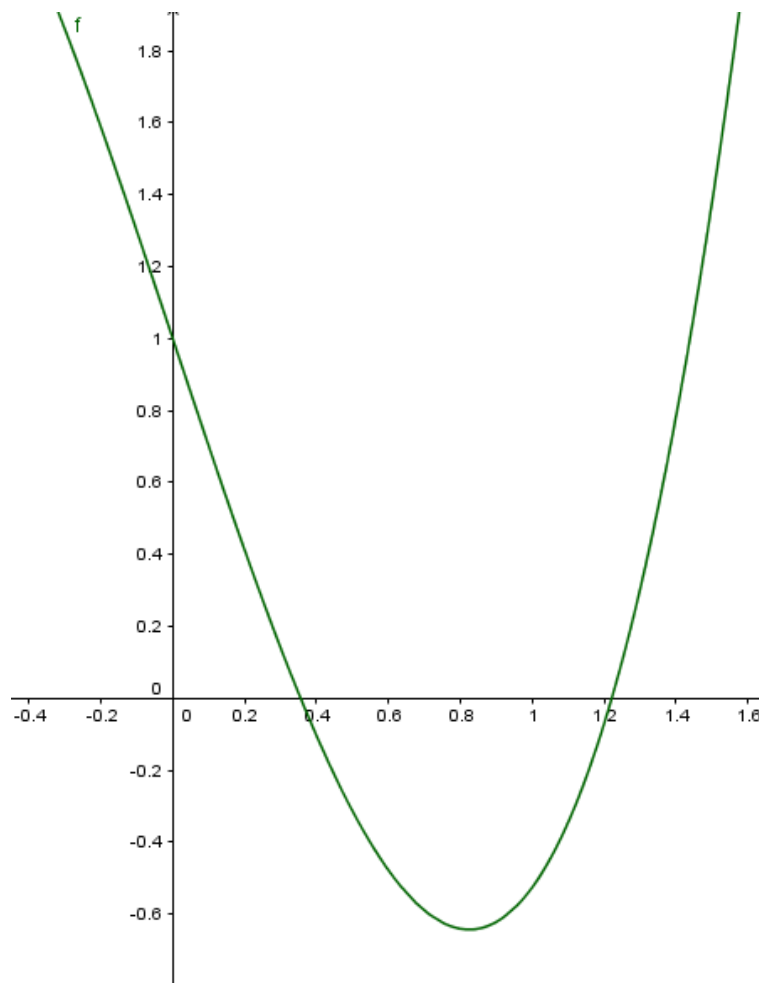


## Metodos Numéricos : Tarea 1

Thomas Muñoz , Diego Vilches , Javiera Araya , Ignacio Yanjari.

1. Usando los métodos de bisección, falsa posición, y secante, encuentre la raíz aproximada de las siguientes ecuaciones no lineales en los intervalos indicados:

a)  $x^3 - 3\text{sen}(x) + 1 = 0$  , sobre  $[0,2]$ .

