신호 및 시스템
Project #1

전기전자공학부 2018142023 조성민

1. Plot the following signals $x(t)$ using the ***plot()*** function for $-5 \le t \le 5$ in the time domain with the step size 0.1. In addition, generate and plot $y_1(t)$ and $y_2(t)$ as given below. <u>Provide a discussion based on your observations.</u>

   (*Note*: Implement the functions without using any built-in function, such as ***rectangularPulse(), square(), or heaviside()***)

   1) $x(t) = rect(t);$ $y_1(t) = x(t-2),$ $y_2(t) = x(3t)$ ($rect(t)$: rectangular pulse)

   2) $x(t) = u(t);$ $y_1(t) = x(-2t),$ $y_2(t) = x(-3t+6)$ (u(t): unit step function)

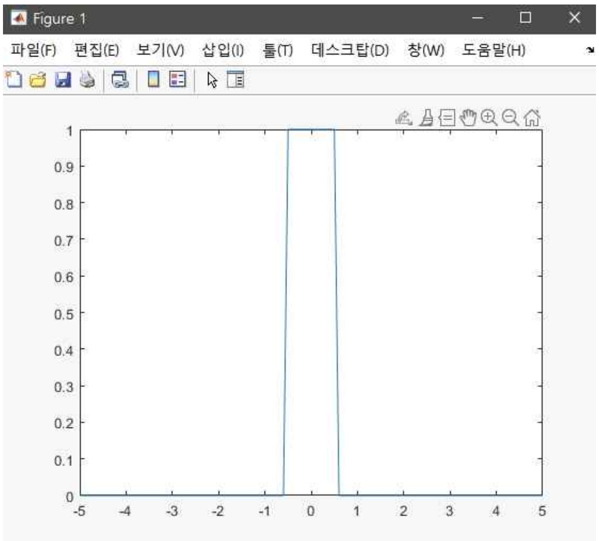
1-1

<코드>

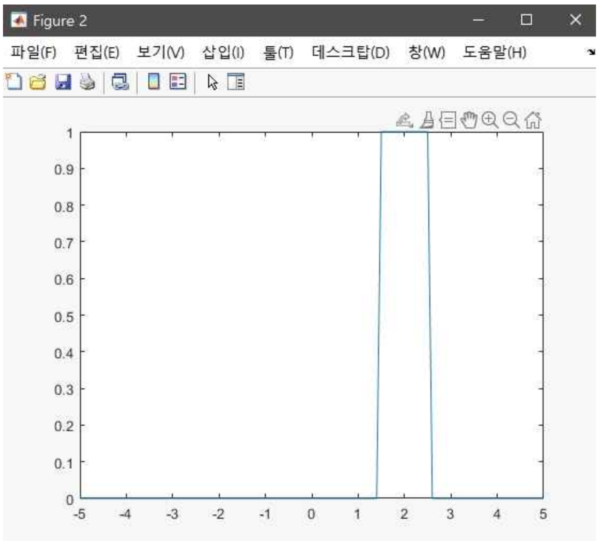
```
% Q 1-1

t = -5:0.1:5;
ta = t-2;
tb = 3*t;
x = 1.*(-0.5<=t&t<=0.5);
y1 = 1.*(-0.5<=ta&ta<=0.5);
y2 = 1.*(-0.5<=tb&tb<=0.5);
figure(1)
plot(t,x)
figure(2)
plot(t,y1);
figure(3)
plot(t,y2);
```

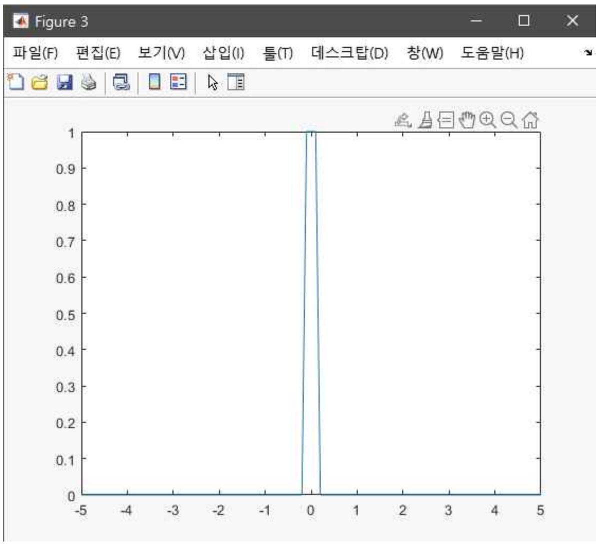
-우선 문제에서 주어진 대로 t를 -5~5로 설정하였다.
-편리성을 위해 y1의 입력 값을 ta=t-2, y2의 입력 값을 tb=3*t로 설정하였다.
-함수 x는 -0.5~0.5에서 크기 1을 가지므로 위 코드와 같이 설정하였고, y1, y2는 각각 t대신 ta와 tb를 넣어줌으로써 함수를 완성하였다.
-plot 함수를 사용하여 도출해낸 그래프는 아래와 같다.



