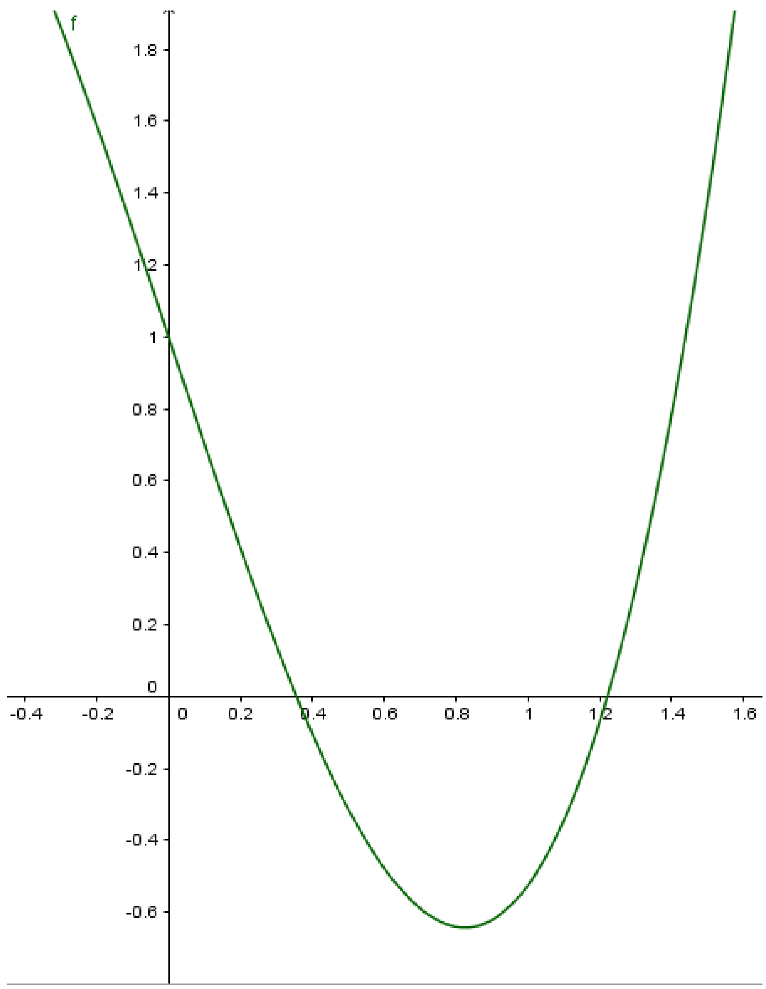
udp FACULTAD DE INGENIERÍA

Metodos Numéricos : Tarea 1

Thomas Muñoz , Diego Vilches , Javiera Araya , Ignacio Yanjari.

1. Usando los métodos de bisección, falsa posición, y secante, encuentre la raíz aproximada de las siguientes ecuaciones no lineales en los intervalos indicados:

   a) $x^3 - 3sen(x) + 1 = 0$, sobre [0,2].



Nuestro objetivo es obtener el 0 de la función para resolver la ecuacion lineal, pero esta como muestra el gráfico tiene 2 soluciones.Para lograr analizar completamente estos 2 casos con los 3 métodos diferentes tendremos que separar en 2 intervalos nuestro intervalo anterior, en este caso lo separaremos en [0,0.8] y [0.8,2]

