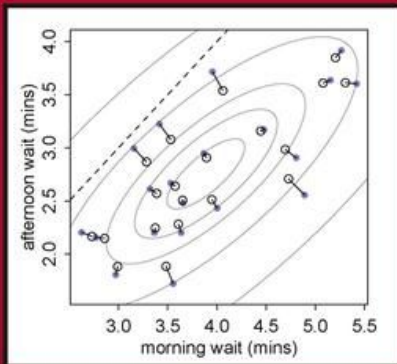

Introdução à Inferência Bayesiana

Quase sem equações

Texts in Statistical Science

Statistical Rethinking

A Bayesian Course with
Examples in R and Stan

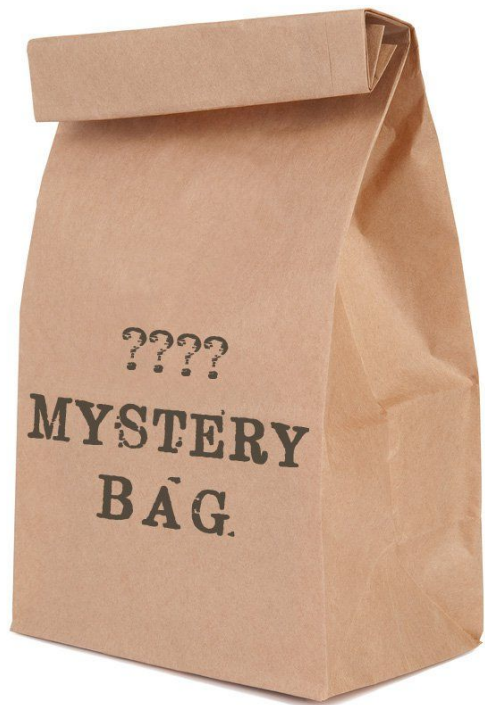


Richard McElreath

 **CRC Press**
Taylor & Francis Group
A CHAPMAN & HALL BOOK

- <http://xcelab.net/rm/statistical-rethinking/>
- <https://www.amazon.com/Statistical-Rethinking-Bayesian-Examples-Chapman/dp/1482253445>
- <https://www.github.com/rmcelreath/rethinking>

Experimento



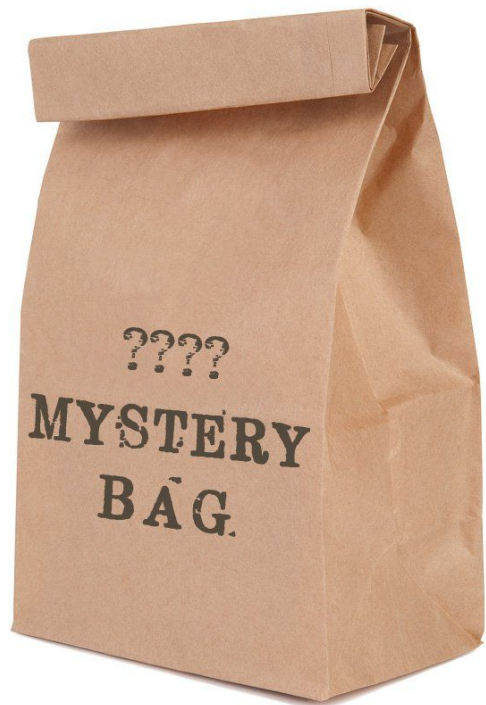
Sacola tem quatro bolas, que podem ser de dois tipos:



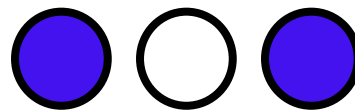
Então temos 5 possibilidades:

(1) [○○○○], (2) [●○○○], (3) [●●○○], (4) [●●●○], (5) [●●●●]

Experimento



Sorteio com reposição



Dados observados

Mapeando possibilidades

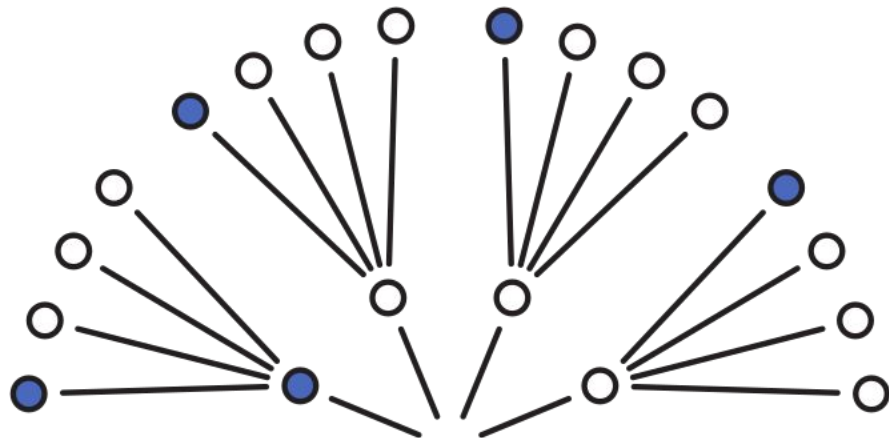
Vamos explorar a hipótese que a sacola tem a composição:



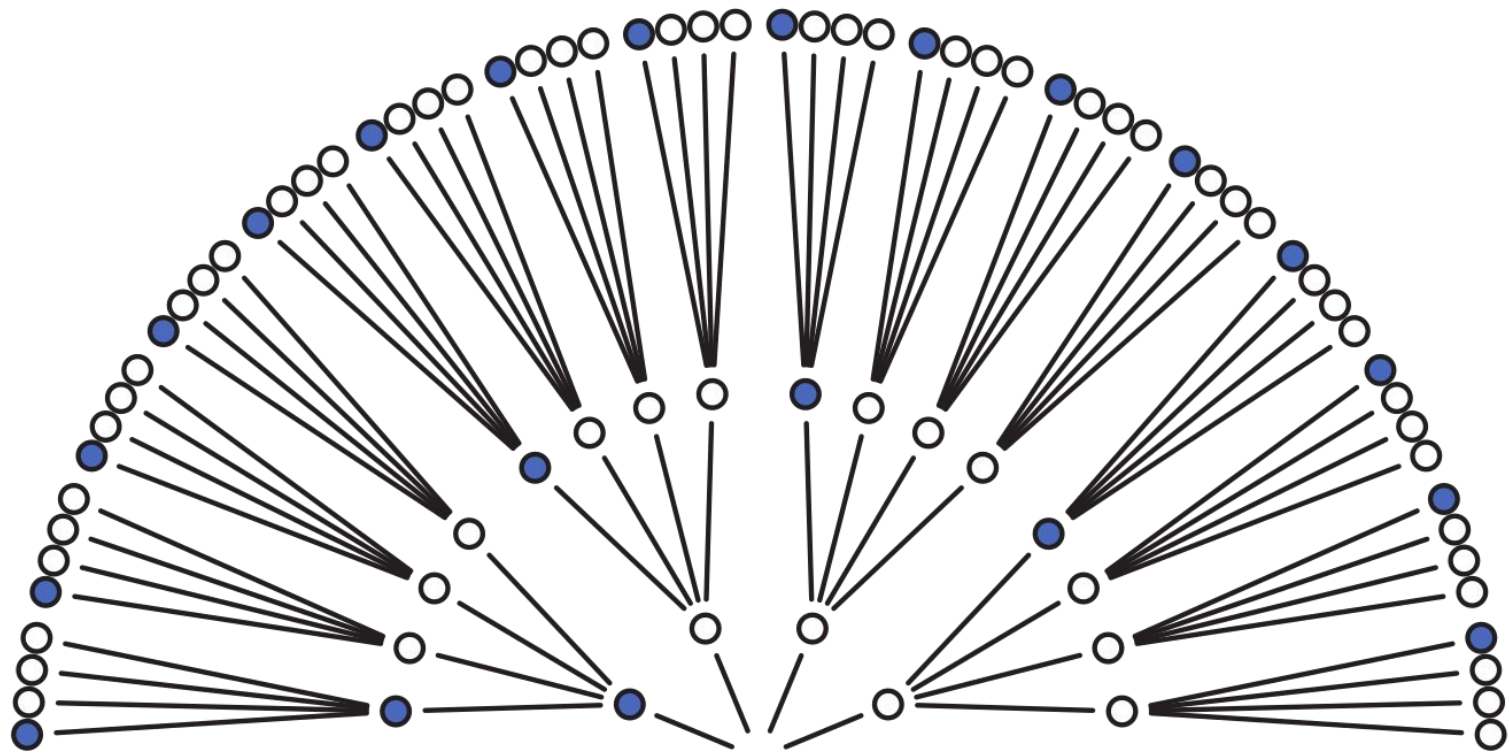
Um sorteio:



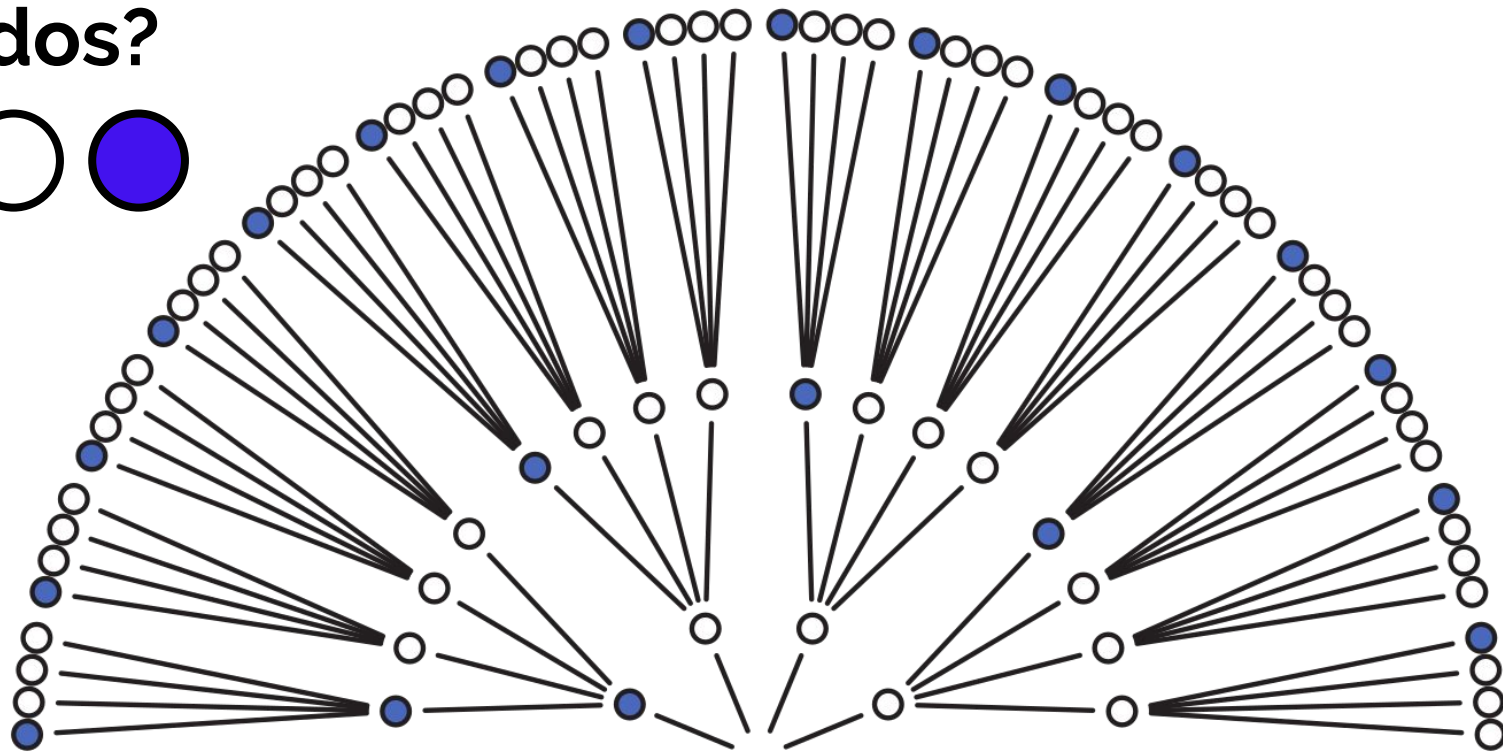
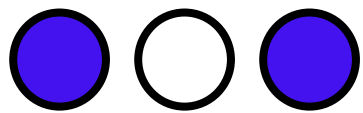
Dois sorteios