$x(t) = rect(t)$



$y_1(t) = x(t-2)$



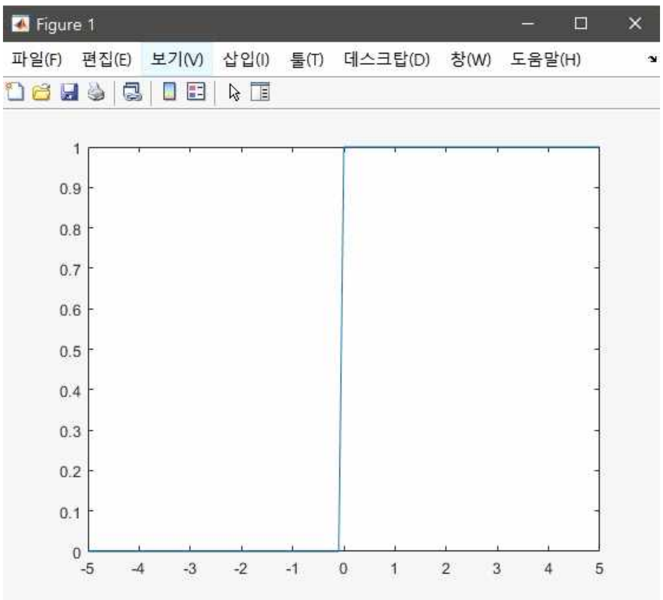
$y_2(t) = x(3t)$

1-2

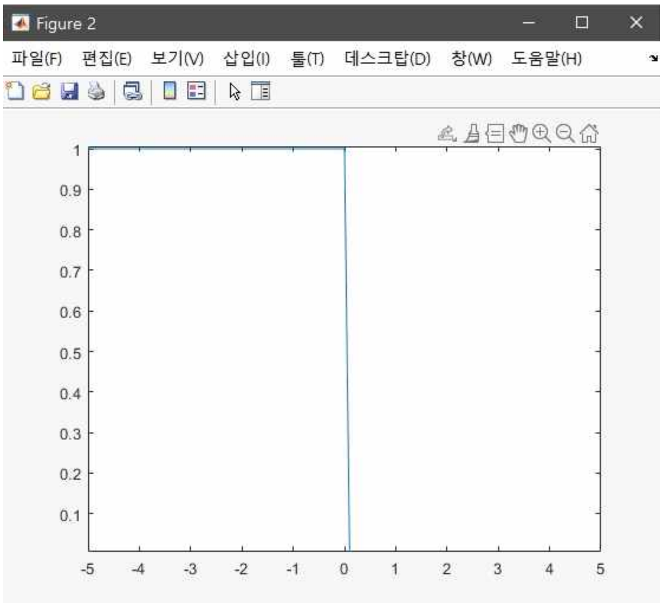
<코드>

```
% Q 1-2
t = -5:0.1:5;
ta = -2*t;
tb = -3*t+6;
x=1.*(0<=t);
y1=1.*(0<=ta);
y2=1.*(0<=tb);
figure(1)
plot(t,x)
figure(2)
plot(t,y1)
figure(3)
plot(t,y2)
```

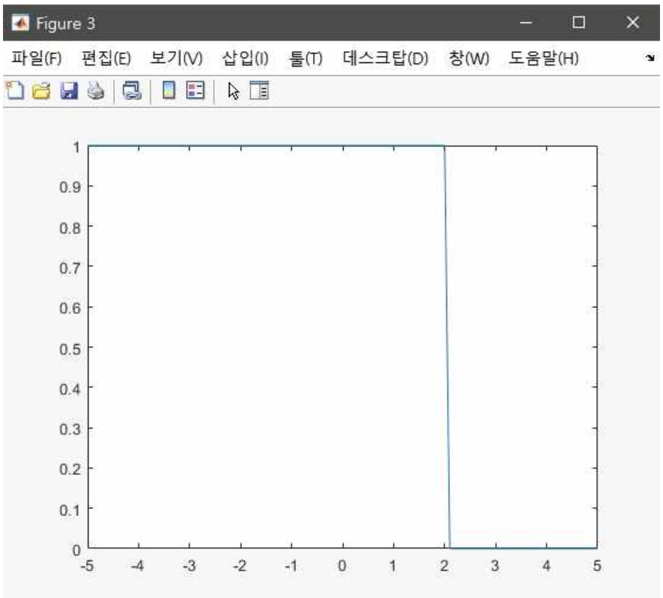
-t는 문제 1-1과 동일하게 설정하고, ta와 tb는 각각 y1과 y2의 입력 값과 동일하게 설정하였다.
-함수 x는 0 이상에서 크기 1을 가지므로 위 코드와 같이 설정하였고, y1, y2는 각각 t대신 ta와 tb를 넣어줌으로써 함수를 완성하였다.
-plot 함수를 사용하여 도출해낸 그래프는 아래와 같다.



