



Bachelorarbeit

Hardware/Software Codesign

Julian-Benedikt Scholle
19. April 2014

Betreuer

Dr. Ing. Sebastian Zug
Dipl.-Inform Christoph Steup

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Anforderungsanalyse	7
3	Stand der Technik	9
4	Motorstrommessung am Shunt	11
4.1	Problem	11
4.2	Prinzip der Strommessung	11
4.3	Anforderungen	11
4.4	Dimensionierung des Verstärkers	12
4.5	Anforderungen an den Filter	12
4.6	Dimensionierung des Filters	13
4.6.1	Butterworth	13
4.6.2	Bestimmung der Grenzfrequenz	13
4.6.3	Tschebyscheff	16

1

Einleitung

2

Anforderungsanalyse

3

Stand der Technik

4

Motorstrommessung am Shunt

4.1 Problem

An einem mit PWM angesteuertem DC-Motor soll eine Strommessung mit Hilfe eines Shuntwiderstandes durchgeführt werden. Aufgrund der PWM Ansteuerung muss der DC-Anteil aus dem Signal herausgefiltert werden!

4.2 Prinzip der Strommessung

Die Messspannung wird über einen Shuntwiderstand zur Masse gemessen! Aufgrund nicht vorhandener Datenblätter des Motors wird von einem Experimentel Ermittelten maximalen Strom des Motors ausgegangen. Dieser beträgt bei einer Betriebsspannung von 20V ca. 20A. Da einen Shunt mit einer maximalen Belastbarkeit von 2 Watt eingesetzt wird, darf der maximale Spannungsabfall am Shunt 100mV nicht überschreiten. Nach dem Ohmschen Gesetz ergibt sich dadurch ein Widerstand von $0,005\Omega$ für den Shunt. Shuntwiderstände in der Größe sind problemlos zu bekommen. Da es sich hier um eine Worst Case Rechnung handelt, wird der zusätzliche Widerstand des Shuntwiderstandes und der damit verringerte Strom bewusst ignoriert.

Die über den Shuntwiderstand gemessene Spannung soll über den ADC Eingang des Mikrocontrollers eingelesen werden. Vorher jedoch muss das Signal gefiltert werden, da der Strom durch die Ansteuerung mittels der Pulsweitenmodulation nicht konstant ist!

4.3 Anforderungen

Der maximale Ripple des Endsignals sollte kleiner sein als der Quantisierungsfehler des ADC.

Der ADC arbeitet mit einer Auflösung von 10 Bit und einer Referenz-

spannung von 5V. Der maximale Ripple ΔU_{pp} des Endsignals sollte also kleiner sein als $\frac{5V}{1024} = 4,88mV$. Daraus Resultiert eine möglichst hohe Filterordnung bzw. eine niedrige Grenzfrequenz. U_{DC} soll einer Änderung des Mittelwertes, also einer Änderung des Tastverhältnisses, möglichst schnell folgen. Diese Anforderung widerspricht der Voherigen so das ein Kompromiss gefunden werden muss.

4.4 Dimensionierung des Verstärkers

In bisherigen Rechnungen wurde ein maximaler Spannungsabfall von 100mV am Shunt errechnet. Da der Messbereich des voll ADC ausgenutzt werden soll, ist es nötig das Messsignal zu verstärken. Hierzu wir ein Nichtinvertierender Verstärker benutzt. Da der Messbereich des ADC bis 5V reicht, wird hier eine 50 fache Verstärkung angestrebt.