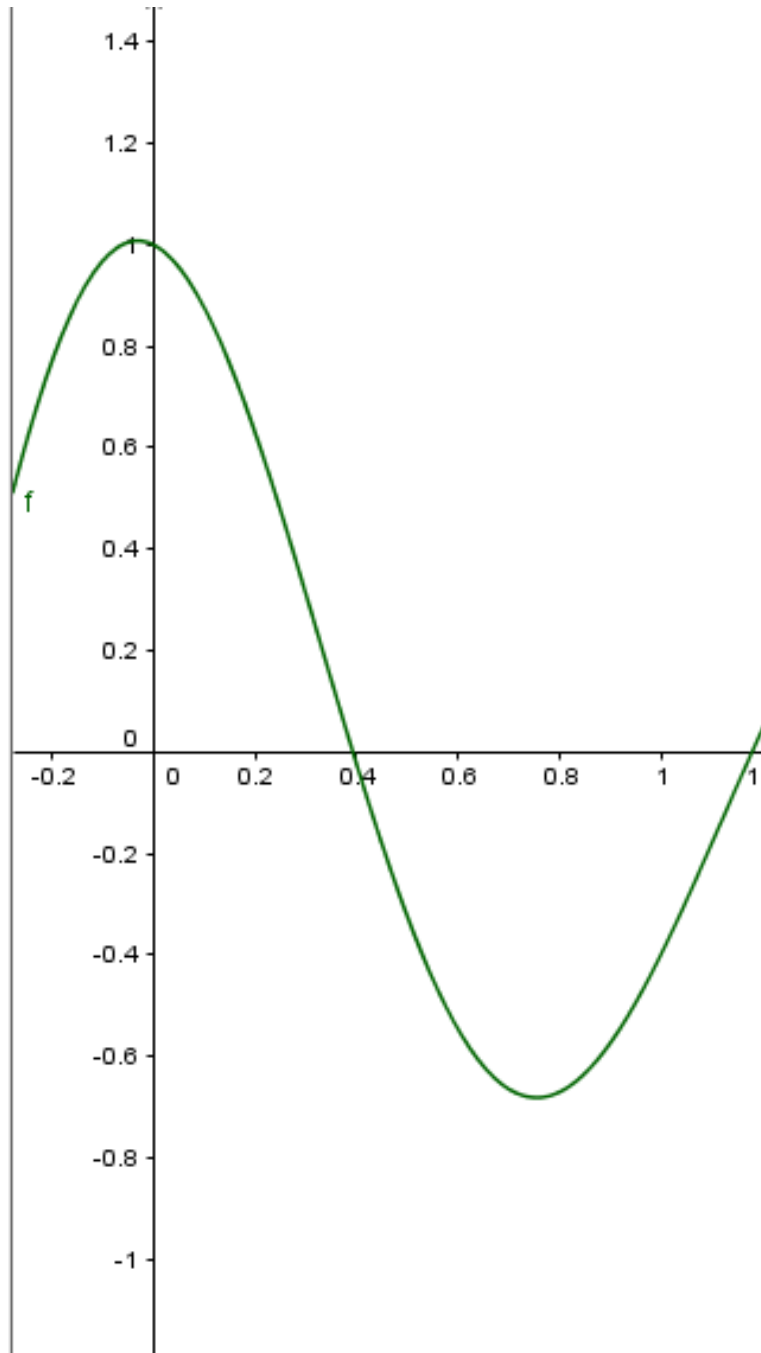


Nuestro objetivo es obtener el 0 de la función para resolver la ecuacion lineal, pero esta como muestra el gráfico tiene 2 soluciones. Para lograr analizar completamente estos 2 casos con los 3 métodos diferentes tendremos que separar en 2 intervalos nuestro intervalo anterior, en este caso lo separaremos en  $[0,0.8]$  y  $[0.8,2]$

| Intervalo $[0,0.8]$ : | Métodos        | Secante | Biseccion | Falsa Posicion |
|-----------------------|----------------|---------|-----------|----------------|
|                       | Cero Obtenido  | 0,3558  | 0,3558    | 0,3558         |
|                       | Iteraciones    | 5       | 13        | 5              |
|                       | Error Obtenido | 0       | 0         | 0              |

|                    |                |         |           |                |
|--------------------|----------------|---------|-----------|----------------|
|                    | Métodos        | Secante | Biseccion | Falsa Posicion |
| Intervalo [0.8,2]: | Cero Obtenido  | 1.2204  | 1.2204    | 1.2204         |
|                    | Iteraciones    | 8       | 11        | 19             |
|                    | Error Obtenido | 0       | 0         | 0              |