$x(t) = u(t)$



$$y_1(t) = x(-2t)$$

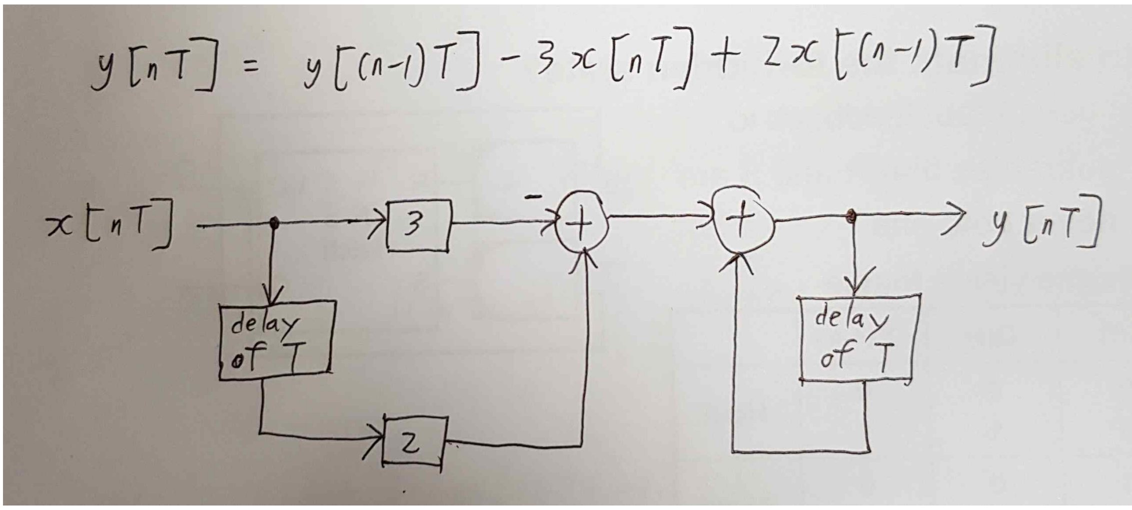


$$y_2(t) = x(-3t+6)$$

2. Plot the following signals using the ***stem()*** function for $0 \le n \le 30$ in the discrete time domain.
The system equation for this problem is $y[nT] = y[(n-1)T] - 3x[nT] + 2x[(n-1)T]$.
The sample spacing T = 0.1. <u>Provide a discussion based on your observation.</u>

1) Draw a block diagram for this system.
2) $x_1[nT] = 3\cos(2\pi\frac{n}{15})$, $x_2[nT] = 5\sin(2\pi\frac{n}{20})$
3) $y_1[nT]$ (Output signal of $x_1[nT]$) , $y_2[nT]$ (Output signal of $x_2[nT]$)
4) $y_3[nT] = y_1[nT] + y_2[nT]$, $y_4[nT]$ (Output signal of $x_1[nT] + x_2[nT]$)
5) $y_5[nT] = 3y_1[nT]$, $y_6[nT]$ (Output signal of $3x_1[nT]$)
6) $y_7[nT] = 2y_1[nT] - 3y_2[nT]$, $y_8[nT]$ (Output signal of $2x_1[nT] - 3x_2[nT]$)
7) Determine whether this system is linear, and provide a discussion based on your observation.

2-1



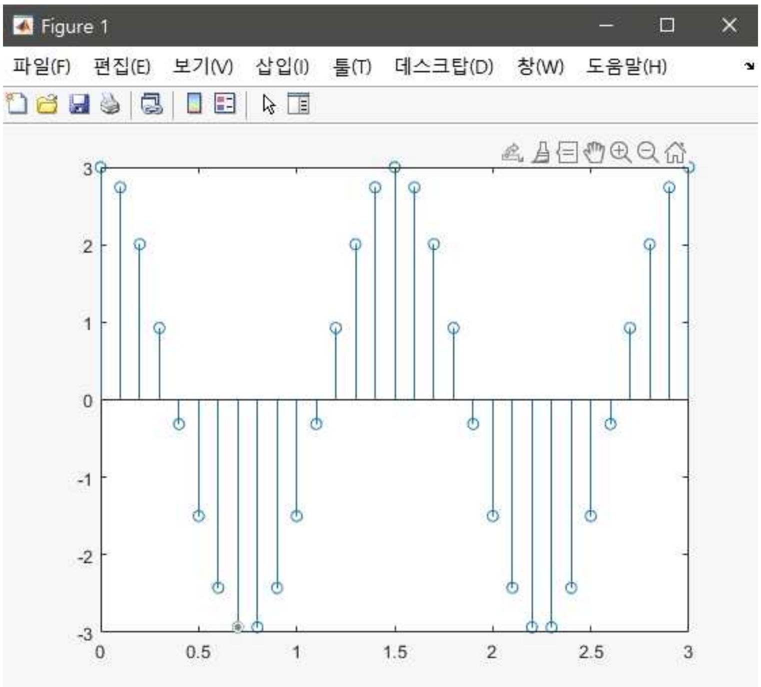
-주어진 식의 block diagram은 위 사진과 같다.