Für einem Nichtinvertierenden Verstärker ergibt sich dann:

$$v = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$50 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$49 \cdot R_1 = R_2$$

Wobei z.B. $R_1 = 47k\Omega$ und $R_2 = 1k\Omega$ gewählt werden kann, was eine Verstärkung von 48 ergibt

4.5 Anforderungen an den Filter

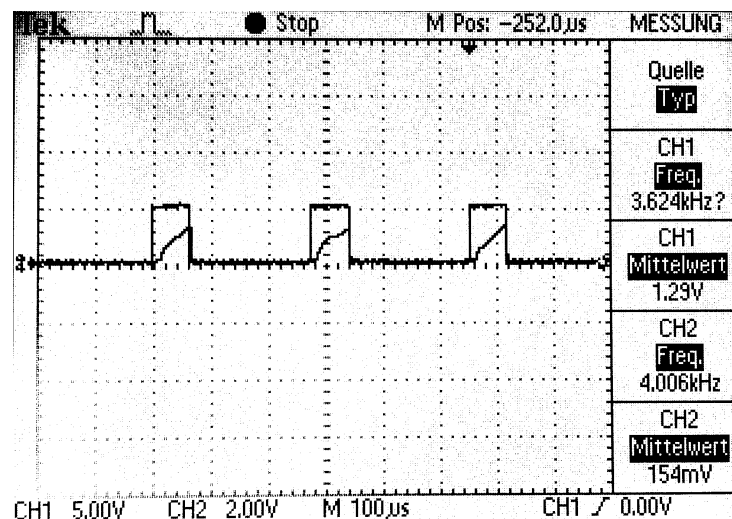


Abbildung 4.1: Spannung am Shunt + PWM

Da dem Messsignal wie in Abbildung 4.1 zu erkennen, die PWM Frequenz zu Grunde liegt wird sich bei der Dimensionierung des Filters einer Idee nach [1] bedient, nach der die maximale Amplitude des Ripples der Grundschiwingung bei einem Tastverhältnis von 0,5 entspricht. Die Amplitude der Grunschwingung ergibt sich aus dem ersten Koeffizienten

der Fourierreihe einer Rechteckschwingung.

$$A_1 = K \cdot \frac{1}{\pi} [\sin(\pi p) - \sin(2\pi(1 - \frac{p}{2}))] \quad (4.1)$$

Wobei p dem Tastverhältnis und K der maximale Amplitude des Ursprungssignals entspricht [1]. K entspricht den errechneten 100mV multipliziert mit dem Verstärkungsfaktor 50, also 5V und p wird zu 0,5 angenommen. Mit (4.1) ergibt sich für die Amplitude der Grundschiwingung $A_1 = K \cdot \frac{2}{\pi} = 3,183V$. A_1 soll auf $< 4,88mV$ gedämpft werden. Als Sperrfrequenz Ω_s wird hier die PWM Frequenz angesetzt für $H(\omega = 2\pi f_{PWM})$ gilt also:

$$H(\omega = 2\pi f_{PWM}) \leq \frac{4,88mV}{3,183V} \hat{=} 20 \cdot \log(\frac{4,88mV}{3,183V}) = -56,3dB \quad (4.2)$$

Da das Projekt möglichst kostensparend durchgeführt werden soll, also Bauteilsparend, wird an dieser Stelle von den üblichen Konventionen zur dimensionierung von Filtern abgewichen. Statt eine fixe Grenzfrequenz festzulegen und die benötigte Filterordnung zu bestimmen, wird die Filterordnung vorgegeben und die Grenzfrequenz variiert.