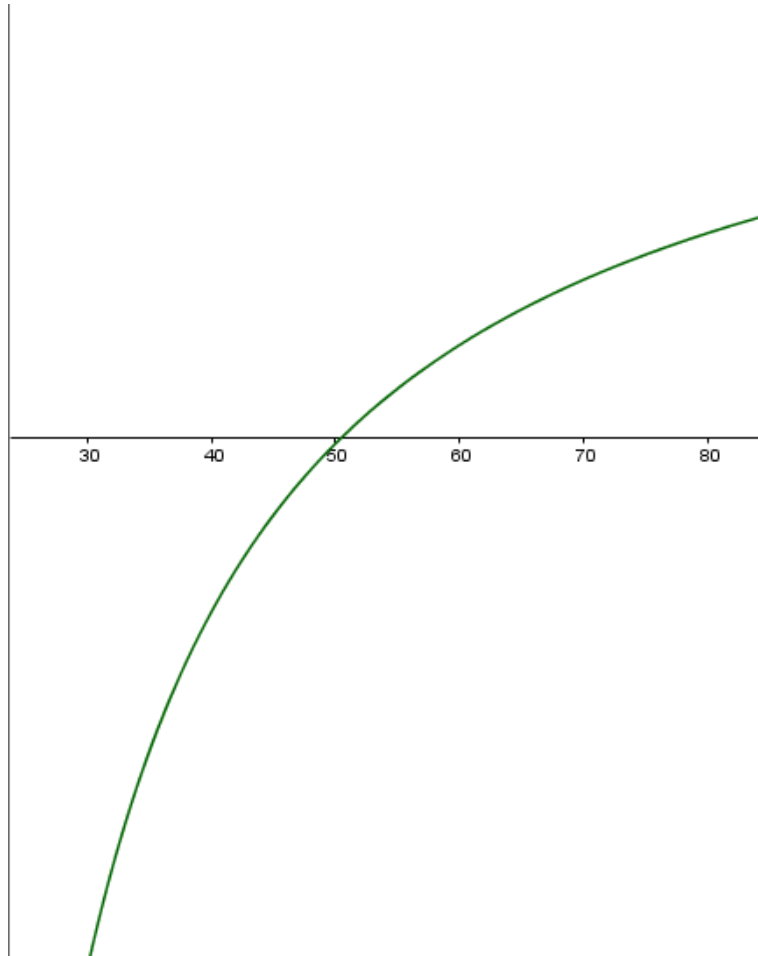
b)  $e^{-t/2}\cos(4t) = 0$ , sobre  $[0,1]$ .



|  |                |         |           |                |
|--|----------------|---------|-----------|----------------|
|  | Métodos        | Secante | Biseccion | Falsa Posicion |
|  | Cero Obtenido  | 1,9635  | 0,3927    | 0,3927         |
|  | Iteraciones    | 3       | 12        | 4              |
|  | Error Obtenido | 4       | 0         | 0              |

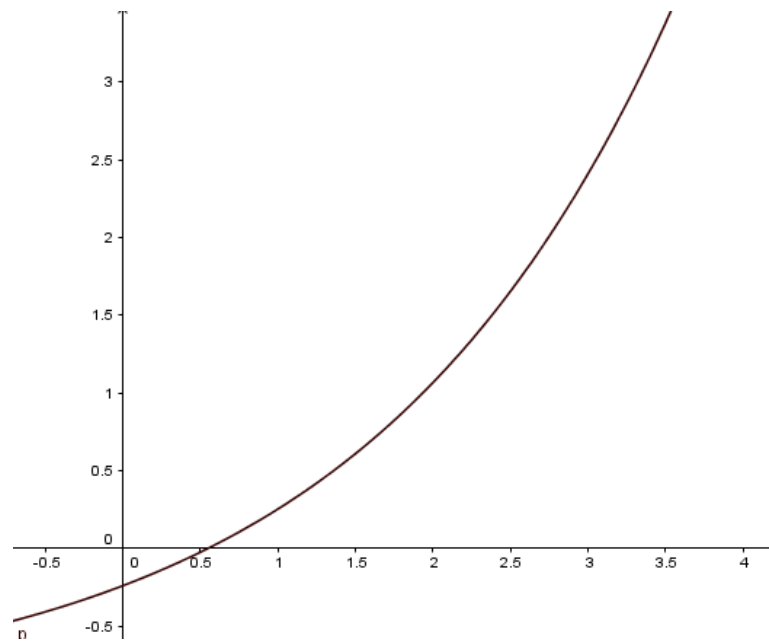
Como se observa en la tabla el valor obtenido por el método de la secante es muy diferente al cero obtenido por los otros 2 que son Biseccion y falsa posición, los cuales encuentran el cero contenido en el intervalo pedido. Esto se debe a la forma en la cual se desarrolla el método de secante, el cual no usa un criterio entre 2 intervalos para encontrar el cero, para obtener el cero correcto se debe definir como  $[0-0.8]$  y se encuentra el cero de 0,3927

c)  $x + 40 - x \cosh\left(\frac{60}{x}\right) = 0$ , sobre  $[40, 60]$ .