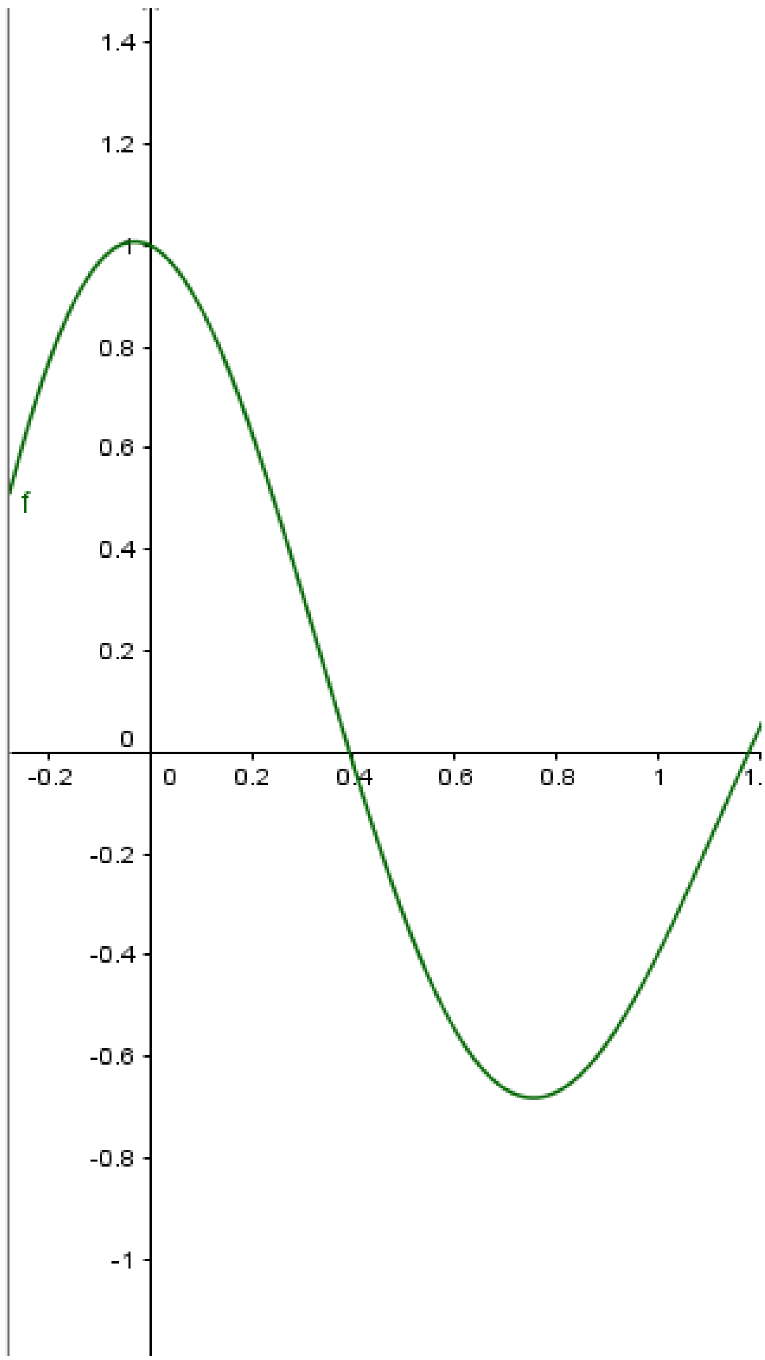
Intervalo [0,0.8]:

Métodos	Secante	Biseccion	Falsa Posicion
Cero Obtenido	0,3558	0,3558	0,3558
Iteraciones	5	13	5
Error Obtenido	0	0	0

Intervalo [0.8,2]:

Métodos	Secante	Biseccion	Falsa Posicion
Cero Obtenido	1.2204	1.2204	1.2204
Iteraciones	8	11	19
Error Obtenido	0	0	0

