → 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 15
  - 14 → 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12
  - 15 → 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13

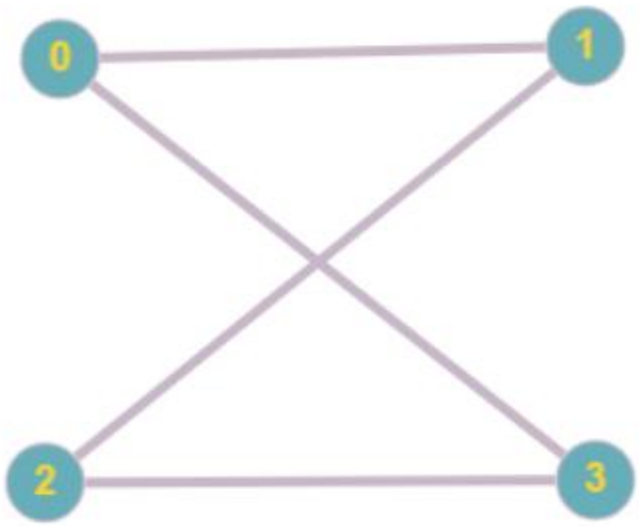
- Grafo 2:
  - 1 → 3, 5
  - 2 → 4, 6
  - 3 → 1, 6
  - 4 → 2, 5, 6

- 5 → 1, 4, 6
- 6 → 2, 3, 4, 5

- Grafo 3:
  - 1 → 2, 4, 5, 6
  - 2 → 1, 3, 4, 5
  - 3 → 2, 5, 6
  - 4 → 1, 2, 6, 7
  - 5 → 1, 2, 3
  - 6 → 1, 3, 4
  - 7 → 4

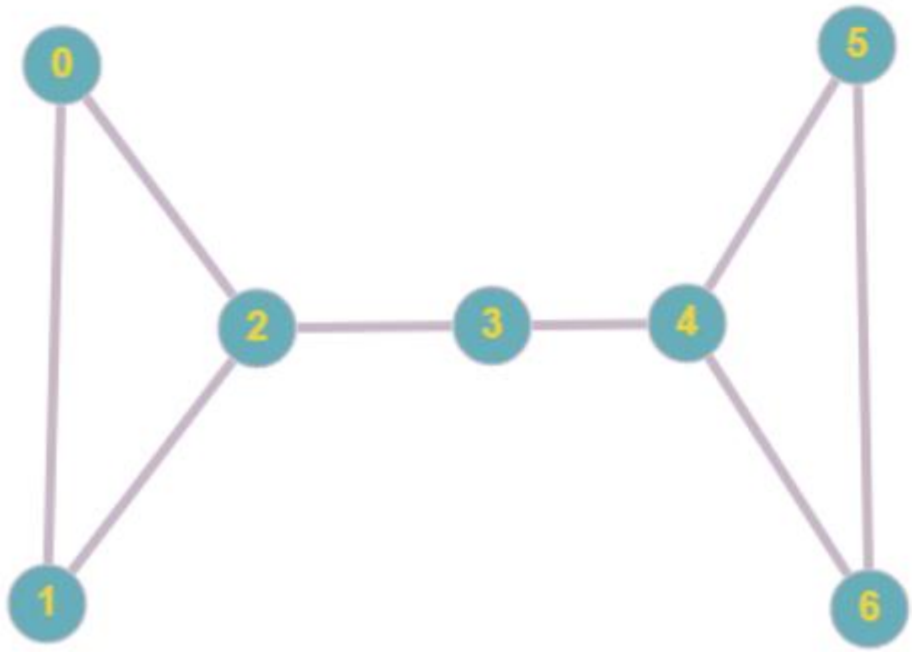
Questão 6:

O grafo representado a baixo é regular pois todos os vértices possuem grau 2 e é bipartido pois todas as suas arestas saem de um conjunto de vértices v1 = {0, 2} para um conjunto de vértices v2 = {1, 3}.



Questão 7:

O grafo abaixo possui δ(G) = 2 pois seu menor grau é 2 (vértice 3) e ele é k(G) = 1 (vértice 3), logo k(G) < δ(G)



Questão 8:

Dado que um grafo simples com n vértices e k componentes possui no máximo (n-k)(n-k+1)/2 arestas, temos a seguinte inequação

$$\frac{(n-1)(n)}{2} \geq \frac{(n-1)(n-2)}{2}$$

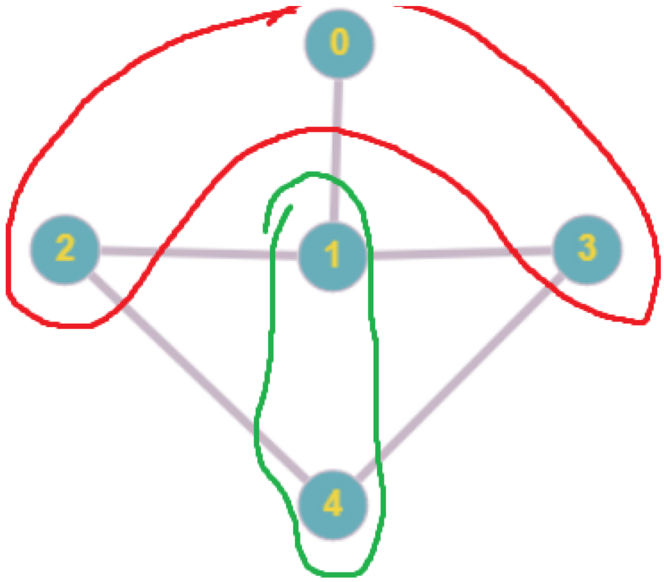
$$n^2 \geq n^2 - 3n + 2$$

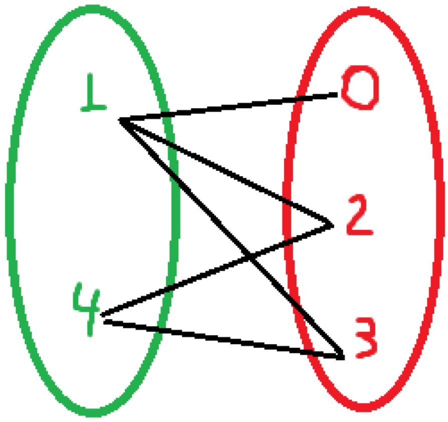
$$n^2 - n^2 + 3n - n \geq 2 \therefore n \geq 1$$