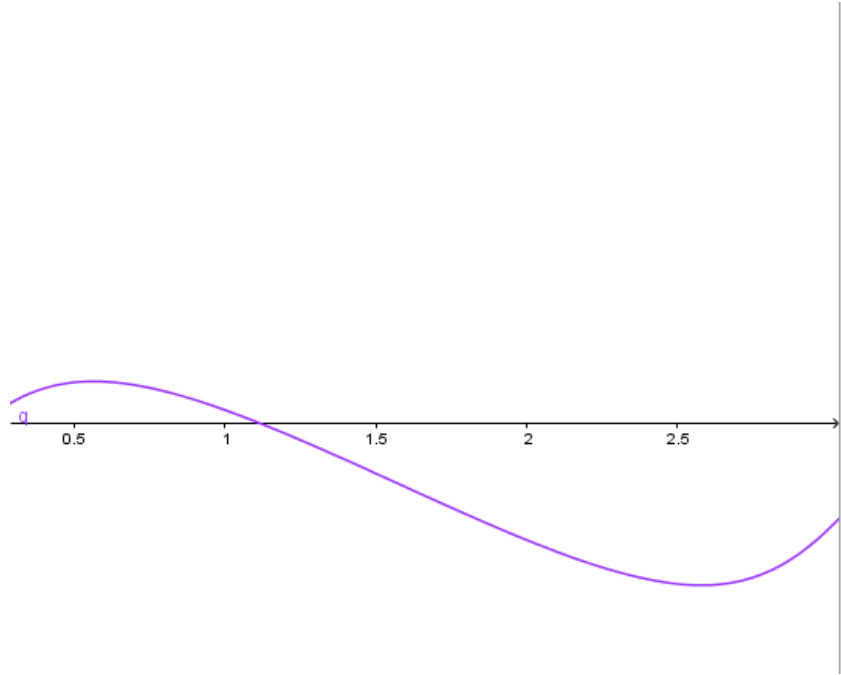
| Métodos        | Secante | Biseccion | Falsa Posicion |
|----------------|---------|-----------|----------------|
| Cero Obtenido  | 50,5399 | 50,5399   | 50,5399        |
| Iteraciones    | 5       | 15        | 9              |
| Error Obtenido | 0       | 0         | 0              |

d)  $e^{0.5x} \cos\left(0.05\sqrt{200 - \frac{x^2}{10}}\right) - 1 = 0$ , sobre  $[0, 4]$ .



| Métodos        | Secante | Biseccion | Falsa Posicion |
|----------------|---------|-----------|----------------|
| Cero Obtenido  | 0.5481  | 0.5481    | 0.5481         |
| Iteraciones    | 5       | 13        | 18             |
| Error Obtenido |         | 0         | 0              |

e)  $f(\theta) = \frac{0.6 \operatorname{sen} \theta}{\sqrt{(\cos(\theta)-0.6)^2+\operatorname{sen}(\theta)^2}} - \frac{0.6 \operatorname{sen} \theta}{\sqrt{(\cos(\theta)+0.6)^2+\operatorname{sen}(\theta)^2}} = 0, \theta \in [1, 2].$  (*sol.exacta* $\theta^* = \frac{\pi}{2}$ )



| Métodos        | Secante | Biseccion | Falsa Posicion |
|----------------|---------|-----------|----------------|
| Cero Obtenido  | 1,5708  | 1,5708    | 1,5708         |
| Iteraciones    | 3       | 10        | 2              |
| Error Obtenido | 0       | 0         | 0              |

Con una tolerancia de  $10^{-5}$ . Haga una comparación de los métodos en cuanto a la cantidad de iteraciones, el error cometido.Cuál de ellos fue más eficiente?

El metodo más eficiente para lograr encontrar el valor de las funciones mencionadas es el metodo de Falsa Posicion ya que encontró el cero en todas las ecuaciones y necesitó en promedio un menor número de iteraciones en comparación con Bisección. Pero si no le damos importancia a la convergencia en el caso b) el mejor y más rapido sería el método de secante.