4.6 Dimensionierung des Filters

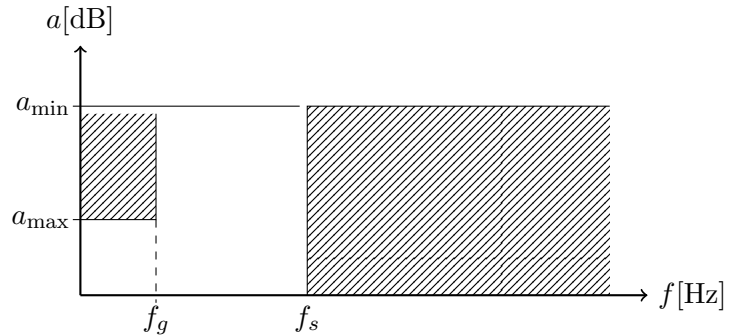


Abbildung 4.2: Tiefpass
Toleranzfeld

Für unsere Schaltung wird ein Sallen Key Tiefpass 2. Ordnung entworfen. Für die PWM-Frequenz f_{PWM} werden 3,9kHz angenommen. Die Sperrfrequenz entspricht der PWM Frequenz, also der Frequenz unserer Grundschiwingung. Ω entspricht der mit der Grenzfrequenz normierten Frequenz $\Omega = \frac{f}{f_g}$. Nach (4.2) ergibt sich für Abbildung 4.2 $f_s = f_{PWM} = 3,9kHz$, $a_{min} = 56,3dB$ und a_{max} wird auf 3dB festgelegt.

4.6.1 Butterworth

4.6.2 Bestimmung der Grenzfrequenz

$$n \geq \frac{\log \sqrt{\frac{e^{2a_{min}} - 1}{e^{2a_{max}} - 1}}}{\log \Omega_s} \quad (4.3)$$

Die Filterordnung nach Butterworth wird nach (4.3) bestimmt. Umgestellt nach Ω_s ergibt sich:

$$\Omega_s \leq \left(\frac{e^{2a_{min}} - 1}{e^{2a_{max}} - 1} \right)^{\frac{1}{2n}} \quad (4.4)$$

Für die Berechnung der Sperrfrequenz Ω_s müssen a_{min} und a_{max} in Neper umgerechnet werden. Wobei:

$$1\text{dB} = \frac{\ln 10}{20} \text{Np} = 0,115129255 \text{Np}$$

Damit ergibt sich für $a_{min} = 56,3\text{dB} \cdot \frac{\ln 10}{20} = 6,48 \text{Np}$ und für $a_{max} = 3\text{dB} \cdot \frac{\ln 10}{20} = 0,345 \text{Np}$. Die Filterordnung wird auf 2 festgelegt.

$$\Omega_s \leq \left(\frac{e^{2 \cdot 6,48 \text{Np}} - 1}{e^{2 \cdot 0,345 \text{Np}} - 1} \right)^{\frac{1}{2n}} = 35,8 \quad (4.5)$$

Die Grenzfrequenz f_g ergibt sich jetzt aus:

$$\frac{f_s}{\Omega_s} \leq \frac{3,9 \text{kHz}}{35,8} = 108,8 \text{Hz} \quad (4.6)$$

Filterentwurf

Im vorherigen Abschnitt wurde berechnet dass die Grenzfrequenz der Filters kleiner als 108,8Hz sein muss. Im Folgenden wird nun ein Sallen-Key Filter 2. Ordnung mit einer Grenzfrequenz von 100Hz entworfen.

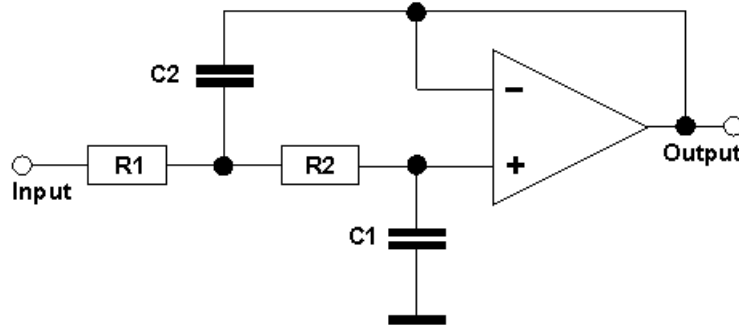


Abbildung 4.3: Sallen-Key Tiefpass

Die Allgemeine Filterübertragungsfunktion lautet:

$$A(P) = \frac{A_0}{1 + c_1 P + c_2 P^2 + \dots + C_n P^n} \quad (4.7)$$

Die Übertragungsfunktion eines Sallen-Key Tiefpasses lautet:

$$A(P) = \frac{1}{1 + \omega_g(R_1 C_1 + R_2 C_1)P + \omega_g^2 R_1 R_2 C_1 C_2 P^2}$$

