

## Лабораторная работа 2-1. Графы, DFS, MST

### А. Топологическая сортировка

2 секунды, 256 мегабайт

Дан ориентированный невзвешенный граф. Необходимо его топологически отсортировать.

#### Входные данные

В первой строке входного файла даны два натуральных числа  $N$  и  $M$  ( $1 \leq N \leq 100\,000$ ,  $0 \leq M \leq 100\,000$ ) — количество вершин и рёбер в графе соответственно. Далее в  $M$  строках перечислены рёбра графа. Каждое ребро задаётся парой чисел — номерами начальной и конечной вершин соответственно.

#### Выходные данные

Вывести любую топологическую сортировку графа в виде последовательности номеров вершин. Если граф невозможно топологически отсортировать, вывести -1.

входные данные
6 6 1 2 3 2 4 2 2 5 6 5 4 6
выходные данные
4 6 3 1 2 5

### В. Мосты

2 секунды, 256 мегабайт

Дан неориентированный граф, не обязательно связный, но не содержащий петель и кратных рёбер. Требуется найти все мосты в нём.

#### Входные данные

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа  $n$  и  $m$  — количества вершин и рёбер графа соответственно ( $1 \leq n \leq 20\,000$ ,  $1 \leq m \leq 200\,000$ ).

Следующие  $m$  строк содержат описание рёбер по одному на строке. Ребро номер  $i$  описывается двумя натуральными числами  $b_i$ ,  $e_i$  — номерами концов ребра ( $1 \leq b_i, e_i \leq n$ ).

#### Выходные данные

Первая строка выходного файла должна содержать одно натуральное число  $b$  — количество мостов в заданном графе. На следующей строке выведите  $b$  целых чисел — номера рёбер, которые являются мостами, в возрастающем порядке. Рёбра нумеруются с единицы в том порядке, в котором они заданы во входном файле.

входные данные
6 7 1 2 2 3 3 4 1 3 4 5 4 6 5 6
выходные данные
1 3

### С. Точки сочленения

2 секунды, 256 мегабайт

Дан неориентированный граф. Требуется найти все точки сочленения в нём.

**Входные данные**

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа  $n$  и  $m$  — количества вершин и рёбер графа соответственно ( $1 \leq n \leq 20\,000$ ,  $1 \leq m \leq 200\,000$ ).

Следующие  $m$  строк содержат описание рёбер по одному на строке. Ребро номер  $i$  описывается двумя натуральными числами  $b_i, e_i$  — номерами концов ребра ( $1 \leq b_i, e_i \leq n$ ).

**Выходные данные**

Первая строка выходного файла должна содержать одно натуральное число  $b$  — количество точек сочленения в заданном графе. На следующей строке выведите  $b$  целых чисел — номера вершин, которые являются точками сочленения, в возрастающем порядке.

входные данные
6 7 1 2 2 3 2 4 2 5 4 5 1 3 3 6
выходные данные
2 2 3

D. Компоненты реберной двусвязности

2 секунды, 64 мегабайта

Компонентой реберной двусвязности графа  $\langle V, E \rangle$  называется подмножество вершин  $S \subset V$ , такое что для любых различных  $u$  и  $v$  из этого множества существует не менее двух реберно не пересекающихся путей из  $u$  в  $v$ .

Дан неориентированный граф. Требуется выделить компоненты реберной двусвязности в нем.

**Входные данные**

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа  $n$  и  $m$  — количества вершин и ребер графа соответственно ( $1 \leq n \leq 20\,000$ ,  $1 \leq m \leq 200\,000$ ).

Следующие  $m$  строк содержат описание ребер по одному на строке. Ребро номер  $i$  описывается двумя натуральными числами  $b_i, e_i$  — номерами концов ребра ( $1 \leq b_i, e_i \leq n$ ).

**Выходные данные**

В первой строке выходного файла выведите целое число  $k$  — количество компонент реберной двусвязности графа. Во второй строке выведите  $n$  натуральных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , не превосходящих  $k$ , где  $a_i$  — номер компоненты реберной двусвязности, которой принадлежит  $i$ -я вершина.