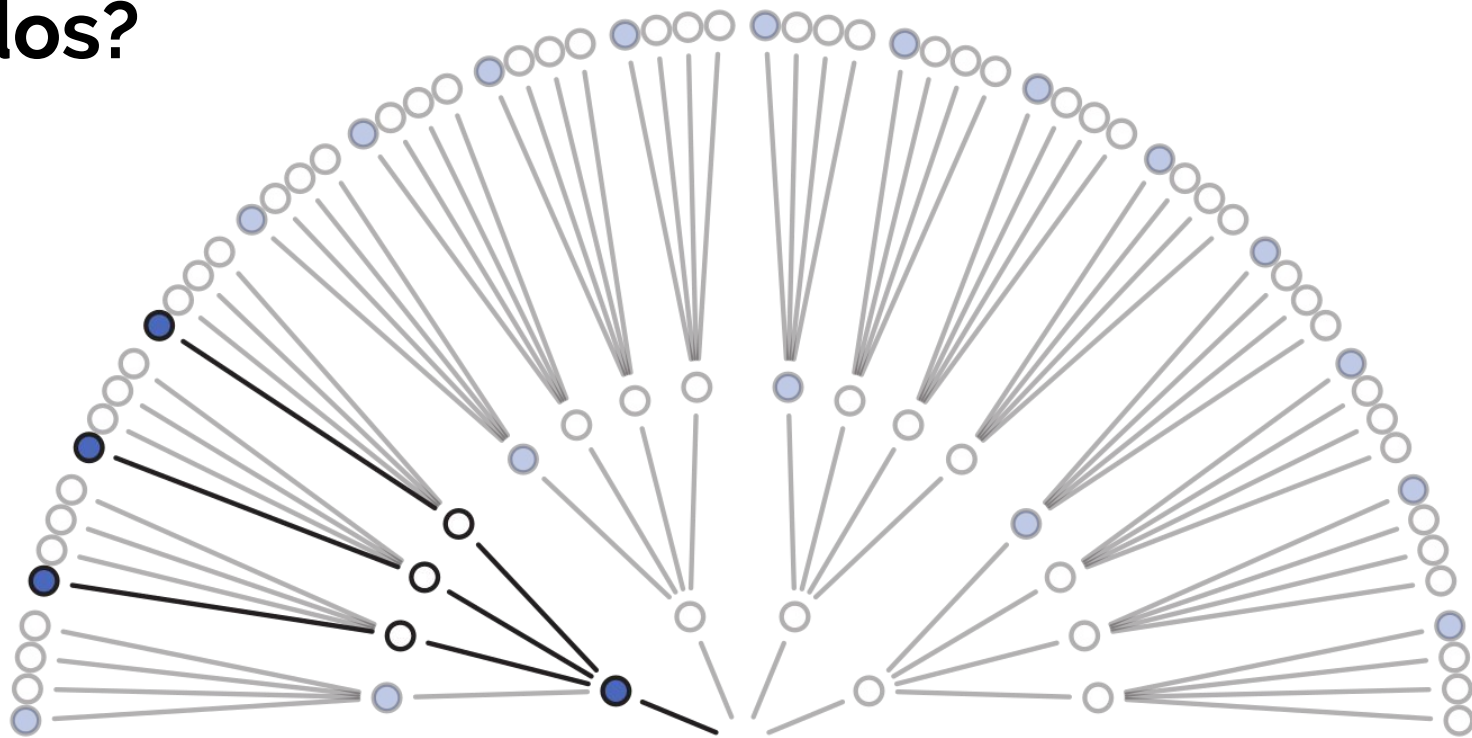
Três sorteios



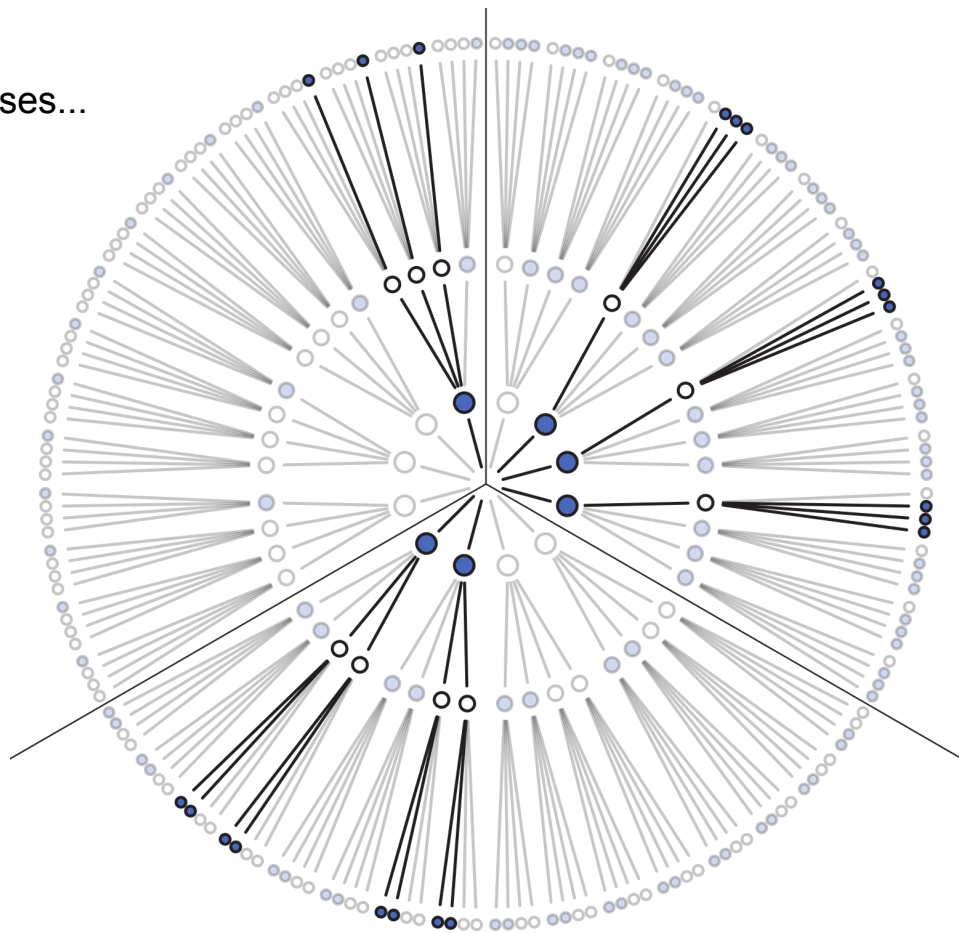
Quais possibilidades são compatíveis com os dados?



Quais possibilidades são compatíveis com os dados?

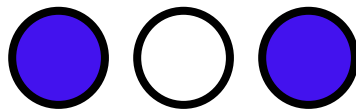


Incluindo as outras hipóteses...

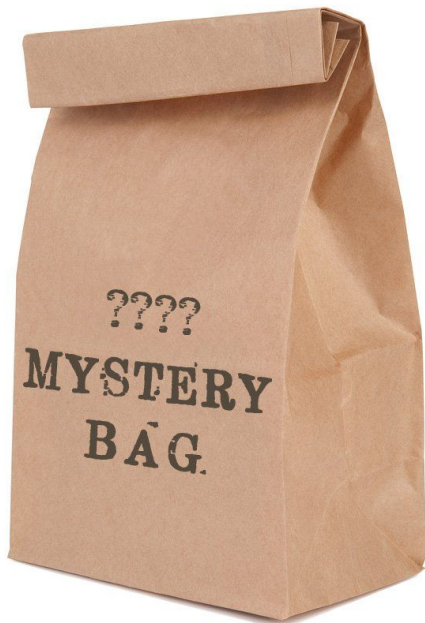


Conjecture	Ways to produce ●○●
[○○○○]	$0 \times 4 \times 0 = 0$
[●○○○]	$1 \times 3 \times 1 = 3$
[●●○○]	$2 \times 2 \times 2 = 8$
[●●●○]	$3 \times 1 \times 3 = 9$
[●●●●]	$4 \times 0 \times 4 = 0$

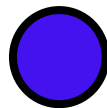
Aprendemos alguma coisa...