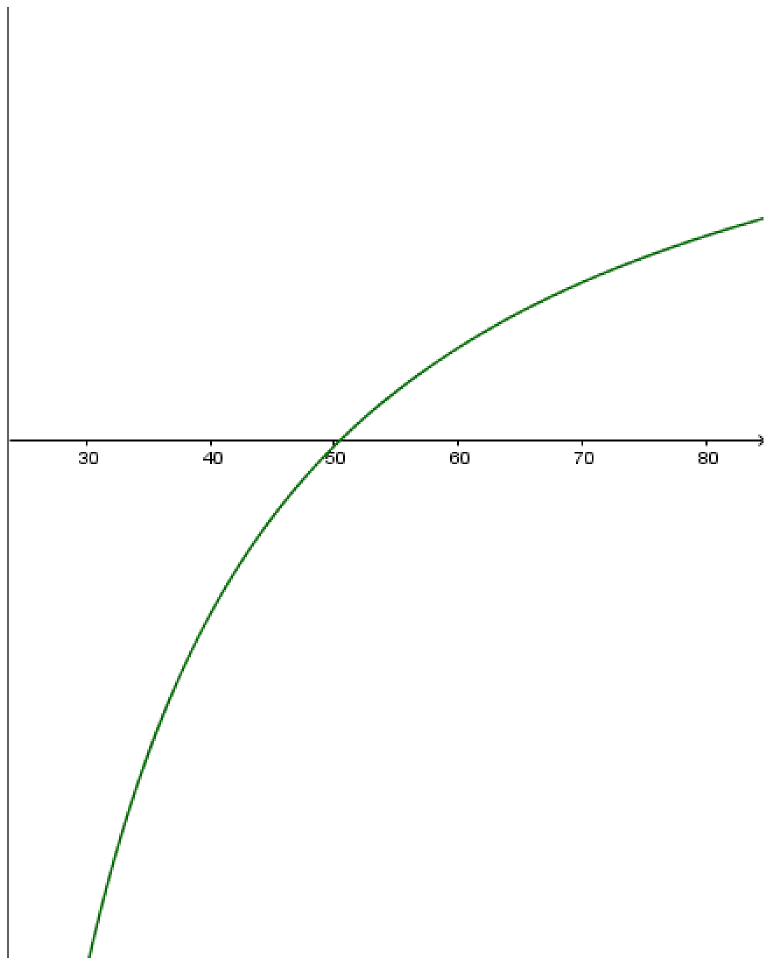
b) $e^{-t/2}cos(4t) = 0$, sobre [0,1].



Métodos	Secante	Biseccion	Falsa Posicion
Cero Obtenido	1,9635	0,3927	0,3927
Iteraciones	3	12	4
Error Obtenido	4	0	0

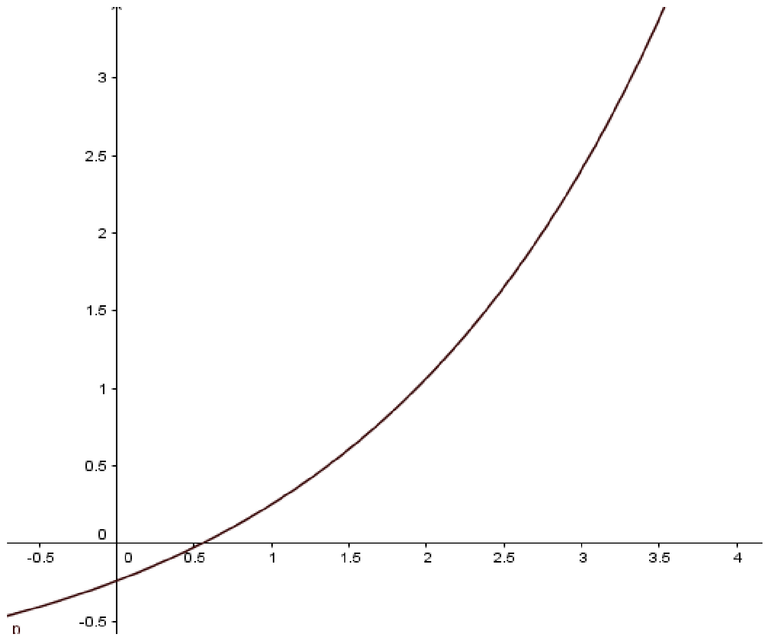
Como se observa en la tabla el valor obtenido por el método de la secante es muy diferente al cero obtenido por los otros 2 que son Biseccion y falsa posición,los cuales encuentran el cero contenido en el intervalo pedido.Esto se debe a la forma en la cual se desarrolla el método de secante, el cual no usa un criterio entre 2 intervalos para encontrar el cero, para obtener el cero correcto se debe definir como [0-0.8] y se encuentra el cero de 0,3927

c) $x + 40 - x\cosh(\frac{60}{x}) = 0$, sobre [40,60].