Zur vereinfachung setzen wir $R_1 = R_2 = R$. Die Übertragungsfunktion lautet dann:

$$A(P) = \frac{1}{1 + 2\omega_g R C_1 P + \omega_g^2 R^2 C_1 C_2 P^2} \quad (4.8)$$

Mit (4.7) und (4.8) ergeben sich die Filterkoeffizienten. Sie lassen sich nach Butterworth ($a_{max} = 3dB$) den üblichen Tabellen entnehmen und müssen nicht extra berechnet werden. Sie lauten für einen Filter 2. Ordnung:

$$c_1 = 2\omega_g RC_1$$

$$c_1 = 1,4142$$

$$c_2 = \omega_g^2 R^2 C_1 C_2$$

$$c_2 = 1$$

Nun werden die Filterkoeffizienten nach den Kapazitäten aufgelöst. R ist dabei frei wählbar und wird auf $1k\Omega$ gesetzt

$$c_1 = 2\omega_g RC_1$$

$$C_1 = \frac{c_1}{2\omega_g R}$$

$$C_1 = \frac{1,4142}{4\pi \cdot 100\text{Hz} \cdot 1000\Omega}$$

$$C_1 = 1,125\mu\text{F}$$

$$c_2 = \omega_g^2 R^2 C_1 C_2$$

$$C_2 = \frac{c_2}{\omega_g^2 R^2 C_1}$$

$$C_2 = \frac{1}{(2\pi \cdot 100\text{Hz})^2 \cdot 1000^2 \Omega \cdot 1,125\mu\text{F}}$$

$$C_2 = 2,25\mu\text{F}$$

Kondensatoren die den Größen am ehesten entsprechen sind $1,2\mu\text{F}$ und $2,2\mu\text{F}$, weshalb diese Größen für die Nachfolgende Simulation genutzt werden.

Simulation

Für die Simulation der Schaltung wurden Ideale Operationsverstärker verwendet. Das Testsignal ist eine Rechteckschwingung mit dem Tastverhältnis 0,5 und einer Frequenz von 3,9kHz.