... vamos continuar o experimento



Sorteio com reposição



Juntando a informação anterior com a nova

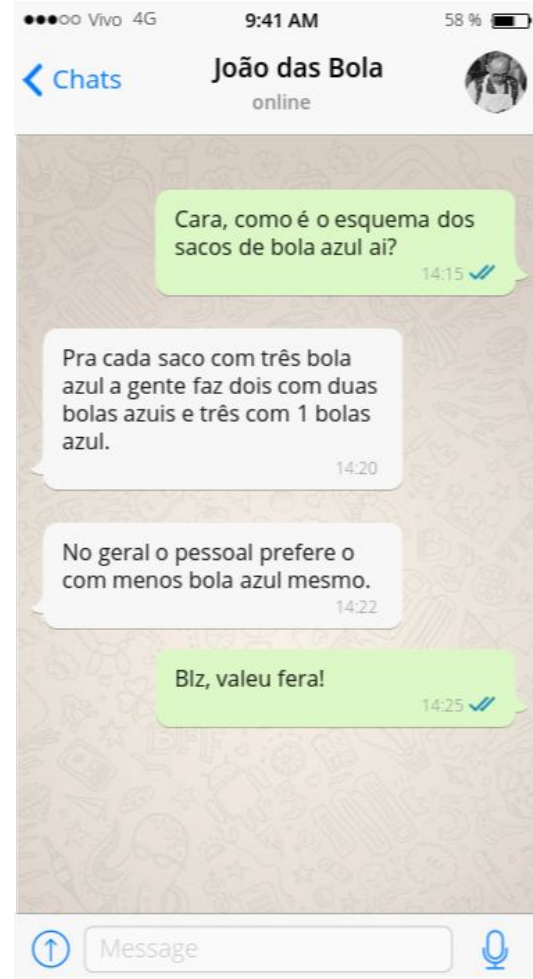
Conjecture	Ways to produce ●	Previous counts	New count
[○○○○○]	0	0	$0 \times 0 = 0$
[●○○○○]	1	3	$3 \times 1 = 3$
[●●○○○]	2	8	$8 \times 2 = 16$
[●●●○○]	3	9	$9 \times 3 = 27$
[●●●●○]	4	0	$0 \times 4 = 0$

**E se a informação sobre as
hipóteses vier de outro lugar?**

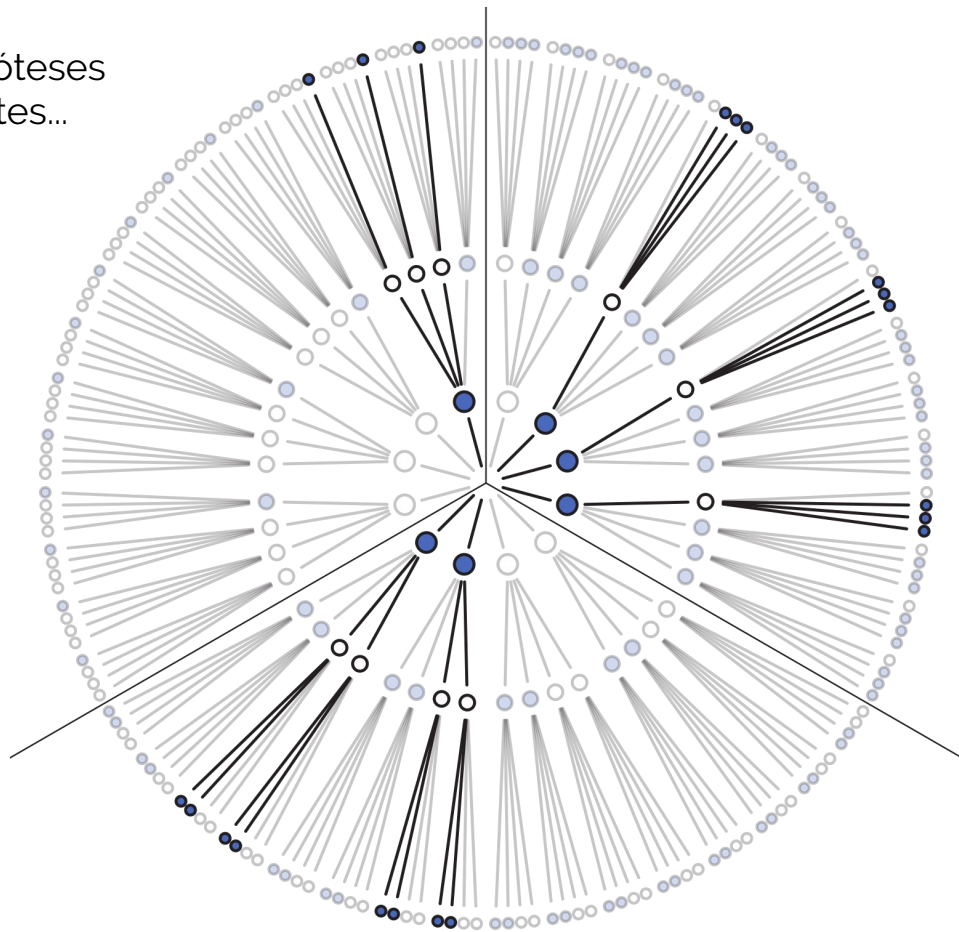
E se a informação sobre as hipóteses vier de outro lugar?