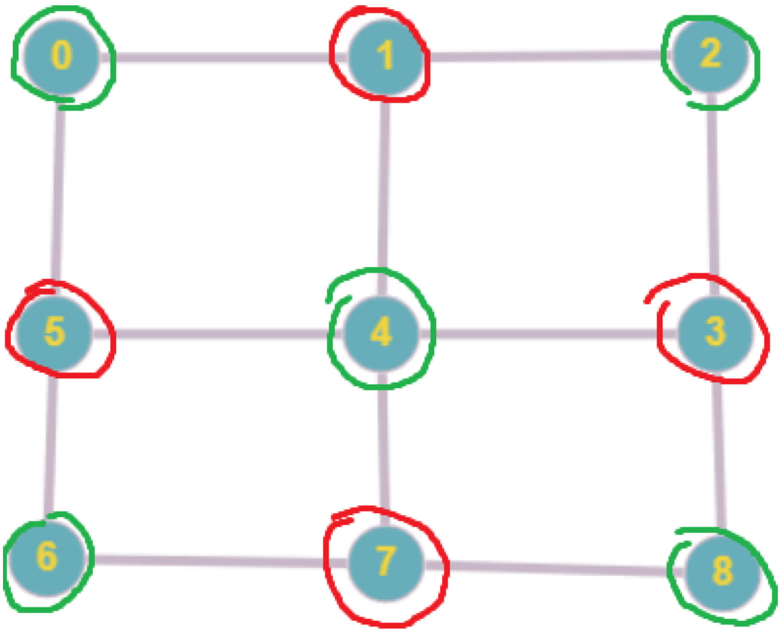
Como um grafo possui pelo menos um vértice a inequação é verdadeira.

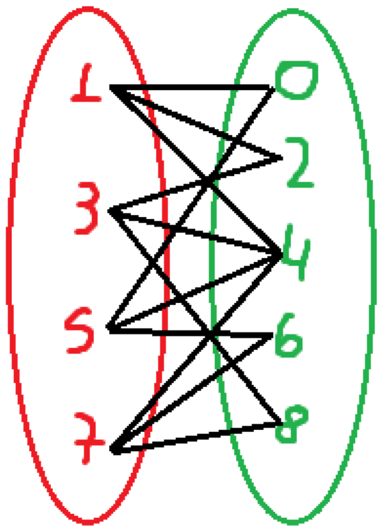
Questão 9:

Apenas os dois primeiros grafos são bipartidos.



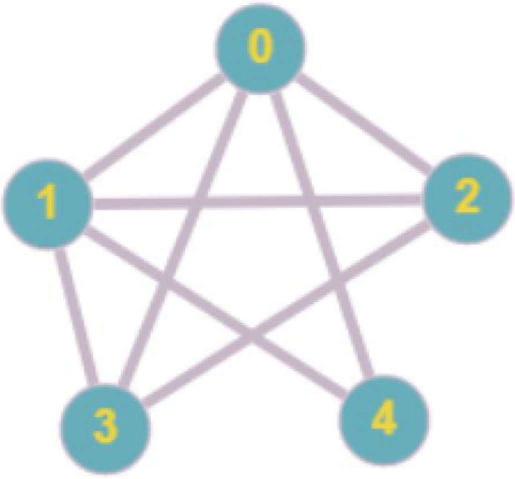


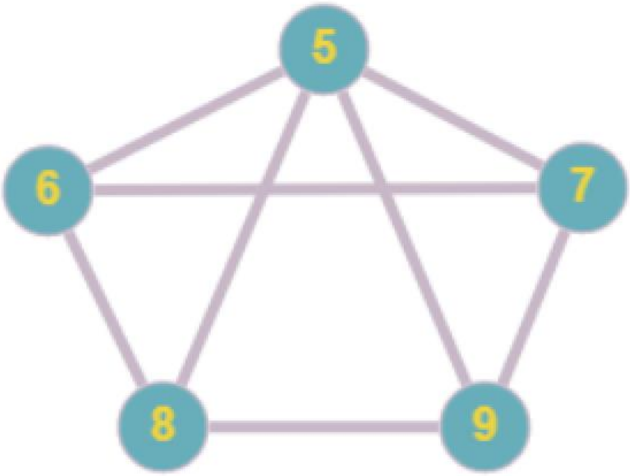




Questão 10:

Os dois grafos a seguir não são isomorfos pois no primeiro grafo existe um vértice com grau 2 e no segundo grafo todos os vértices tem no mínimo grau 3.





Questão 11:

Os grafos isomorfos são: {grafo 1, grafo 3}, {grafo 2, grafo 5} e {grafo 4, grafo 6}.

Questão 12:

Pensando no ciclo mais simples possível, um ciclo de 3 vértices e 3 arestas ligando os vértices 2 a 2, para que ele se torne desconexo é necessário remover 2 arestas. Portanto para que uma aresta seja uma ponte, ela não pode fazer parte de um ciclo.