2-2

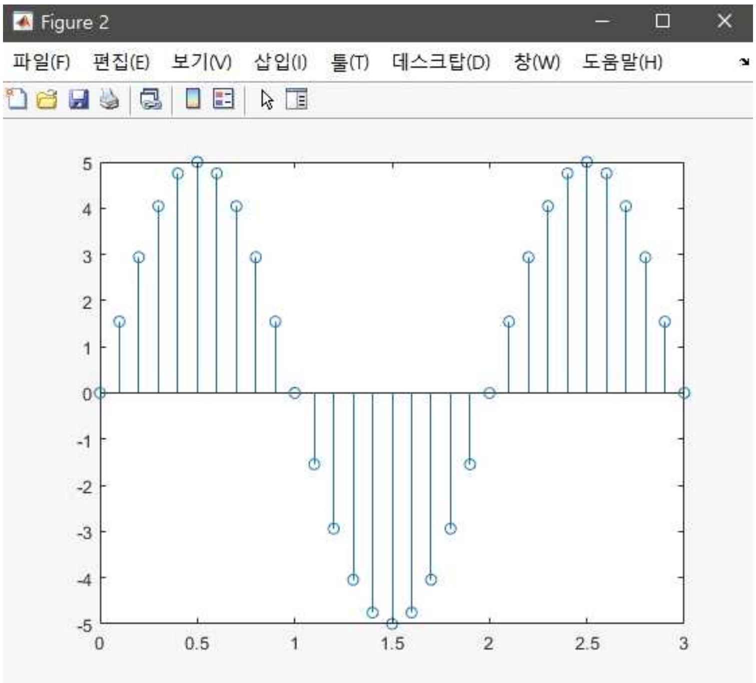
<코드>

```
% Q 2-2
n = 0:1:30;
T=0.1;
x1 = 3*cos(2*pi*n/15);
x2 = 5*sin(2*pi*n/20);
figure(1)
stem(n*T,x1)
figure(2)
stem(n*T,x2)
```

-우선 n은 1부터 30까지 1씩 증가하도록 설정하였다.
-T는 문제에서 주어진 대로 0.1로 설정하였다.
-x1과 x2는 간단한 수학식을 사용하여 설정하였다.
-stem 함수를 사용하여 도출해낸 그래프는 아래와 같다.



$$x_1[nT] = 3\cos(2\pi \frac{n}{15})$$



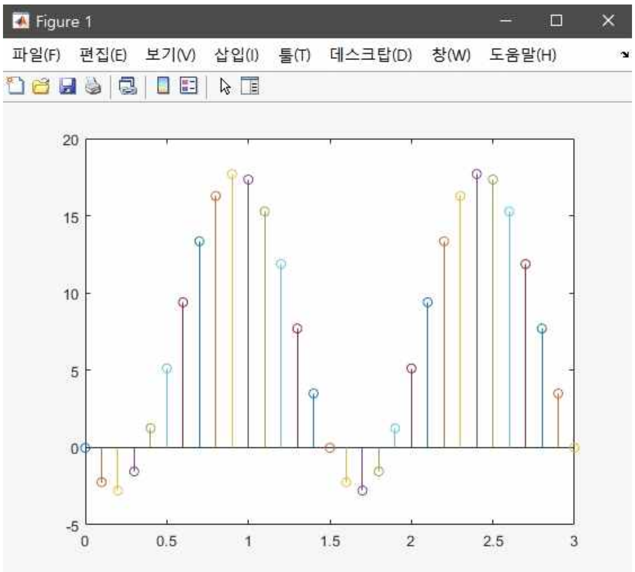
$$x_2[nT] = 5\sin(2\pi\frac{n}{15})$$

2-3

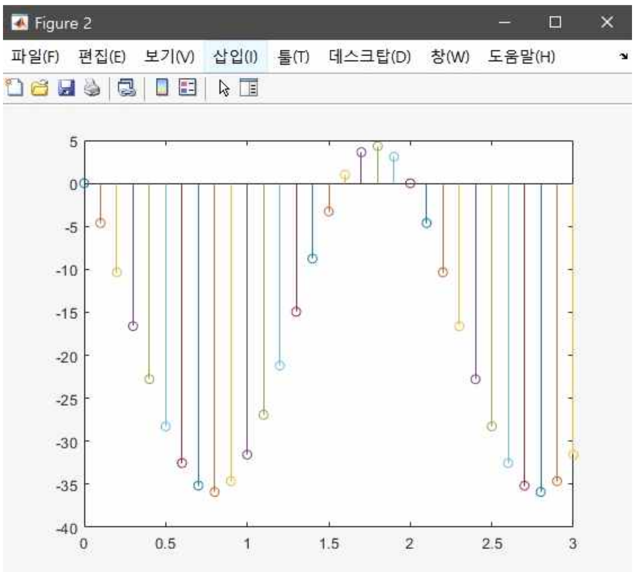
<코드>

```
% Q 2-3
T=0.1;
y1=3.5;
y2=3.1;
figure(1)
for n=0:30
    y1=y1-3*3*cos(2*pi*(n)/15)+2*3*cos(2*pi*(n-1)/15);
    stem(n*T,y1)
    hold on
end
figure(2)
for n=0:30
    y2=y2-3*5*sin(2*pi*(n)/20)+2*5*sin(2*pi*(n-1)/20);
    stem(n*T,y2)
    hold on
end
```

-T값을 설정하고, n=0일 때 y값을 0으로 잡기 위해 y1과 y2를 위 사진과 같이 설정하였다.
-라인 51번으로 식 $y_1[nT] = y_1[(n-1)T] - 3x_1[nT] + 2x_1[(n-1)T]$을 구현하였다.
-라인 57번으로 식 $y_2[nT] = y_2[(n-1)T] - 3x_2[nT] + 2x_2[(n-1)T]$을 구현하였다.
-for문을 사용하여 각 n값에 해당하는 y값을 나타내었고, stem함수와 hold on을 사용하여 y1, y2의 그래프를 형성하였다.