входные данные
6 7 1 2 2 3 3 1 1 4 4 5 4 6 5 6
выходные данные
2 1 1 1 2 2 2

E. Компоненты вершинной двусвязности

2 секунды, 64 мегабайта

Компонентой вершинной двусвязности графа  $\langle V, E \rangle$  называется максимальный по включению подграф (состоящий из вершин и ребер), такой что любые два ребра из него лежат на вершинно простом цикле.

Дан неориентированный граф без петель. Требуется выделить компоненты вершинной двусвязности в нем.

**Входные данные**

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа  $n$  и  $m$  — количества вершин и ребер графа соответственно ( $1 \leq n \leq 20\,000$ ,  $1 \leq m \leq 200\,000$ ).

Следующие  $m$  строк содержат описание ребер по одному на строке. Ребро номер  $i$  описывается двумя натуральными числами  $b_i, e_i$  — номерами концов ребра ( $1 \leq b_i, e_i \leq n$ ).

**Выходные данные**

В первой строке выходного файла выведите целое число  $k$  — количество компонент вершинной двусвязности графа. Во второй строке выведите  $m$  натуральных чисел  $a_1, a_2, \dots, a_m$ , не превосходящих  $k$ , где  $a_i$  — номер компоненты вершинной двусвязности, которой принадлежит  $i$ -е ребро. Ребра нумеруются с единицы в том порядке, в котором они заданы во входном файле.

<b>входные данные</b>
5 6 1 2 2 3 3 1 1 4 4 5 5 1
<b>выходные данные</b>
2 1 1 1 2 2 2

**Ф. Конденсация графа**

2 секунды, 256 мегабайт

Требуется найти количество ребер в конденсации ориентированного графа. Примечание: конденсация графа не содержит кратных ребер.

**Входные данные**

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа  $n$  и  $m$  — количество вершин и ребер графа соответственно ( $n \leq 10\,000$ ,  $m \leq 100\,000$ ). Следующие  $m$  строк содержат описание ребер, по одному на строке. Ребро номер  $i$  описывается двумя натуральными числами  $b_i, e_i$  — началом и концом ребра соответственно ( $1 \leq b_i, e_i \leq n$ ). В графе могут присутствовать кратные ребра и петли.

**Выходные данные**

Единственная строка выходного файла должна содержать одно число — количество ребер в конденсации графа.

<b>входные данные</b>
4 4 2 1 3 2 2 3 4 3
<b>выходные данные</b>
2

**Г. Планирование вечеринок**

2 секунды, 512 мегабайт

Петя планирует вечеринку, это дело непростое. Одна из главных проблем в том, что некоторые его друзья плохо ладят друг с другом, а некоторые — наоборот. В результате у него есть множество требований, например: «Я приду только если придет Гена» или «Если там будет Марина, то меня там точно не будет».

Петя формализовал все требования в следующем виде:  
«`[+ -] name1 => [+ -] name2`», здесь «`name1`» и «`name2`» — имена двух друзей Пети, «`+`» означает, что друг придет в гости, «`-`» — что не придет. Например, выражение «Если Андрея не будет, то Даша не придет» записывается так: «`-andrey => -dasha`».

Помогите Пете составить хоть какой-нибудь список гостей, удовлетворяющий всем свойствам, или скажите, что это невозможно

### Входные данные

В первой строке входного файла записаны числа  $n$  и  $m$  — число друзей Пети и число условий ( $1 \leq n, m \leq 1000$ ). В следующих  $n$  строках записаны имена друзей. Имена друзей состоят из маленьких латинских букв и имеют длину не больше 10. В следующих  $m$  строках записаны условия.

### Выходные данные

Выведите в первой строке число  $k$  — число друзей, которых нужно пригласить. В следующих  $k$  строках выведите их имена.

Входные данные
3 3 vova masha gosha -vova => -masha -masha => +gosha +gosha => +vova
Выходные данные
2 vova masha

Входные данные
1 1 vova -vova => +vova

### Выходные данные

1  
vova

### Входные данные

2 4  
vova  
masha  
+vova => +masha  
+masha => -vova  
-vova => -masha  
-masha => +vova

### Выходные данные

-1

## Н. Авиаперелеты

2 секунды, 256 мегабайт

Главного конструктора Петю попросили разработать новую модель самолета для компании «Air Бубундия». Оказалось, что самая сложная часть заключается в подборе оптимального размера топливного бака.

