BCC464 - Otimização Linear e Inteira

Trabalho Prático

1 Introdução

O problema das p-medianas capacitado (*capacitated p-median problem - CPMP*) visa encontrar localidades ótimas de facilidades capacitados para servir um conjunto de destinos com demandas particulares, minimizando o custo total de transporte [1]. A Figura 1 ilustra o CPMP para a instância `u724`, que possui 724 nós e 10 facilidades.

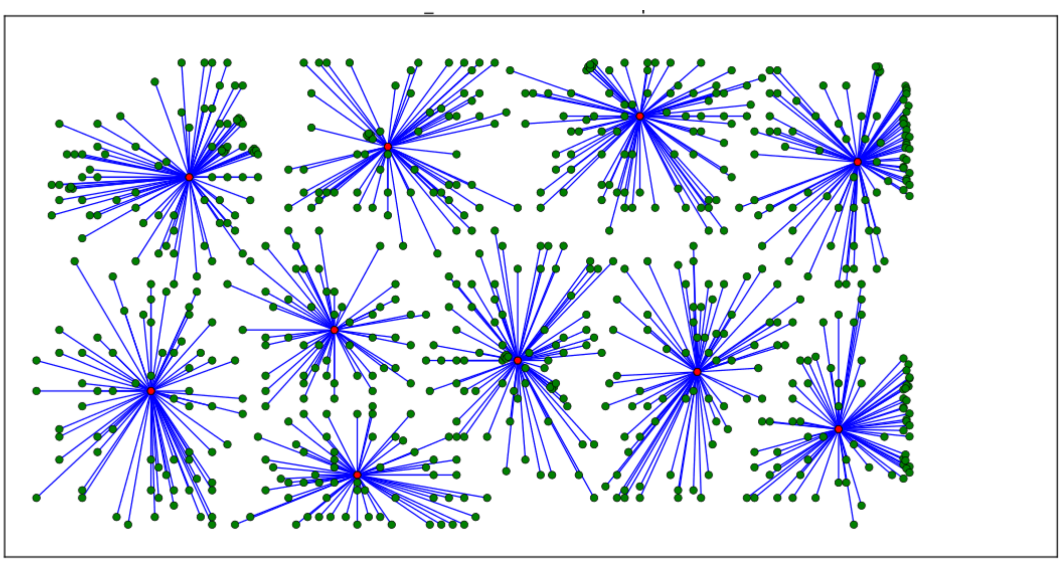

Figure 1: Exemplo de instância do CPMP. Fonte: http://stegger.net/somala/u724.html

Considere a notação a seguir.
Parâmetros:

- N - conjunto de nós destino (também candidatos a facilidades)
- A - conjunto de arcos entre todos os pares de nós
- p - número de facilidades
- q_i - demanda do destino i
- Q - capacidade uniforme de todos nós de oferta
- d_{ij} - distância entre os nós $i \in N$ e $j \in N$

Variáveis:

- $x_{ij} \in \{0, 1\}$ - indica se o destido $i \in N$ é atendido pela facilidade $j \in N$
- $y_j \in \{0, 1\}$ - indica se uma facilidade foi localizada no nó $j \in N$

Formulação Compacta (F_1):

$$min \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij} x_{ij} \tag{1}$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \qquad \forall i \in N \tag{2}$$

$$\sum_{i \in N} q_i x_{ij} \leq Q y_j \qquad \forall j \in N \tag{3}$$

$$\sum_{j \in N} y_j = p \tag{4}$$

Reformulação (F_2):

- P - conjunto de todas as possíveis partições de alocação de uma facilidade, onda cada partição determina a localidade de instalação da facilidade e os destinos por ela atendidos
- a_{ij}^k - valor binário que indica se a partição $k \in P$ inclui o arco $(i, j) \in A$ ou não
- $\lambda^k \in \{0, 1\}$ - variável que indica se a partição $k \in P$ é utilizada ou não

$$min \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in P} d_{ij} a_{ij}^k \lambda^k \tag{5}$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{k \in P} a_{ij}^k \lambda^k = 1 \qquad \forall i \in N \tag{6}$$

$$\sum_{k \in P} \lambda^k = p \tag{7}$$

Pricing:

- Resolução de um subproblema para da localidade $j \in N$

$$\bar{c_k} = min \sum_{i \in N} (d_{ij} - \pi^i) a_i - \tau \tag{8}$$

$$\sum_{i \in N} q_i a_i \leq Q \tag{9}$$

$$a_i \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in N \tag{10}$$

onde π^i e τ são as variáveis duais associadas às restrições (6) e (7) da formulação F_2.

2 Implementação

A implementação consta de duas partes, utilizando o framework Python-MIP e solver CBC:

1. Formulação compacta F_1
2. Reformulação F_2 por geração de colunas

3 Experimentos

As instâncias para teste estão descritas em:

- http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/orlib/pmedcapinfo.html

O arquivo contendo as 20 instâncias está disponível em:

- http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/orlib/files/pmedcap1.txt

O relatório deve reportar os seguintes resultados em ambas abordagens para cada instância do problema:

- solução ótima (limite inferior encontrado)
- *gap* para melhor solução conhecida (disponível no arquivo de instâncias)
- tempo computacional total
- número de iterações, tempo computacional do mestre, tempo computacional dos subproblemas (apenas para Geração de Colunas)

4 Entrega

A entrega deve ser realizada via moodle, em arquivo zip único, contendo:

- Código
- Relatório

References

[1] Luiz A.N. Lorena and Edson L.F. Senne. A column generation approach to capacitated p-median problems. *Computers Operations Research*, 31(6):863–876, 2004.