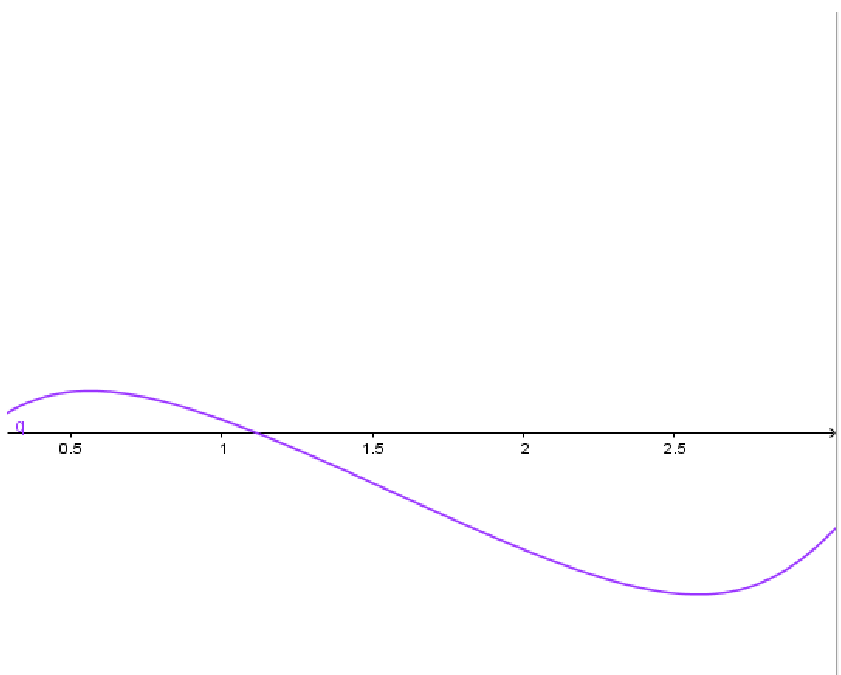
Métodos	Secante	Biseccion	Falsa Posicion
Cero Obtenido	50,5399	50,5399	50,5399
Iteraciones	5	15	9
Error Obtenido	0	0	0

d) $e^{0.5x}\cos(0.05\sqrt{200 - \frac{x^2}{10}}) - 1 = 0$, sobre [0,4].



Métodos	Secante	Biseccion	Falsa Posicion
Cero Obtenido	0.5481	0.5481	0.5481
Iteraciones	5	13	18
Error Obtenido		0	0

e) $f(\theta) = \frac{0.6 \operatorname{sen} \theta}{\sqrt{(cos(\theta)-0.6)^2+sen(\theta)^2}} - \frac{0.6 \operatorname{sen} \theta}{\sqrt{(cos(\theta)+0.6)^2+sen(\theta)^2}} = 0, \theta \in [1, 2]. \ (sol.exacta\theta^* = \frac{\pi}{2})$



Métodos	Secante	Biseccion	Falsa Posicion
Cero Obtenido	1,5708	1,5708	1,5708
Iteraciones	3	10	2
Error Obtenido	0	0	0

Con una tolerancia de 10^{-5}. Haga una comparación de los métodos en cuanto a la cantidad de iteraciones, el error cometido. Cuál de ellos fue más eficiente?

El metodo más eficiente para lograr encontrar el valor de las funciones mencionadas es el metodo de Falsa Posicion ya que encontró el cero en todas las ecuaciones y necesitó en promedio un menor número de iteraciones en comparación con Bisección.Pero si no le damos importancia a la convergencia en el caso b) el mejor y más rapido sería el método de secante.

2. Considere la ecuación no lineal $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x^2 - xsen(x) - \frac{1}{2}cos(2x) = 0$

   a) Usando el método de Newton con punto inicial $x_0 = \frac{\pi}{2}$ encuentre la solución aproximada de f. Para ello REalize las iteraciones necesarias hasta que se cumpla el criterio de parada $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-6}$

x_0	Cero Obtenido	Iteraciones
$\frac{\pi}{2}$	1,8955	18

   b) Repita el proceso tomando como valores iniciales $x_0 = 5\pi$ y $x_0 = 10\pi$ ¿La sucesión construída con estos puntos iniciales converge?

