

 [n](#)   [prev](#)

**Seguinte:** [Avaliação da qualidade de](#) **Acima:** [Probabilidade](#) **Anterior:** [Definição frequentista](#)

## Probabilidade condicional

A probabilidade de um evento A ocorrer, dado que um outro evento B ocorreu, é chamada probabilidade condicional do evento A dado B.

Por exemplo, a probabilidade de que uma pessoa venha a contrair AIDS dado que ele/ela é um usuário de drogas injetáveis é uma probabilidade condicional.

Um outro exemplo, é um estudo sobre panfletos de supermercado, em que deseja-se calcular a probabilidade de que um panfleto de propaganda seja jogado no lixo dado que contém uma mensagem sobre o cuidado de depositar lixo no lixo.

Um terceiro exemplo, é uma frase que ocorrerá repetidamente neste material: "Se a hipótese nula for verdadeira, a probabilidade de se obter um resultado como este é ...". Aqui a palavra se substitui a palavra dado que, mas o sentido é o mesmo.

Com dois eventos, A e B, a probabilidade condicional de A dado B é denotada por  $P(A|B)$ , por exemplo,  $P(\text{AIDS}|\text{usuário de drogas})$  ou  $P(\text{lixo}|\text{mensagem})$ .

Exemplo 2: Frequentemente assumimos, com alguma justificativa, que a paternidade leva a responsabilidade. Pessoas que passam anos atuando de maneira descuidadosa e irracional de alguma forma parecem se tornar em pessoas diferentes uma vez que elas se tornam pais, mudando muitos dos seus antigos padrões habituais. Suponha que uma estação de rádio tenha amostrado 100 pessoas, 20 das quais tinham crianças. Eles observaram que 30 dessas pessoas usavam cinto de segurança, e que 15 daquelas pessoas tinham crianças. Os resultados são mostrados na Tabela 12.

**Tabela 12:** Relação entre paternidade e uso de cinto de segurança.

Paternidade	Usam cinto	Não usam cinto	Total
Com crianças	15	5	20
Sem crianças	15	65	80
Total	30	70	100

A partir da informação na Tabela 12 podemos calcular probabilidades simples (ou marginais ou incondicionais), conjuntas e condicionais.

- A probabilidade de uma pessoa amostrada aleatoriamente usar cinto de segurança é  $30/100=0,30$ .

- A probabilidade de uma pessoa ter criança e usar cinto de segurança é  $15/100=0,15$ .
- A probabilidade de uma pessoa usar cinto de segurança dado que tem criança é  $15/20=0,75$ .
- A probabilidade de uma pessoa ter criança dado que usa cinto de segurança é  $15/30=0,50$ .

A probabilidade condicional também pode ser obtida por:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Esta expressão pode ser reescrita como:

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B)$$

A probabilidade do evento  $\bar{A}$  (complementar de A) dado que o evento B ocorreu, isto é,  $P(\bar{A}|B)$ , é expressa por:

$$P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B)$$

Os eventos A e B são independentes se o fato de um deles ter ocorrido não altera a probabilidade da ocorrência do outro, isto é,

$$P(A|B) = P(A) \quad \text{ou} \quad P(B|A) = P(B)$$

Da regra da multiplicação temos:

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(A)P(B)$$

Exemplo 3: Considerando o Exemplo 1

a.

Qual a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso da população ter olhos azuis dado que possui cabelos loiros?

$$P(A|L) = \frac{P(A \cap L)}{P(L)} = \frac{1768/6800}{2829/6800} = \frac{1768}{2829} = 0,6250$$

Observe que quando condicionamos em  $L$ , restringimos o espaço amostral ao conjunto das pessoas loiras. Note que  $P(A) = 0,4134 < P(A|L) = 0,6250$  e que os eventos A e L não são independentes pois  $P(A|L) \neq P(A)$ .

b.

Qual a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso da população não ter cabelos loiros dado que tem olhos castanhos?

$$P(\bar{L}|C) = 1 - P(L|C) = 1 - \frac{115/6800}{857/6800} = 1 - 0,1342 = 0,8658$$

Exemplo 4: Um casal possui 2 filhos sendo que pelo menos um deles é do sexo masculino. Qual é a probabilidade de que ambos sejam do sexo masculino?

Define-se os eventos  $M = \{\text{criança do sexo masculino}\}$  e  $F = \{\text{criança do sexo feminino}\}$ . Logo, deseja-se obter a probabilidade de que ambos sejam do sexo masculino dado que pelo menos um é do sexo masculino.

$$P(MM|\text{pelo menos um } M) = P(MM)/P(MF \cup FM \cup MM) = (1/4)/(3/4) = 1/3$$


---

 [n](#)   [prev](#)

**Seguinte:** [Avaliação da qualidade de](#) **Acima:** [Probabilidade](#) **Anterior:** [Definição frequentista](#)

*silvia 2012-09-20*