2. Considere la ecuación no lineal  $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}x^2 - x\sin(x) - \frac{1}{2}\cos(2x) = 0$

- a) Usando el método de Newton con punto inicial  $x_0 = \frac{\pi}{2}$  encuentre la solución aproximada de  $f$ . Para ello Realize las iteraciones necesarias hasta que se cumpla el criterio de parada

| $x_0$           | Cero Obtenido | Iteraciones |
|-----------------|---------------|-------------|
| $\frac{\pi}{2}$ | 1,8955        | 18          |

- b) Repita el proceso tomando como valores iniciales  $x_0 = 5\pi$  y  $x_0 = 10\pi$  ¿La sucesión construída con estos puntos iniciales converge?

| $x_0$   | Cero Obtenido | Iteraciones |
|---------|---------------|-------------|
| $5\pi$  | 1,8955        | 22          |
| $10\pi$ | 0             | 66          |

La sucesión, en el caso de  $x_0 = 5\pi$ , converge al mismo cero que en el ejercicio anterior. Por otra parte, cuando  $x_0 = 10\pi$ , esta converge a 0.

- c) Use el método de la secante para encontrar la solución aproximada tomando como puntos iniciales  $x_0 = \frac{\pi}{2}$  y  $x_0 = 5\pi$ , como criterio de parada el mismo descrito en (a).

| $x_0$           | $x_1$   | Cero Obtenido | Iteraciones |
|-----------------|---------|---------------|-------------|
| $\frac{\pi}{2}$ | 1,7854  | 1,8955        | 24          |
| $5\pi$          | 13,0900 | 0             | 31          |

Se puede apreciar que si  $x_0 = 5\pi$ , al ocupar el método de la secantem se obtiene un cero distinto a cuando se ocupa el método de Newton.

3. Considere la ecuación no lineal  $f(x) = -x^3 - \cos(x) = 0$

- a) Usando el método de Newton encontrar la raíz próxima al valor  $x_0 = -1$ , con una precisión de  $10^{-5}$ .

|               |         |
|---------------|---------|
| Cero Obtenido | -0.8655 |
| Iteraciones   | 4       |

- b) Repetir el proceso con el método de Newton modificado, esto es, con la iteración

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)}$$

|               |         |
|---------------|---------|
| Cero Obtenido | -0.8655 |
| Iteraciones   | 7       |

¿Qué método converge más rápido? El método de Newton usual converge más rápido, ya que solo tomó 4 iteraciones

4. El dinero necesario para pagar la cuota correspondiente a un crédito hipotecario a interés fijo se suele estimar mediante la denominada “ecuación de la anualidad ordinaria”:

$$Q = \frac{A}{i}(1 - (1 + i)^{-n})$$

donde Q es la cantidad pedida en préstamo, A es la cuota que debe pagar el beneficiario por el préstamo, i es la tasa de interés fijado por la entidad bancaria que concede el préstamo y n es el número de periodos durante los cuales se realizan pagos de la cuota. Una pareja que desea comenzar una vida en común se plantea adquirir una vivienda y para ello saben que necesitan pedir un préstamo de 15000 dólares a pagar semestralmente durante un plazo de 10 años. Sabiendo que para atender este pago pueden destinar una cantidad máxima de 200 dólares mensuales, calcule cual es el tipo máximo de interés al que pueden negociar su préstamo con las entidades bancarias. Hint.- Usar método de Newton, tomando como punto inicial  $i_0 = 0.03$ . Suponga ahora que desean endeudarse en 15 años en lugar de 10. Cual sería el interés en esta situación?