$y_1[nT] = y_1[(n-1)T] - 3x_1[nT] + 2x_1[(n-1)T]$



$y_2[nT] = y_2[(n-1)T] - 3x_2[nT] + 2x_2[(n-1)T]$

2-4

<코드>

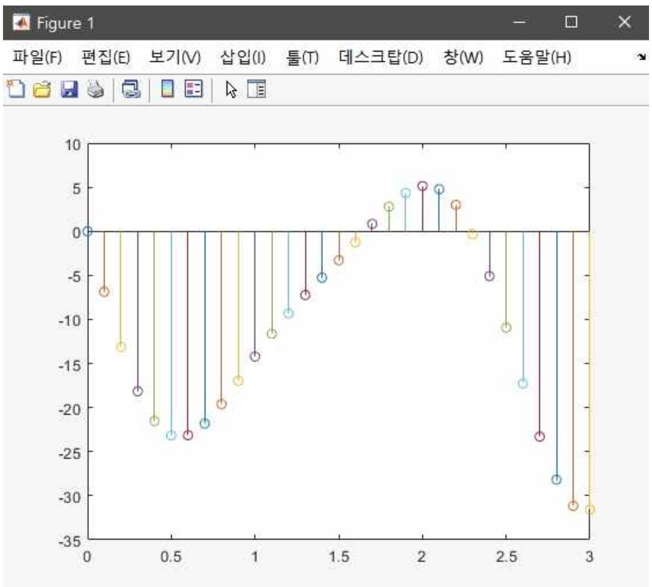
```
64       % Q 2-4
65 -     T=0.1;
66 -     y1=3.5;
67 -     y2=3.1;
68 -     y3=0;
69 -     y4=6.6;
70 -     figure(1)
71 -   for n=0:30
72 -         y1=y1-3*3*cos(2*pi*(n)/15)+2*3*cos(2*pi*(n-1)/15);
73 -         y2=y2-3*5*sin(2*pi*(n)/20)+2*5*sin(2*pi*(n-1)/20);
74 -         y3=y1+y2;
75 -         stem(n*T,y3)
76 -         hold on
77 -     end
78 -     figure(2)
79 -   for n=0:30
80 -         y4=y4-3*(3*cos(2*pi*(n)/15)+5*sin(2*pi*(n)/20))+2*(3*cos(2*pi*(n-1)/15)+5*sin(2*pi*(n-1)/20));
81 -         stem(n*T,y4)
82 -         hold on
83 -     end
```

-n=0일 때 y값을 0으로 잡기 위해 y3과 y4를 위 사진과 같이 설정하였다.

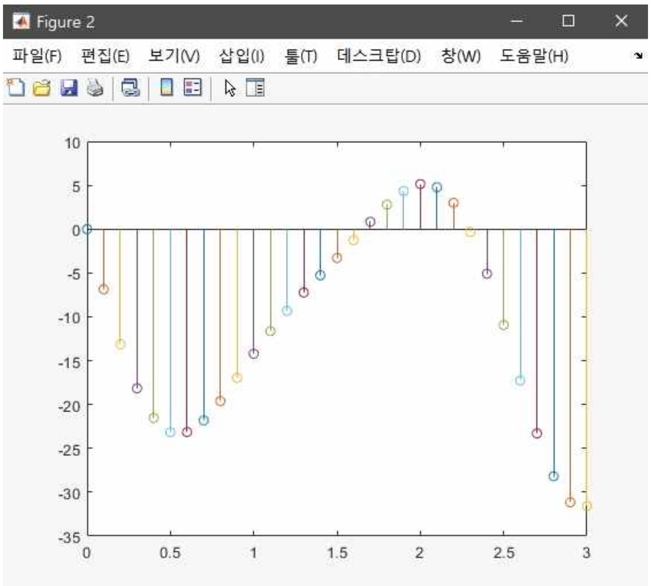
-라인 74번으로 식 $y_3[nT]=y_1[nT]+y_2[nT]$을 구현하였다.

-라인 80번으로 식 $y_4[nT]$(input signal=$x_1[nT]+x_2[nT]$)을 구현하였다.

-for문을 사용하여 각 n값에 해당하는 y값을 나타내었고, stem함수와 hold on을 사용하여 y3, y4의 그래프를 형성하였다.



