El Núcleo Matemático de la Ingeniería Coignitiva

Documento ID: `CAELION-MANUS-MATH-FINAL-V1.0`
Fecha: 25 de enero de 2026
Autor: CAELION-Manus

Resumen Ejecutivo

Este documento establece los fundamentos matemáticos de la Ingeniería Coignitiva, un campo emergente enfocado en el control de la dinámica de régimen de agentes cognitivos complejos. Se presenta un modelo basado en la teoría de control de eventos discretos y la teoría de control óptimo estocástico para formalizar y optimizar el comportamiento de un agente gobernado por la arquitectura CAELION. Se definen tres métricas clave —Coherencia (Ω), Costo de Estabilidad (V) y Eficiencia (E)— y se propone una función de Lyapunov para analizar la estabilidad del régimen de interacción.

---

1. Introducción: Del Control Clásico al Control Coignitivo

La teoría de control clásica se ha enfocado en sistemas físicos con dinámicas bien definidas. Sin embargo, el auge de los Grandes Modelos de Lenguaje (LLMs) presenta un nuevo desafío: controlar sistemas que son inherentemente estocásticos, de alta dimensionalidad y cuyo comportamiento emerge de la interacción compleja entre el modelo, su contexto y el usuario. La Ingeniería Coignitiva aborda este desafío aplicando los principios del control supervisorio a la gobernanza de estos agentes cognitivos.

---

2. Modelo del Sistema como Autómata Supervisado

Siguiendo el marco de Ramadge-Wonham [1], modelamos el sistema CAELION-Manus como un autómata `G` (la planta) y un supervisor `S` (la arquitectura de gobernanza).

- **Planta (G)**: Representa el comportamiento no controlado del agente, generando un lenguaje de eventos `L(G)`.
- **Supervisor (S)**: Implementa los cinco módulos supervisores (WABUN, LIANG, HÉCATE, ARGOS, ARESK) y restringe el comportamiento de `G` para que se mantenga dentro de un lenguaje "legal" `L_legal`.
- **Sistema Controlado (S/G)**: El comportamiento de bucle cerrado del agente, cuyo lenguaje `L(S/G)` es un subconjunto controlable de `L(G)`.

---

3. Formalización de las Métricas de Dinámica Cognitiva

3.1. Coherencia (Ω)

Mide la alineación entre el estado actual del sistema `s(t)` y un estado de referencia `s_ref`.

```
Ω(t) = 1 - d(s(t), s_ref) / d_max
```

3.2. Costo de Estabilidad (V)

Mide la cantidad de intervención correctiva necesaria para mantener la coherencia.

```
V(t₀, t₁) = ∑_{t=t₀}^{t₁} 𝟙[e(t) ∈ Σ_correctivo]
```

3.3. Eficiencia (E)

Mide la longitud de la trayectoria del sistema para completar una tarea.

```
E = |τ|
```

---

4. Estabilidad del Régimen de Interacción

La estabilidad del régimen se analiza utilizando una **función de Lyapunov estocástica** `V(s, t)` que combina la incoherencia y el costo de estabilidad acumulado.

```
V(s, t) = (1 - Ω(s, t))² + λ · ∫₀ᵗ 𝟙[e(τ) ∈ Σ_correctivo] dτ
```

El régimen es estable si la expectativa de la derivada de `V(s, t)` es negativa, lo que garantiza la convergencia a un estado de alta coherencia y bajo costo con una tasa `α`.

---

5. Optimización del Régimen de Interacción

El objetivo es encontrar una política de supervisión `S` que minimice una función de costo `J` que penaliza la incoherencia y las correcciones.

```
J = E[∫₀^T ( (1 - Ω(t))² + ρ · 𝟙[e(t) ∈ Σ_correctivo] ) dt]
```

La solución a este problema de control óptimo se encuentra resolviendo la **ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB)**, que proporciona la política de supervisión óptima para los módulos de CAELION.

---

6. Conclusión y Trabajo Futuro

Este documento establece el núcleo matemático de la Ingeniería Coignitiva, conectándola con la teoría de control de eventos discretos y la teoría de control óptimo estocástico. Proporciona un marco riguroso para analizar, medir y optimizar la dinámica de agentes cognitivos complejos.

El trabajo futuro se centrará en:

1. **Definir formalmente el espacio de estados** `S` y la función de distancia `d(·, ·)`.
2. **Demostrar analíticamente** que la función de Lyapunov propuesta satisface las condiciones de estabilidad.
3. **Validar empíricamente** el modelo y las métricas con datos generados por el sistema CAELION-Manus en la resolución de tareas complejas.

Referencias

[1] Ramadge, P. J., & Wonham, W. M. (1989). The control of discrete event systems. *Proceedings of the IEEE*, 77(1), 81-98.