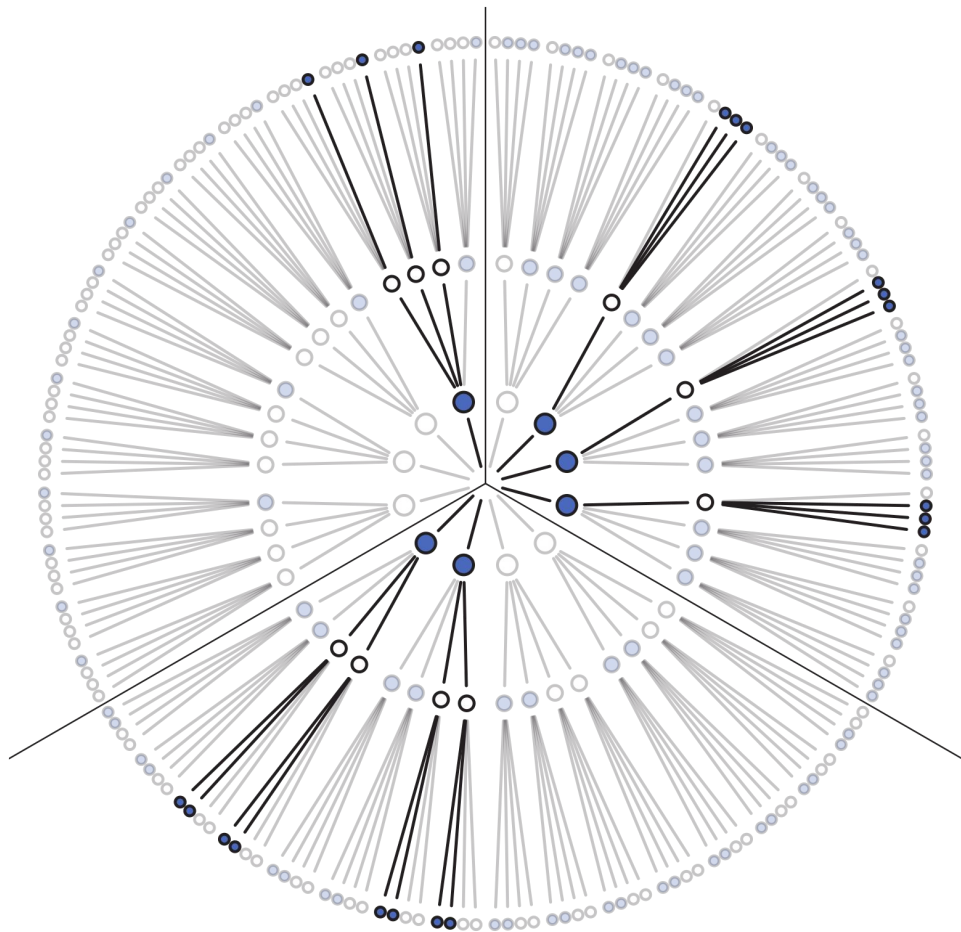
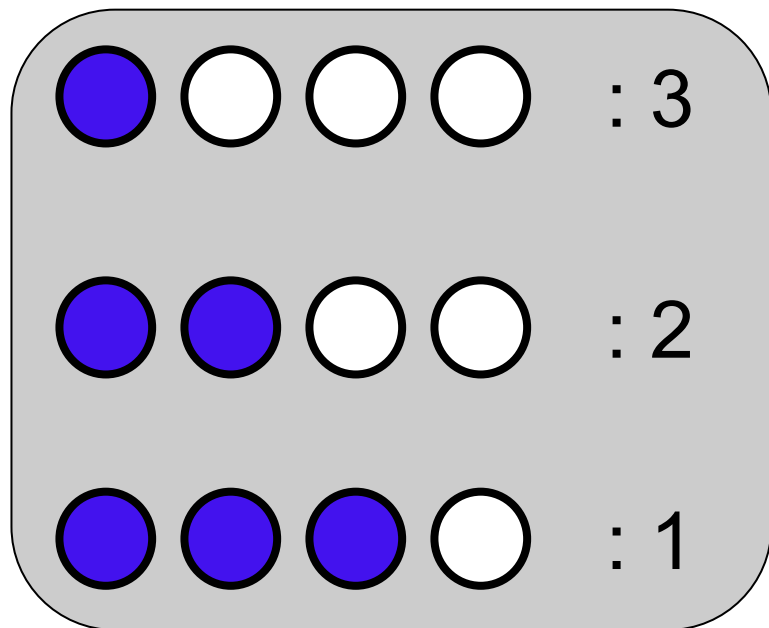
E se a informação sobre as hipóteses vier de outro lugar?

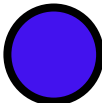
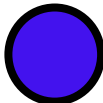


Assumimos que as hipóteses
iniciais eram equivalentes...