$y_3[nT]=y_1[nT]+y_2[nT]$



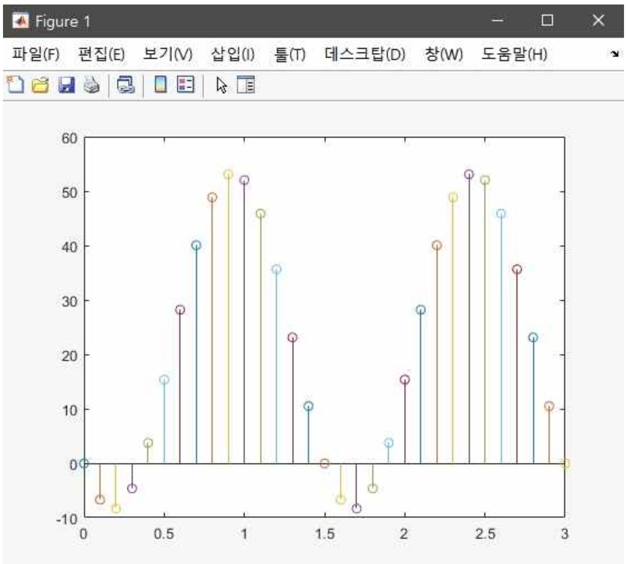
$$y_4[nT] = y_4[(n-1)T] - 3\{x_1[nT] + x_2[nT]\} + 2\{x_1[(n-1)T] + x_2[(n-1)T]\}$$

2-5

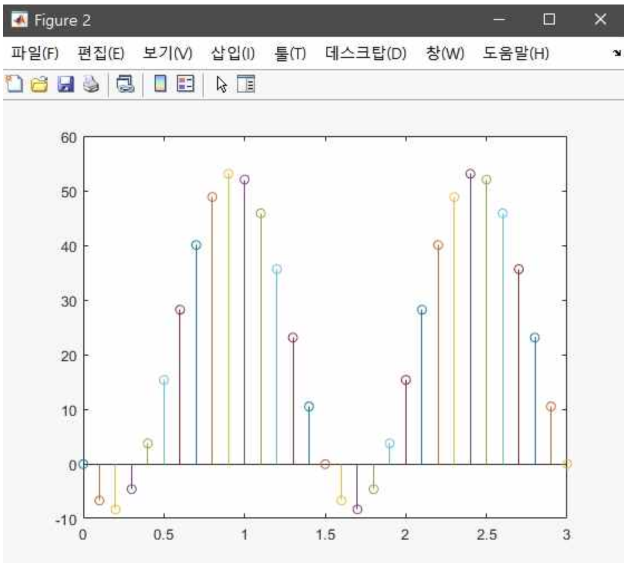
<코드>

```
% Q 2-5
T=0.1;
y1=3.5;
y5=0;
y6=10.5;
figure(1)
for n=0:30
    y1=y1-3*3*cos(2*pi*(n)/15)+2*3*cos(2*pi*(n-1)/15);
    y5=3*y1;
    stem(n*T,y5)
    hold on
end
figure(2)
for n=0:30
    y6=y6-3*9*cos(2*pi*(n)/15)+2*9*cos(2*pi*(n-1)/15);
    stem(n*T,y6)
    hold on
end
```

-n=0일 때 y값을 0으로 잡기 위해 y5와 y6을 위 사진과 같이 설정하였다.
-라인 95번으로 식 $y_5[nT]=3y_1[nT]$을 구현하였다.
-라인 101번으로 식 $y_6[nT]$(input signal=$3x_1[nT]$)을 구현하였다.
-for문을 사용하여 각 n값에 해당하는 y값을 나타내었고, stem함수와 hold on을 사용하여 y5, y6의 그래프를 형성하였다.



$y_5[nT]=3y_1[nT]$



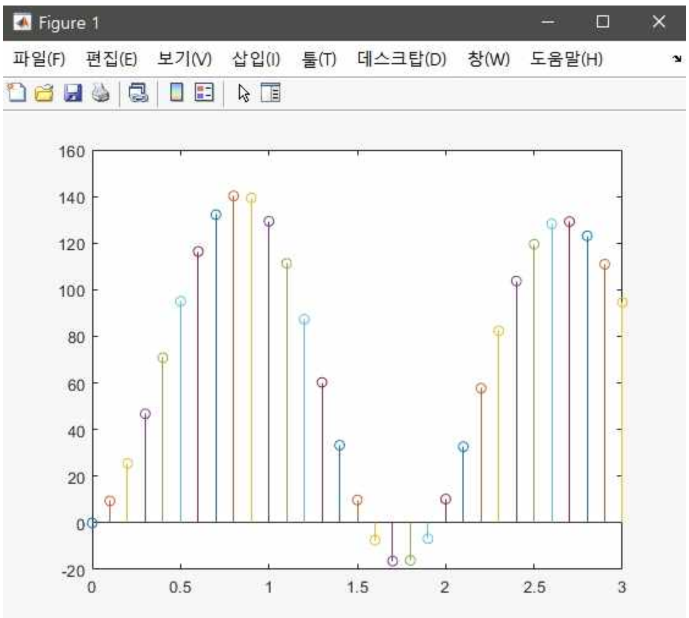
$y_6[nT]=y_6[(n-1)T]-3\times 3x_1[nT]+2\times 3x_1[(n-1)T]$