x_0	Cero Obtenido	Iteraciones
5π	1,8955	22
10π	0	66

   La sucesión, en el caso de $x_0 = 5\pi$, converge al mismo cero que en el ejercicio anterior. Por otra parte, cuando $x_0 = 10\pi$, esta converge a 0.

   c) Use el método de la secante para encontrar la solución aproximada tomando como puntos iniciales $x_0 = \frac{\pi}{2}$ y $x_0 = 5\pi$, como criterio de parada el mismo descrito en (a).

x_0	x_1	Cero Obtenido	Iteraciones
$\frac{\pi}{2}$	1,7854	1,8955	24
5π	13,0900	0	31

   Se puede apreciar que si $x_0 = 5\pi$, al ocupar el método de la secantem se obtiene un cero distinto a cuando se ocupa el método de Newton.

3. Considere la ecuación no lineal $f(x) = -x^3 - \cos(x) = 0$

   a) Usando el método de Newton encontrar la raíz próxima al valor $x_0 = -1$, con una precisión de 10^{-5}.

Cero Obtenido	-0.8655
Iteraciones	4

   b) Repetir el proceso con el método de Newton modificado, esto es, con la iteración

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)}$$

Cero Obtenido	-0.8655
Iteraciones	7

¿Qué método converge más rápido? El método de Newton usual converge más rápido, ya que solo tomó 4 iteraciones

4. El dinero necesario para pagar la cuota correspondiente a un crédito hipotecario a interés fijo se suele estimar mediante la denominada "ecuación de la anualidad ordinaria":

$$Q = \frac{A}{i}(1-(1+i)^{-n})$$

donde Q es la cantidad pedida en préstamo, A es la cuota que debe pagar el beneficiario por el préstamo, i es la tasa de interés fijado por la entidad bancaria que concede el préstamo y n es el número de periodos durante los cuales se realizan pagos de la cuota. Una pareja que desea comenzar una vida en común se plantea adquirir una vivienda y para ello saben que necesitan pedir un préstamo de 15000 dólares a pagar semestralmente durante un plazo de 10 años. Sabiendo que para atender este pago pueden destinar una cantidad máxima de 200 dólares mensuales, calcule cual es el tipo máximo de interés al que pueden negociar su préstamo con las entidades bancarias. Hint.- Usar método de Newton, tomando como punto inicial i0 = 0.03. Suponga ahora que desean endeudarse en 15 años en lugar de 10. Cual sería el interés en esta situación?

5. Considere la función $f(x) = x * cos(x) - e^x + 1$.

a) Considere las siguientes funciones. Realice unas 12 iteraciones de punto fijo, usando como puntos iniciales x0 = 0.5 y x0 = 0.5.

$$g1(x) = \frac{e^x + x - 1}{1 + cos(x)} \tag{1}$$

- x0=0.5

iteración	Punto
1	0,6118
2	0,8004
3	1,1947
4	2,5579
5	87,3616
6	4,7832e+37
7	inf
8	NaN
9	NaN
10	NaN
11	NaN
12	NaN

- x0=-0.5

iteración	Punto
1	-0.4759
2	-0.4524
3	-0.4298
4	-0.4081
5	-0.3875
6	-0.3680
7	-0.3497
8	-0.3324
9	-0.3163
10	-0.3012
11	-0.2871
12	-0.2739

$$g2(x) = \frac{\sqrt{x(e^x - 1)}}{cos(x)} \tag{2}$$

- x0=0.5

iteración	Punto
1	0.6080
2	0.7872
3	1.1555
4	2.4964
5	0.0000 + 5.8994i
6	0.1106 - 0.0106i
7	0.1140 - 0.0113i
8	0.1177 - 0.0121i
9	0.1216 - 0.0130i
10	0.1258 - 0.0140i
11	0.1303 - 0.0151i
12	0.1351 - 0.0163i