Proporção na fábrica



Proporção na fábrica + os dados:    

Conjecture	Prior count	Factory count	New count
[○○○○]	0	0	$0 \times 0 = 0$
[●○○○]	3	3	$3 \times 3 = 9$
[●●○○]	16	2	$16 \times 2 = 32$
[●●●○]	27	1	$27 \times 1 = 27$
[●●●●]	0	0	$0 \times 0 = 0$

De contagens para plausibilidades

Plausibilidade de



dado que observei



De contagens para plausibilidades

Plausibilidade de



dado que observei



\propto

Número de caminhos que



geram



De contagens para plausibilidades

Plausibilidade de



dado que observei



∞

Número de caminhos que



geram



\times

Plausibilidade anterior de



Usando parâmetros para representar hipóteses

P = proporção de bolas azuis



No primeiro caso ●○○●

Possible composition	p	Ways to produce data	Plausibility
[○○○○]	0	0	0
[●○○○]	0.25	3	0.15
[●●○○]	0.5	8	0.40
[●●●○]	0.75	9	0.45
[●●●●]	1	0	0

Juntando tudo...

Possible composition	p	Ways to produce data	Plausibility
[○○○○]	0	0	0
[●○○○]	0.25	3	0.15
[●●○○]	0.5	8	0.40
[●●●○]	0.75	9	0.45
[●●●●]	1	0	0

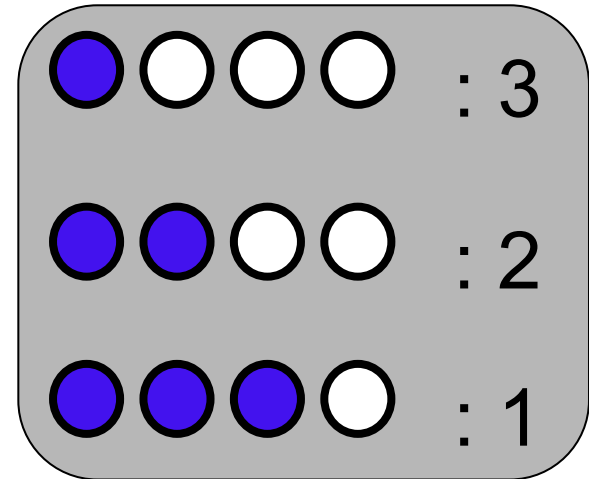
Plausibilidade de P depois dos dados = # caminhos que P produz os dados x plausibilidade anterior de P

Soma do produtos

Plausibilidade de $P = 0.25$

$$P(\theta = 0.25|[A, B, A]) \propto P([A, B, A]|\theta = 0.25) \times P(\theta = 0.25)$$

Possible composition	p	Ways to produce data	Plausibility
[○○○○]	0	0	0
[●○○○]	0.25	3	0.15
[●●○○]	0.5	8	0.40
[●●●○]	0.75	9	0.45
[●●●●]	1	0	0



Teorema de Bayes

$$P(\theta|y) = \frac{P(y|\theta)P(\theta)}{\sum_{\theta} P(y|\theta)P(\theta)}$$

$$P\left(\begin{array}{c} \text{I'M NEAR} \\ \text{THE OCEAN} \end{array} \middle| \begin{array}{c} \text{I PICKED UP} \\ \text{A SEASHELL} \end{array}\right) =$$
$$\frac{P\left(\begin{array}{c} \text{I PICKED UP} \\ \text{A SEASHELL} \end{array} \middle| \begin{array}{c} \text{I'M NEAR} \\ \text{THE OCEAN} \end{array}\right) P\left(\begin{array}{c} \text{I'M NEAR} \\ \text{THE OCEAN} \end{array}\right)}{P\left(\begin{array}{c} \text{I PICKED UP} \\ \text{A SEASHELL} \end{array}\right)}$$



STATISTICALLY SPEAKING, IF YOU PICK UP A SEASHELL AND *DON'T* HOLD IT TO YOUR EAR, YOU CAN PROBABLY HEAR THE OCEAN.

Construindo um modelo



Qual será a proporção de água na superfície da terra?

Construindo um modelo



Construindo um modelo



Construindo um modelo



Motivação do modelo

1. A proporção de água na superfície da terra é p
2. Cada satélite que cai tem probabilidade p de cair na água e $(1-p)$ de cair na terra
3. Cada observação é independente da anterior

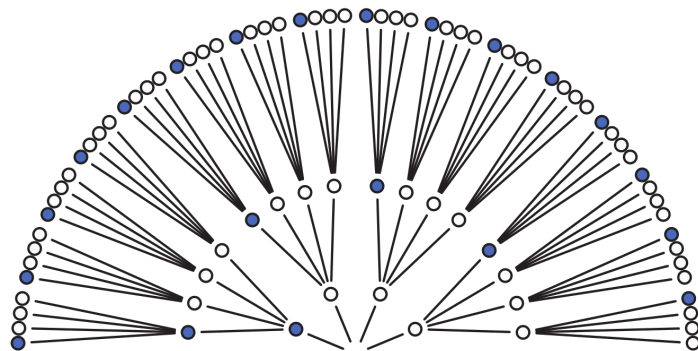
Resultado:

$$y = \text{WLW} \text{WWLWLW}$$

Plausibilidade dos dados

$$P(w|n, p) = \frac{n!}{w!(n-w)!} p^w (1-p)^{n-w}$$

w = número de vezes que deu água
n = número de experimentos
p = proporção de água



Alguma informação antes dos dados?