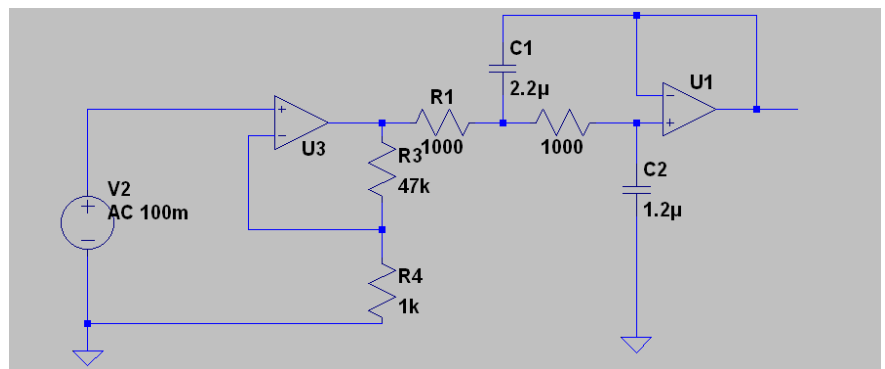


Abbildung 4.4: Schaltung in LT-Spice

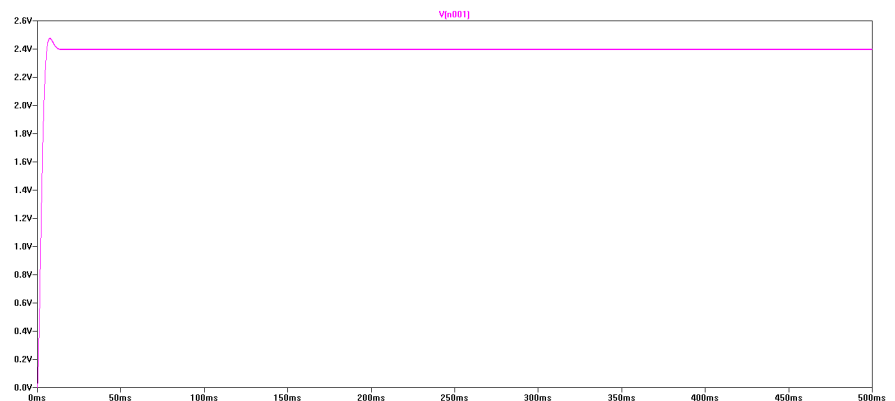


Abbildung 4.5:
Simulationsergebnis des
Butterworth-Filters

Wie man am Folgenden Diagramm sehen kann liegt der Ripple unter den geforderten 4,88mV, bei ca 3,3mV und entspricht damit den Anforderungen

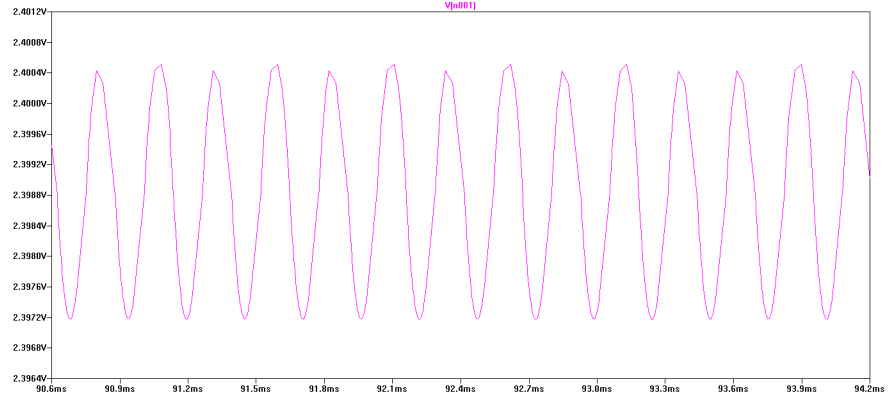


Abbildung 4.6: Ripple des Butterworth-Filters

4.6.3 Tschebyscheff

Bestimmung der Grenzfrequenz

$$n \geq \frac{\operatorname{arcosh} \ln \sqrt{\frac{e^{2a_{\min}} - 1}{e^{2a_{\max}} - 1}}}{\operatorname{arcosh} \ln \Omega_s} \quad (4.9)$$

Die Filterordnung nach Tschebyscheff wird nach (4.9) bestimmt. Umgestellt nach Ω_s ergibt sich:

$$\Omega_s \leq \exp \left(\cosh \left(\frac{\operatorname{arcosh} \ln \sqrt{\frac{e^{2a_{\min}} - 1}{e^{2a_{\max}} - 1}}}{n} \right) \right) \quad (4.10)$$

Für die Berechnung der Sperrfrequenz Ω_s müssen a_{\min} und a_{\max} wieder Neper umgerechnet werden. Es ergibt sich für $a_{\min} = 56,3dB \cdot \frac{\ln 10}{20} = 6,48Np$ und für $a_{\max} = 3dB \cdot \frac{\ln 10}{20} = 0,345Np$. Die Filterordnung wird erneut auf 2 festgelegt.

$$\Omega_s \leq \exp \left(\cosh \left(\frac{\operatorname{arcosh} \ln \sqrt{\frac{e^{2 \cdot 6,48Np} - 1}{e^{2 \cdot 0,345Np} - 1}}}{2} \right) \right) = 6,92 \quad (4.11)$$

Die Grenzfrequenz f_g ergibt sich jetzt aus:

$$\frac{f_s}{\Omega_s} \leq \frac{3,9kHz}{6,92} = 563,6Hz \quad (4.12)$$

Filterentwurf

Im vorherigen Abschnitt wurde berechnet dass die Grenzfrequenz der Filters für eine Tschebyscheff abstimmung kleiner als 563,6Hz sein muss. Im Folgenden wird nun ein Sallen-Key Filter 2. Ordnung mit einer Grenzfrequenz von 550Hz entworfen.

