Lista de produto escalar/vetorial

Parte 1:

1. Mostre que o triângulo de vértices A(2,3,1), B(2,1,-1) e C(2,2,-2) é um triângulo retângulo.
2. Seja o triângulo A(-1,-2,4), B(-4,-2,0) e C(3,-2,1). Determinar o ângulo interno ao vértice B.
3. Os pontos A, B e C são vértices de um triângulo eqüilátero cujo lado mede 10 cm. Calcular o produto escalar dos vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{AC}$.
4. Sabendo que o ângulo entre os vetores $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ e $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j} + (m+2)\vec{k}$ é π/3, determinar ***m***.
5. Determinar n (n>0) para que seja 30º o ângulo entre os vetores $\vec{u} = \vec{i} + n\vec{j} + 2\vec{k}$ e $\vec{j}$.
6. Dados os vetores $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + \alpha\vec{k}$ e $\vec{b} = (\alpha+2)\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$ e $\vec{c} = 2\alpha\vec{i} + 8\vec{j} + \alpha\vec{k}$, determinar os valores de $\boldsymbol{\alpha}$ para que o vetor $\vec{a} + \vec{b}$ seja ortogonal ao vetor $\vec{c} - \vec{a}$.
7. Determinar o vetor $\vec{v}$ paralelo ao vetor $\vec{u} = (1,-1,2)$ tal que $\vec{v} \bullet \vec{u} = -18$
8. Determinar o vetor $\vec{v}$, ortogonal ao vetor $\vec{u} = (2,-3,-12)$ e colinear ao vetor $\vec{w} = (-6,4,-2)$
9. Dados os vetores $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ e $\vec{v} = \vec{i} - \vec{j}$, calcule: a) $(\vec{u}+\vec{v}) \times (\vec{u}-\vec{v})$ b) $2\vec{u} \times 3\vec{v}$
10. Sabendo que $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$ e que o ângulo entre os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ é 45º, calcule $|\vec{a} x \vec{b}|$
11. Dados os vetores $\vec{u} = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ e $\vec{v} = 4\vec{i} - \vec{j}$, calcular $\vec{u} \times \vec{v}$
12. Calcular a área do triângulo ABC: a) A(-1,02), B(-4,1,1) e C(0,1,3) b)A(2,3,-1),B(3,1,-2)e C(-1,0,2)
13. A área do triângulo ABC, A(x,1,1), B(1,-1,0) e C(2,1,-1) é igual a $\frac{\sqrt{29}}{2}$ *u.a.* Encontre os valores possíveis para *x.*
14. Dados três vetores, $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ e o escalar *k*, seria possível se efetuar as operações indicadas? Justifique.

$$(\vec{u} \bullet \vec{w}) \times (\vec{u} \bullet \vec{v})$$

15. Sabendo que $\vec{u} \bullet \vec{v} = 3$, $\vec{u} \bullet \vec{w} = 1$, $\vec{v} \bullet \vec{w} = -2$ e que $\vec{w}$ é um vetor unitário, calcule o valor da expressão $(2\vec{u} + \vec{w}) \bullet (3\vec{v} + \vec{w})$
16. Utilizando a identidade de Lagrange, prove que $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}|\text{sen}\theta$
17. Calcular o valor de *m* para que o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores $\vec{v}_1 = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{v}_2 = 6\vec{i} + m\vec{j} - 2\vec{k}$ e $\vec{v}_3 = -4\vec{i} + \vec{k}$ seja igual a 10.
18. Dados os pontos A (1,-2,3), B(2,-1,- 4), C(0,2,0) e D (-1,m,1), determinar o vetor de m para que seja de 20 unidades de volume o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{AD}$.
19. Calcular o volume do tetraedro ABCD, sendo dados: A (1,0,0), B(0,1,0), C(0,0,1) e D (4,2,7)

Respostas: 2) 45º , 3) 50 4) -4 5) $n = \sqrt{15}$ *6) 3 ou -6 7) (-3,3,-6) 8)* $\vec{v} = t(3,-2,1), t \in R$

9) a) $-2\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ *b)* $6\vec{i} + 6\vec{j} - 6\vec{k}$ *10) 3 11)* $2\vec{i} + 8\vec{j} - 7\vec{k}$ *12) a)* $\sqrt{6}$ *u.a. b)* $9\frac{\sqrt{2}}{2}$ *u.a.*

13) 3 e 1/5 15) 15 17) 6 ou – 4 18) 6 ou 2 19) 2.

Parte 2:

1)Encontre o vetor u tal que $u \ x \ (i+k) = 2(i+j-k) \ e \ |u| = \sqrt{6}$.

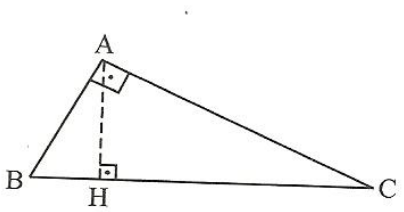
Dica:tome $\vec{u} = (a,b,c)$ e faça as contas!

2)Sejam A(2,1,3),B(3,3,5) e C(0,31) vértices de um triângulo retângulo em A.

a)Calcular a medida da projeção $\vec{BH}$ do cateto BA sobre a hipotenusa BC.

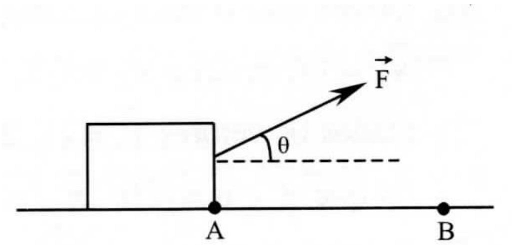
Dica:Lembre-se que $proj_u^v = (\frac{\vec{v}.\vec{u}}{\vec{u}\vec{u}})u$.

b)Determinar o ponto H, pé da altura relativa ao vértice BC.



3)O produto escalar é uma importante ferramenta matemática para a Física, uma vez que inúmeras grandezas físicas são definidas com seu emprego, como por exemplo, o *trabalho*.O trabalho realizado por uma força constante $\vec{F}$ ao longo de um determinado deslocamento $\vec{d}$ é definido como o produto escalar desta força pelo deslocamento efetuado pelo corpo no qual a força está aplicada. A partir destas informações, calcule o trabalho realizado pela força $\vec{F}$ para deslocar o corpo de A até B na figura abaixo, sabendo que $|\vec{F}| = 10N$, $|\vec{AB}| = |\vec{d}| = 20m$ e θ=60º.

Dica:Lembre-se da definição geométrica do produto escalar.



4)Sejam A=(m,1,0),B=(m-1,2m,2) e C=(1,3,-1), faça o que se pede:

a)Para que valor de m o triângulo ABC é retângulo em $\hat{A}$?

b)Calcule a área do triângulo, lembre que $A = \frac{bh}{2}$.

c)Calcule o cosseno de UM dos outros dois ângulos internos do triângulo.

5)Calcule os valores das incógnitas abaixo:

a) v=(1; 0; -2); w=(0, 1, 2)
u = (u_x, u_y, u_z) = v x w
b) v=(1; 0; -2); w=(0, 1, ***a***)
u = (2 ; 2 ; 1) = v x w
c) v=(1; 1; -2); w=(w_x, w_y, w_z)
u = (2 ; 2; 1)