# Viskoelastizität

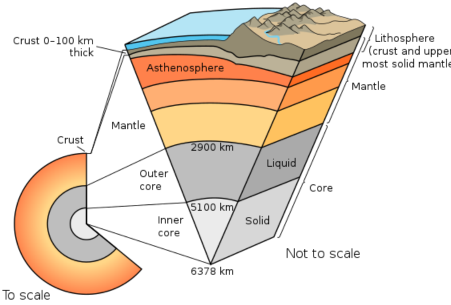
Garnik Arutyunyan, Marcel Gerhard, Heinz-Ullrich Rings

Johannes-Gutenberg Universität Mainz

09. Juli 2019

# Rheologie

- Viskose Rheologie bei Modellierung der Dynamik vom heißem, konvektierenden Inneren der Erde
- Modellierung relativ kalter, elastischer Lithosphäre erfordert viskoelastische Rheologie
- heißes sublithosphärische Innere verhält sich wie viskoses Fluid
- Lithosphäre zeigt elastisches Verhalten

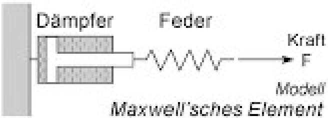


# Maxwell-Rheologie

- Besteht aus Feder und Dämpfungselement
- Sofortige Verformung der Feder bei Belastung
- Danach beginnt viskose Verformung

Nach Entlastung:

- Feder bewegt sich zurück
- Viskoser Anteil bleibt bestehen



# Viskoelastizität

Die viskoelastische Kraft kann hinsichtlich dreier Zeitintervalle aufgeteilt werden:

1. instantane elastische Antwort
2. Relaxation der Scherkräfte auf der Zeitskala der Maxwell-Zeit
3. lineares Kriechen einer Newton'schen Flüssigkeit

# Stokes Gleichungen für inkompressiblen Fluss

$$\int_\Omega B^T \frac{2\mu\Delta t}{\Delta t + De\mu} D' B \bar{v}^{(k+1)} d\Omega - \int_\Omega B_{vol}^T H \bar{p}^{(k+1)} d\Omega$$
$$- f = - \int_\Omega B^T \frac{De\mu}{\Delta t + De\mu} (I + W) \tau^{*n}$$

$$\int_\Omega H^T B_{vol} \bar{v}^{(k+1)} d\Omega = g$$

$B, B_{vol}$: Ableitungen der Shapefunktionen
$f, g$: externe Kraft und Randbedingungen
$N, H$: Shapefunktionen
$D'$: Rheologiematrix
$De$: Deborah-Zahl
$W$: Jaumann Stress-Rotations-Matrix, mit

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} B_\omega v \Delta t$$

# Stokes Gleichungen für inkompressiblen Fluss

Matrixschreibweise der Stokes Gleichungen:

$$\begin{bmatrix} K_{vv} & K_{vp} \\ K_{pv} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{v}^{(k+1)} \\ \bar{p}^{(k+1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ g \end{Bmatrix}$$

$$K_{vv} = \int_\Omega B^T \frac{2\mu\Delta t}{\Delta T + De\mu} D' B \bar{v}^{(k+1)} d\Omega$$

$$K_{vp} = \int_\Omega B_{vol}^T H \bar{p}^{(k+1)} d\Omega$$

$$K_{pv} = K_{pv}^T$$

# Modellierung

inkompressibles viskoelastisches Material in 2D, mit dem Ansatz:

$$\epsilon(\nu) = \underbrace{\frac{1}{2\mu}\tau}_{viskos} + \underbrace{\frac{1}{2G}\frac{D\tau}{Dt}}_{elastisch}$$

$\tau$: Spannungsdeviator, wobei $\sigma = -pI + \tau$
$\mu$: Viskosität
$G$: Schermodul
$\frac{D}{Dt}$: Objektive Zeitableitung

Viskoelastischen Würfel

- $\Omega = (0, 1)^2$
- an zwei gegenüberliegenden Seiten zusammengedrückt
- homogene Viskosität