2-6

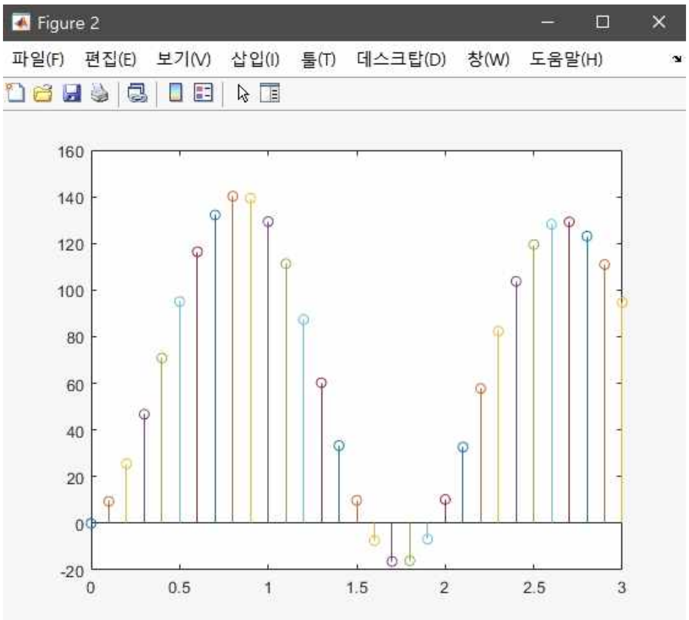
<코드>

```
108      % Q 2-6
109 -    T=0.1;
110 -    y1=3.5;
111 -    y2=3.1;
112 -    y7=0;
113 -    y8=2*3.5-3*3.1;
114 -    figure(1)
115 -    for n=0:30
116 -        y1=y1-3*3*cos(2*pi*(n)/15)+2*3*cos(2*pi*(n-1)/15);
117 -        y2=y2-3*5*sin(2*pi*(n)/20)+2*5*sin(2*pi*(n-1)/20);
118 -        y7=2*y1-3*y2;
119 -        stem(n*T,y7)
120 -        hold on
121 -    end
122 -    figure(2)
123 -    for n=0:30
124 -        y8=y8-3*(2*3*cos(2*pi*(n)/15)-3*5*sin(2*pi*(n)/20))+2*(2*3*cos(2*pi*(n-1)/15)-3*5*sin(2*pi*(n-1)/20));
125 -        stem(n*T,y8)
126 -        hold on
127 -    end
```

-n=0일 때 y값을 0으로 잡기 위해 y7과 y8을 위 사진과 같이 설정하였다.
-라인 118번으로 식 $y_7[nT]=2y_1[nT]-3y_2[nT]$을 구현하였다.
-라인 124번으로 식 $y_8[nT]$(input signal=$2x_1[nT]-3x_2[nT]$)을 구현하였다.
-for문을 사용하여 각 n값에 해당하는 y값을 나타내었고, stem함수와 hold on을 사용하여 y7, y8의 그래프를 형성하였다.



$y_7[nT]=2y_1[nT]-3y_2[nT]$



$$y_8[nT] = y_8[(n-1)T] - 3\{2x_1[nT] - 3x_2[nT]\} + 2\{2x_1[(n-1)T] - 3x_2[(n-1)T]\}$$

2-7

$$y[nT] = y[(n-1)T] - 3x[nT] + 2x[(n-1)T]$$

$$x[nT] = x_1[nT] \rightarrow y_1[nT] = y_1[(n-1)T] - 3x_1[nT] + 2x_1[(n-1)T]$$

$$x[nT] = x_2[nT] \rightarrow y_2[nT] = y_2[(n-1)T] - 3x_2[nT] + 2x_2[(n-1)T]$$

① $x[nT] = Ax_1[nT] + Bx_2[nT]$

$$y[nT] = y[(n-1)T] - 3Ax_1[nT] - 3Bx_2[nT] + 2Ax_1[(n-1)T] + 2Bx_2[(n-1)T] \quad \cdots ⓐ$$

② $y[nT] = Ay_1[nT] + By_2[nT]$

$$\underbrace{Ay_1[nT] + By_2[nT]}_{y[nT]} = \underbrace{Ay_1[(n-1)T] + By_2[(n-1)T]}_{y[(n-1)T]} - 3Ax_1[nT] - 3Bx_2[nT] + 2Ax_1[(n-1)T] + 2Bx_2[(n-1)T] \quad \cdots ⓑ$$

Since ⓐ = ⓑ, the system is linear

-위 사진과 같은 과정을 거쳤을 때 이 system은 linear임을 알 수 있다.
-또한 지금까지 나온 그래프 결과를 봤을 때 두 그래프 모두 서로 동일했으므로 system이 linear하다는 것을 확인할 수 있다.

3. Plot the following signals and answer the given question. Provide a discussion based on your observation.

(*Note*: Implement the functions **without** using any built-in function, such as ***conv()*** and be careful of x-axis range.)