5. Considere la función  $f(x) = x * \cos(x) - e^x + 1$ .

- a) Considere las siguientes funciones. Realice unas 12 iteraciones de punto fijo, usando como puntos iniciales  $x_0 = 0.5$  y  $x_0 = 0.5$ .

$$g_1(x) = \frac{e^x + x - 1}{1 + \cos(x)} \quad (1)$$

- $x_0=0.5$

| iteración | Punto      |
|-----------|------------|
| 1         | 0,6118     |
| 2         | 0,8004     |
| 3         | 1,1947     |
| 4         | 2,5579     |
| 5         | 87,3616    |
| 6         | 4,7832e+37 |
| 7         | inf        |
| 8         | NaN        |
| 9         | NaN        |
| 10        | NaN        |
| 11        | NaN        |
| 12        | NaN        |

- $x_0=-0.5$

| iteración | Punto   |
|-----------|---------|
| 1         | -0.4759 |
| 2         | -0.4524 |
| 3         | -0.4298 |
| 4         | -0.4081 |
| 5         | -0.3875 |
| 6         | -0.3680 |
| 7         | -0.3497 |
| 8         | -0.3324 |
| 9         | -0.3163 |
| 10        | -0.3012 |
| 11        | -0.2871 |
| 12        | -0.2739 |

$$g_2(x) = \frac{\sqrt{x(e^x - 1)}}{\cos(x)} \quad (2)$$

■  $x_0=0.5$

| iteración | Punto            |
|-----------|------------------|
| 1         | 0.6080           |
| 2         | 0.7872           |
| 3         | 1.1555           |
| 4         | 2.4964           |
| 5         | 0.0000 + 5.8994i |
| 6         | 0.1106 - 0.0106i |
| 7         | 0.1140 - 0.0113i |
| 8         | 0.1177 - 0.0121i |
| 9         | 0.1216 - 0.0130i |
| 10        | 0.1258 - 0.0140i |
| 11        | 0.1303 - 0.0151i |
| 12        | 0.1351 - 0.0163i |

■  $x_0=-0.5$

| iteración | Punto            |
|-----------|------------------|
| 1         | 0.4735           |
| 2         | 0.5676           |
| 3         | 0.7171           |
| 4         | 0.9989           |
| 5         | 1.7791           |
| 6         | 0.0000 + 6.5089i |
| 7         | 0.0037 - 0.0660i |
| 8         | 0.0026 - 0.0660i |
| 9         | 0.0015 - 0.0660i |
| 10        | 0.0004 - 0.0660i |
| 11        | 0.0007 + 0.0659i |
| 12        | 0.0004 - 0.0659i |

- b) Teniendo en cuenta las siguientes funciones de iteración de punto fijo. Realice unas 12 iteraciones de punto fijo, usando como puntos iniciales  $x_0 = 0.5$  y  $x_0 = -0.5$ .

$$g_3(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \quad (3)$$

- $x_0=0.5$

| iteración | Punto      |
|-----------|------------|
| 1         | 0.2923     |
| 2         | 0.1645     |
| 3         | 0.0891     |
| 4         | 0.0468     |
| 5         | 0.0241     |
| 6         | 0.0122     |
| 7         | 0.0062     |
| 8         | 0.0031     |
| 9         | 0.0015     |
| 10        | 7.7566e-04 |
| 11        | 3.8803e-04 |
| 12        | 1.9407e-04 |

- $x_0=-0.5$

| iteración | Punto      |
|-----------|------------|
| 1         | 0.9462     |
| 2         | 0.5755     |
| 3         | 0.3398     |
| 4         | 0.1932     |
| 5         | 0.1057     |
| 6         | 0.0560     |
| 7         | 0.0289     |
| 8         | 0.0147     |
| 9         | 0.0074     |
| 10        | 0.0037     |
| 11        | 0.0019     |
| 12        | 9.3724e-04 |

$$g_4(x) = x - 2 \frac{f(x)}{f'(x)} \quad (4)$$

- $x_0=0.5$



| iteración | Punto      |
|-----------|------------|
| 1         | 0.0846     |
| 2         | 0.0041     |
| 3         | 1.1230e-05 |
| 4         | 8.4146e-11 |
| 5         | 8.4146e-11 |
| 6         | 8.4146e-11 |
| 7         | 8.4146e-11 |
| 8         | 8.4146e-11 |
| 9         | 8.4146e-11 |
| 10        | 8.4146e-11 |
| 11        | 8.4146e-11 |
| 12        | 8.4146e-11 |