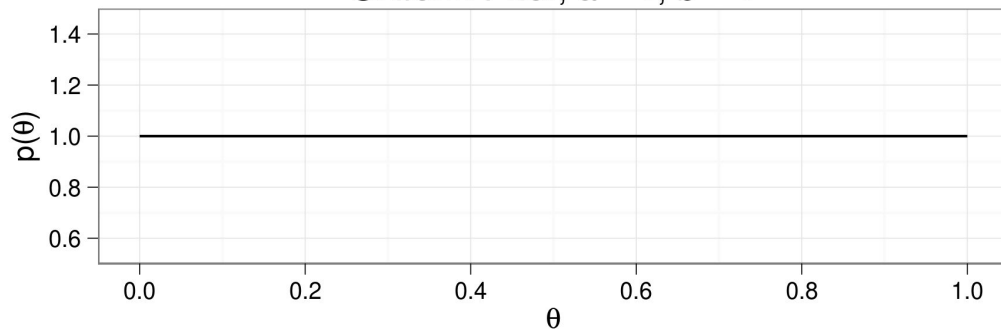
Pra mim qualquer coisa
entre 0 e 1 da na mesma



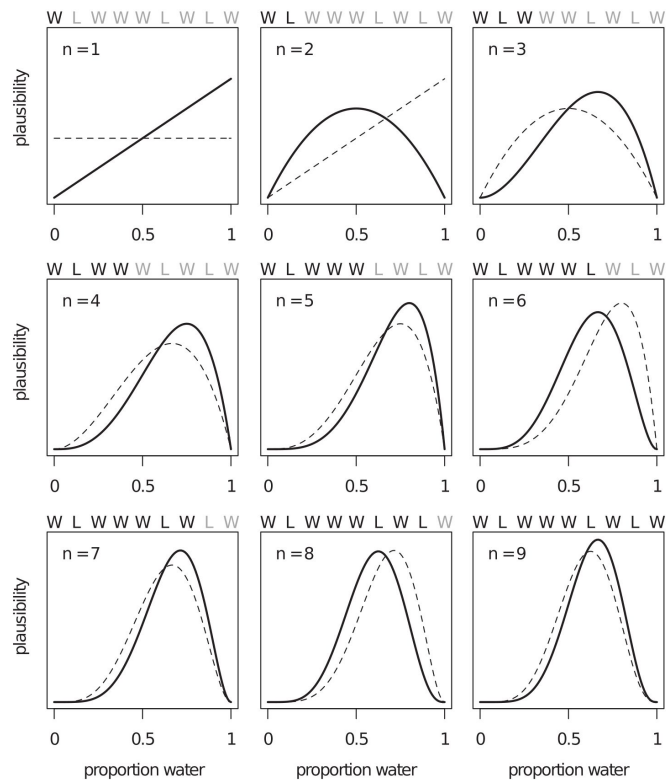
Alguma informação antes dos dados?

Pra mim qualquer coisa
entre 0 e 1 da na mesma

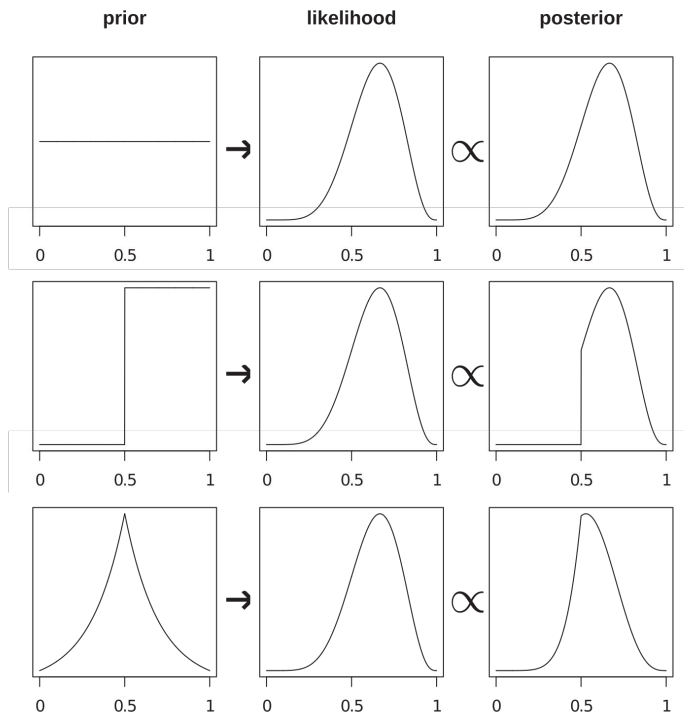
Uniform Prior, $a = 1$, $b = 1$



Processo de update ótimo



Os 3 ingredientes



Exemplo de modelo de regressão

$$y = X\beta + Za + e$$

$$e_i \sim N(0, V_e) \quad a_k \sim N(0, V_a)$$