- x0=-0.5

iteración	Punto
1	0.4735
2	0.5676
3	0.7171
4	0.9989
5	1.7791
6	0.0000 + 6.5089i
7	0.0037 - 0.0660i
8	0.0026 - 0.0660i
9	0.0015 - 0.0660i
10	0.0004 - 0.0660i
11	0.0007 + 0.0659i
12	0.0004 - 0.0659i

b) Teniendo en cuenta las siguientes funciones de iteración de punto fijo. Realize unas 12 iteraciones de punto fijo, usando como puntos iniciales x0 = 0.5 y x0 = 0.5.

$$g3(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \tag{3}$$

- x0=0.5

iteración	Punto
1	0.2923
2	0.1645
3	0.0891
4	0.0468
5	0.0241
6	0.0122
7	0.0062
8	0.0031
9	0.0015
10	7.7566e-04
11	3.8803e-04
12	1.9407e-04

- x0=-0.5

iteración	Punto
1	0.9462
2	0.5755
3	0.3398
4	0.1932
5	0.1057
6	0.0560
7	0.0289
8	0.0147
9	0.0074
10	0.0037
11	0.0019
12	9.3724e-04

$$g4(x) = x - 2\frac{f(x)}{f'(x)} \tag{4}$$

- x0=0.5

iteración	Punto
1	0.0846
2	0.0041
3	1.1230e-05
4	8.4146e-11
5	8.4146e-11
6	8.4146e-11
7	8.4146e-11
8	8.4146e-11
9	8.4146e-11
10	8.4146e-11
11	8.4146e-11
12	8.4146e-11

- x0=-0.5

iteración	Punto
1	2.3924
2	0.6344
3	0.1196
4	0.0078
5	3.9737e-05
6	1.0509e-09
7	1.0509e-09
8	1.0509e-09
9	1.0509e-09
10	1.0509e-09
11	1.0509e-09
12	1.0509e-09

$$g5(x) = x - \frac{f(x)f'(x)}{(f'(x))^2 - f(x)f''(x)} \tag{5}$$

- x0=0.5

iteración	Punto
1	-0.0551
2	-0.0023
3	-3.5887e-06
4	1.2916e-10
5	1.2916e-10
6	1.2916e-10
7	1.2916e-10
8	1.2916e-10
9	1.2916e-10
10	1.2916e-10
11	1.2916e-10
12	1.2916e-10

- x0=0.5

iteración	Punto
1	-0.4614
2	-0.3825
3	-0.2366
4	-0.0667
5	-0.0035
6	-8.1704e-06
7	-2.6231e-11
8	-2.6231e-11
9	-2.6231e-11
10	-2.6231e-11
11	-2.6231e-11
12	-2.6231e-11

c) Que puede decir sobre el comportamiento de las iteraciones de punto fijo calculadas anteriormente.

- De la función g1(x), cuando se toma el punto inicial x0=0.5, la iteración por punto fijo diverge, pues, cada vez que se hacen más iteraciones, el punto fijo tendera a infinito.

6. Según los metodos descritos(Nweton, Schröder y Whittaker) para encontrar la raíz aproximada de $f(x) = 0$:

a) Utilize los métodos para encontrar la solución de la ecuación no lineal $f(x) = 0$, donde

(i) $f_1(x) = xe^{x^2} - sen(x) + 3cos(x) + 5$.

Métodos	x_0	Iteraciones	Cero Obtenido
Newton	-1	6	-1.2892
Schroder	-1	6	-1.2892
Whittaker	-1	10	-1.2892

(ii) $f_2(x) = x^3 - 3x^2(2^{-x}) + 3x(4^{-x}) - 8^{-x}$, en [0,1].