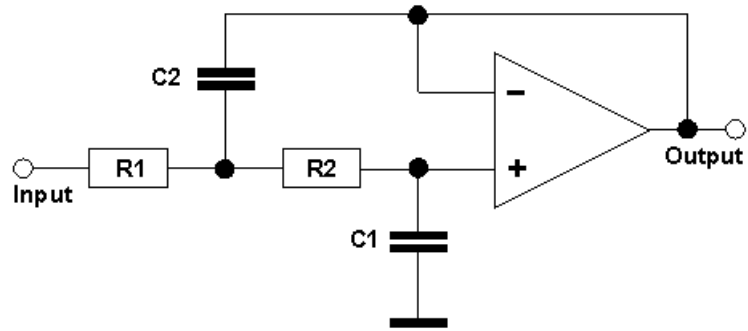


Abbildung 4.7: Sallen-Key
Tiefpass

Mit (4.7) und (4.8) ergeben sich die Filterkoeffizienten. Sie lassen sich nach Tschebyscheff ($a_{max} = 3dB$) den üblichen Tabellen entnehmen und müssen nicht extra berechnet werden. Sie lauten für einen Filter 2. Ordnung:

$$\begin{aligned} c_1 &= 2\omega_g RC_1 & c_2 &= \omega_g^2 R^2 C_1 C_2 \\ c_1 &= 0,91082 & c_2 &= 1,41279 \end{aligned}$$

Nun werden die Filterkoeffizienten nach den Kapazitäten aufgelöst. R ist dabei frei wählbar und wird auf $1k\Omega$ gesetzt

$$\begin{aligned} c_1 &= 2\omega_g RC_1 & c_2 &= \omega_g^2 R^2 C_1 C_2 \\ C_1 &= \frac{c_1}{2\omega_g R} & C_2 &= \frac{c_2}{\omega_g^2 R^2 C_1} \\ C_1 &= \frac{0,91082}{4\pi \cdot 550\text{Hz} \cdot 1000\Omega} & C_2 &= \frac{1,41279}{(2\pi \cdot 550\text{Hz})^2 \cdot 1000^2\Omega \cdot 0,1317\mu\text{F}} \\ C_1 &= 0,1317\mu\text{F} & C_2 &= 0,898\mu\text{F} \end{aligned}$$

Kondensatoren die den Größen am ehesten entsprechen sind $0,82\mu\text{F}$ und $0,12\mu\text{F}$, weshalb diese Größen für die Nachfolgende Simulation genutzt werden.

Simulation

Die Schaltung entspricht die der Simulation für einen Butterworth-Filter. Das Testsignal ist eine Rechteckschwingung mit dem Tastverhältnis 0,5 und einer Frequenz von 3,9kHz.