■ x0=-0.5

| iteración | Punto      |
|-----------|------------|
| 1         | 2.3924     |
| 2         | 0.6344     |
| 3         | 0.1196     |
| 4         | 0.0078     |
| 5         | 3.9737e-05 |
| 6         | 1.0509e-09 |
| 7         | 1.0509e-09 |
| 8         | 1.0509e-09 |
| 9         | 1.0509e-09 |
| 10        | 1.0509e-09 |
| 11        | 1.0509e-09 |
| 12        | 1.0509e-09 |

$$g_5(x) = x - \frac{f(x)f'(x)}{(f'(x))^2 - f(x)f''(x)} \quad (5)$$

■ x0=0.5

| iteración | Punto       |
|-----------|-------------|
| 1         | -0.0551     |
| 2         | -0.0023     |
| 3         | -3.5887e-06 |
| 4         | 1.2916e-10  |
| 5         | 1.2916e-10  |
| 6         | 1.2916e-10  |
| 7         | 1.2916e-10  |
| 8         | 1.2916e-10  |
| 9         | 1.2916e-10  |
| 10        | 1.2916e-10  |
| 11        | 1.2916e-10  |
| 12        | 1.2916e-10  |

- $x_0=0.5$

| iteración | Punto       |
|-----------|-------------|
| 1         | -0.4614     |
| 2         | -0.3825     |
| 3         | -0.2366     |
| 4         | -0.0667     |
| 5         | -0.0035     |
| 6         | -8.1704e-06 |
| 7         | -2.6231e-11 |
| 8         | -2.6231e-11 |
| 9         | -2.6231e-11 |
| 10        | -2.6231e-11 |
| 11        | -2.6231e-11 |
| 12        | -2.6231e-11 |

c) Que puede decir sobre el comportamiento de las iteraciones de punto fijo calculadas anteriormente.

- De la función  $g_1(x)$ , cuando se toma el punto inicial  $x_0=0.5$ , la iteración por punto fijo diverge, pues, cada vez que se hacen más iteraciones, el punto fijo tendera a infinito.

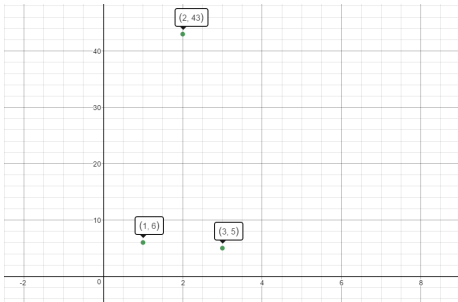
6. Según los metodos descritos(Newton, Schroder y Whittaker) para encontrar la raíz aproximada de  $f(x) = 0$ :

a) Utilize los métodos para encontrar la solución de la ecuación no lineal  $f(x) = 0$ , donde

(i)  $f_1(x) = xe^{x^2} - \text{sen}(x) + 3\cos(x) + 5$ .

| Métodos   | $x_0$ | Iteraciones | Cero Obtenido |
|-----------|-------|-------------|---------------|
| Newton    | -1    | 6           | -1.2892       |
| Schroder  | -1    | 6           | -1.2892       |
| Whittaker | -1    | 10          | -1.2892       |

(ii)  $f_2(x) = x^3 - 3x^2(2^{-x}) + 3x(4^{-x}) - 8^{-x}$ , en  $[0,1]$ .



| Métodos   | $x_0$ | Iteraciones | Cero Obtenido |
|-----------|-------|-------------|---------------|
| Newton    | 1     | 43          | 0.6412        |
| Schroder  | 1     | 4           | 0.6412        |
| Whittaker | 1     | 66          | 0.6412        |

(iii)  $f_3(x) = \cos(x + \sqrt[2]{2}) + x(\frac{x}{2} + 2)$ , en  $[-2,1]$ .

| Métodos   | $x_0$ | Iteraciones | Cero Obtenido |
|-----------|-------|-------------|---------------|
| Newton    | -1    | 5           | -0.1646       |
| Schroder  | -1    | 5           | -0.1646       |
| Whittaker | -1    | 6           | -0.1646       |

- b) Compare los errores relativos vs. las iteraciones (mediante un gráfico) para los métodos (descritos anteriormente) que determinan la raíz de  $f_i(x) = 0$ , para  $i = 1,2,3$ .
- Método de Newton:

iiiiiii HEAD  
=====

LLLLLLL 3d7d430da91f5b054d997324bbd5b2ed5236e973