Главный картограф «Air Бубундия» Вася составил подробную карту Бубундии. На этой карте он отметил расход топлива для перелета между каждой парой городов.

Петя хочет сделать размер бака минимально возможным, для которого самолет сможет долететь от любого города в любой другой (возможно, с дозаправками в пути).

### Входные данные

Первая строка входного файла содержит натуральное число  $n$  ( $1 \leq n \leq 1000$ ) — число городов в Бубундии.

Далее идут  $n$  строк по  $n$  чисел каждая.  $j$ -ое число в  $i$ -ой строке равно расходу топлива при перелете из  $i$ -ого города в  $j$ -ый. Все числа не меньше нуля и меньше  $10^9$ . Гарантируется, что для любого  $i$  в  $i$ -ой строчке  $i$ -ое число равно нулю.

**Выходные данные**

Первая строка выходного файла должна содержать одно число — оптимальный размер бака.

входные данные
4 0 10 12 16 11 0 8 9 10 13 0 22 13 10 17 0
выходные данные
10

I. Остовное дерево

4 секунды, 256 мегабайт

Даны точки на плоскости, являющиеся вершинами полного графа. Вес ребра равен расстоянию между точками, соответствующими концам этого ребра. Требуется в этом графе найти остовное дерево минимального веса.

**Входные данные**

Первая строка входного файла содержит натуральное число  $n$  — количество вершин графа ( $1 \leq n \leq 10\,000$ ). Каждая из следующих  $n$  строк содержит два целых числа  $x_i, y_i$  — координаты  $i$ -й вершины ( $-10\,000 \leq x_i, y_i \leq 10\,000$ ). Никакие две точки не совпадают.

**Выходные данные**

Первая строка выходного файла должна содержать одно вещественное число — вес минимального остовного дерева.

входные данные
2 0 0 1 1
выходные данные
1.4142135624

J. Остовное дерево 2

2 секунды, 256 мегабайт

Требуется найти в связном графе остовное дерево минимального веса.

**Входные данные**

Первая строка входного файла содержит два натуральных числа  $n$  и  $m$  — количество вершин и ребер графа соответственно. Следующие  $m$  строк содержат описание ребер по одному на строке. Ребро номер  $i$  описывается тремя натуральными числами  $b_i, e_i$  и  $w_i$  — номера концов ребра и его вес соответственно ( $1 \leq b_i, e_i \leq n, 0 \leq w_i \leq 100\,000$ ).  $n \leq 200\,000, m \leq 200\,000$ .

Граф является связным.

**Выходные данные**

Первая строка выходного файла должна содержать одно натуральное число — вес минимального остовного дерева.

входные данные
4 4 1 2 1 2 3 2 3 4 5 4 1 4
выходные данные
7

## К. Алгоритм двух китайцев

6 секунд, 256 мегабайт

Вам дан взвешенный ориентированный граф. Найдите минимальную возможную сумму весов ребер, которых необходимо оставить в графе, чтобы из вершины с номером 1 по этим ребрам можно было добраться до любой другой вершины.

### Входные данные

В первой строке даны два целых числа  $n$  и  $m$  ( $1 \leq n \leq 1\,000$ ,  $0 \leq m \leq 10\,000$ ) — количество вершин и ребер в графе.

В следующих  $m$  строках даны ребра графа. Ребро описывается тройкой чисел  $a_i$ ,  $b_i$  и  $w_i$  ( $1 \leq a_i, b_i \leq n$ ;  $-10^9 \leq w_i \leq 10^9$ ) — номер вершины, из которой исходит ребро, номер вершины, в которую входит ребро, и вес ребра.

### Выходные данные

Если нельзя оставить подмножество ребер так, чтобы из вершины с номером 1 можно было добраться до любой другой, в единственной строке выведите «NO».

Иначе, в первой строке выведите «YES», а во второй строке выведите минимальную возможную сумму весов ребер, которых необходимо оставить.

### Входные данные

2 1  
2 1 10

### Выходные данные

NO

### Входные данные

4 5  
1 2 2  
1 3 3  
1 4 3  
2 3 2  
2 4 2

### Выходные данные

YES  
6