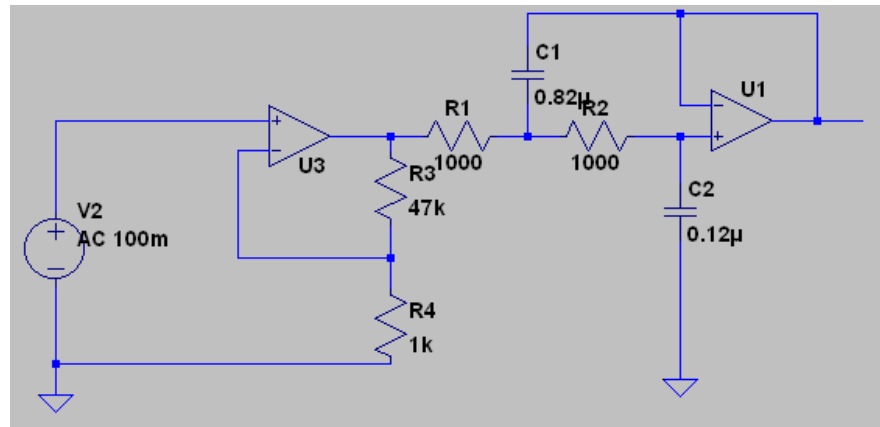


Abbildung 4.8: Schaltung in LTSpice

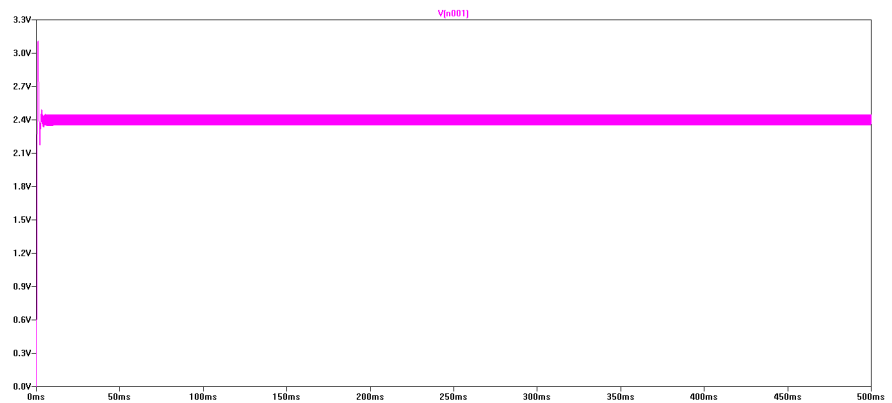


Abbildung 4.9: Simulationsergebnis des Tschebyscheff-Filters

Wie man am Folgenden Diagramm sehen kann liegt der Ripple weit über den geforderten 4,88mV und entspricht damit nicht Anforderungen, sodass der Tschebyscheff-Filter in dieser Form nicht für unsere Anwendung geeignet ist. Eventuell würde ein kleineres a_{max} ein besseres Ergebnis liefern. Da die Abstimmung nach Butterworth jedoch den Anforderungen bereits genügt wird an dieser Stelle darauf verzichtet.

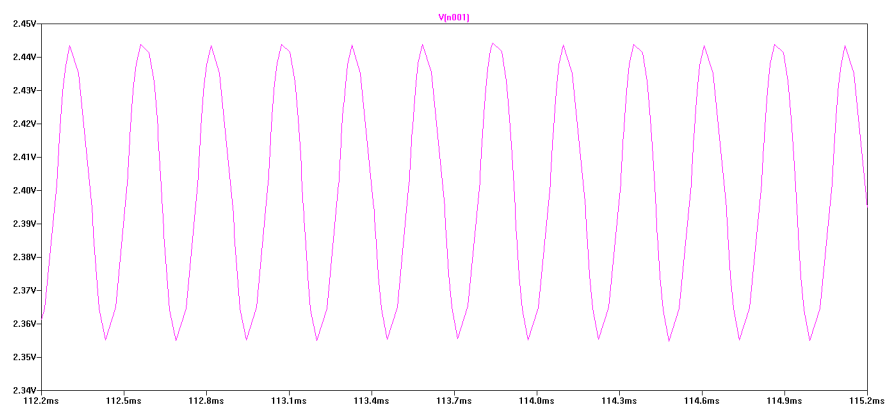


Abbildung 4.10: Ripple des Tschebyscheff-Filters

Finaler Entwurf

Übertragungsfunktion eines Sallen-key Tiefpasses

$$A(P) = \frac{A_0}{1 + \omega_g(R_2C_2 + R_1C_2 + R_1C_2(1 - A_0))P + \omega_g^2 R_1R_2C_1C_2P^2}$$

mit

$$A_0 = \frac{R_6}{R_5} - 1$$

$$A(P) = \frac{A_0}{1 + \frac{1}{\omega_g \Omega_P Q_P} s + \frac{1}{\omega_g^2 \Omega_P^2} s^2}$$

- [1] David M. Alter. Using pwm output as a digital-to-analog converter on a tms320f280x digital signal controller. Technical report, Texas Instruments, 2008.