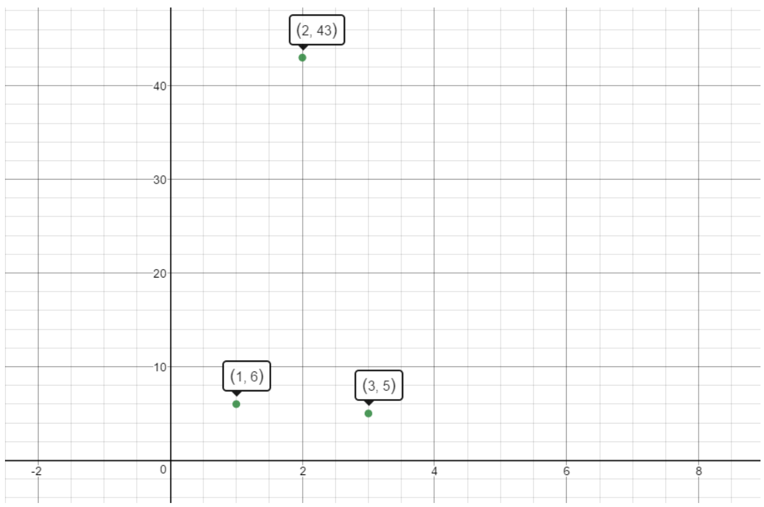
Métodos	x_0	Iteraciones	Cero Obtenido
Newton	1	43	0.6412
Schroder	1	4	0.6412
Whittaker	1	66	0.6412

(iii) $f_3(x) = cos(x + \sqrt[2]{2}) + x(\frac{x}{2} + 2)$, en [-2,1].

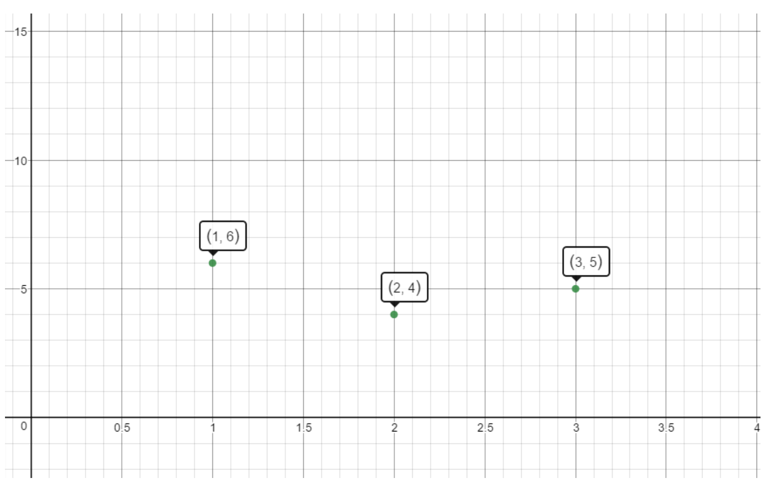
Métodos	x_0	Iteraciones	Cero Obtenido
Newton	-1	5	-0.1646
Schroder	-1	5	-0.1646
Whittaker	-1	6	-0.1646

b) Compare los errores relativos vs. las iteraciones (mediante un gráfico) para los métodos (descritos anteriormente) que determinan la raíz de $f_i(x) = 0$, para i = 1,2,3.

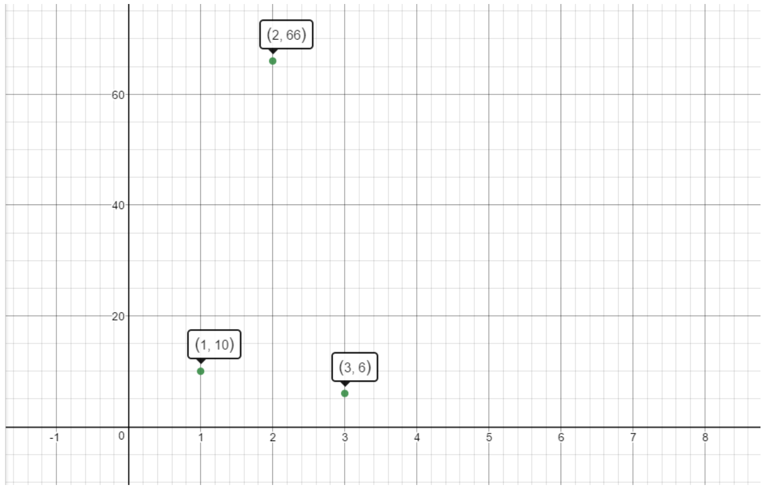
- Método de Newton:



- Métdo de Schröder:



- Método de Whittaker;



¡¡¡¡¡¡¡ HEAD

=======

¿¿¿¿¿¿¿ 3d7d430da91f5b054d997324bbd5b2ed5236e973