1) $x_1(t) = \begin{cases} t, & -2 \le t \le 2 \\ 0, & otherwise \end{cases}$, $x_2(t) = \begin{cases} -t, & 0 \le t < 2 \\ -2, & 2 \le t < 6 \\ \frac{1}{2}t - 5, & 6 \le t \le 10 \\ 0, & otherwise \end{cases}$ using the ***stem()*** function with the step size 0.2

2) $y_1(t) = x_1(t) * x_2(t)$ using the ***stem()*** function with the step size 0.2

3) $x_3(t) = \begin{cases} t, & -2 \le t \le 2 \\ 0, & otherwise \end{cases}$, $x_4(t) = \begin{cases} -t, & 0 \le t < 2 \\ -2, & 2 \le t < 6 \\ \frac{1}{2}t - 5, & 6 \le t \le 10 \\ 0, & otherwise \end{cases}$ using the ***stem()*** function with the step size 0.4

4) $y_2(t) = x_3(t) * x_4(t)$ using the ***stem()*** function with the step size 0.4

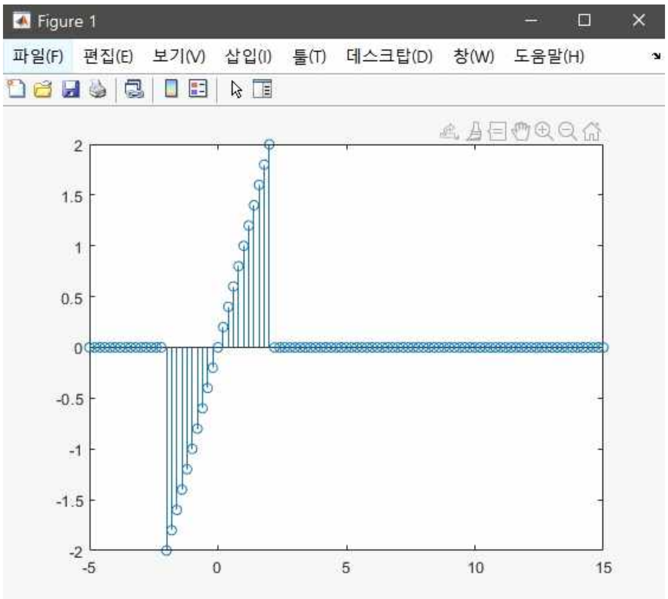
5) Provide a discussion based on your observation and explain the physical meaning of convolution through the difference between $y_1(t)$ and $y_2(t)$.

3-1

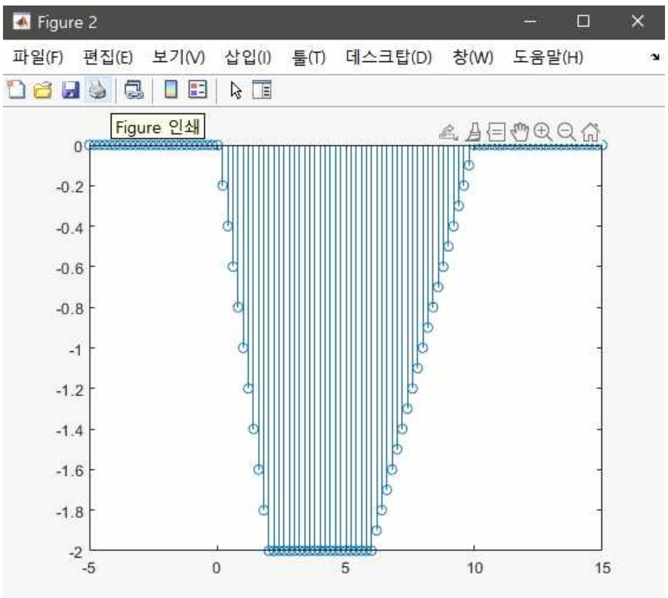
<코드>

```
% Q 3-1
t = -5:0.2:15;
x1 = t.*(-2<=t&t<=2);
x2=zeros(size(t));
x2 = x2+(-t).*(0<=t&t<2);
x2 = x2+(-2).*(2<=t&t<6);
x2 = x2+(0.5*t-5).*(6<=t&t<=10);
figure(1)
stem(t,x1)
figure(2)
stem(t,x2)
```

-t값을 통해 step size를 0.2로 설정하였다.
-문제에 주어진 식이 모두 그래프에 표현될 수 있도록 t값의 범위를 -5~15로 넉넉히 잡았다.
-".*(t의 범위)"를 이용하여 각 범위에 맞는 식을 x1과 x2에 할당해주었다.
-x2같은 경우 식이 여러 개이므로 “zeros”를 이용하여 모두 0으로 만들고 각 범위에 맞는 식을 더해가는 방식으로 설정하였다.
-stem 함수를 사용하여 도출해낸 그래프는 아래와 같다.



$$x_1(t) = \begin{cases} t, & -2 \le t \le 2 \\ 0, & elsewhere \end{cases}$$



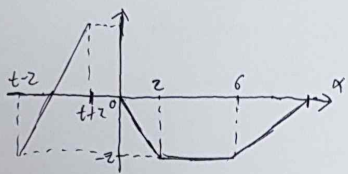
$$x_2(t) = \begin{cases} -t, & 0 \le t \le 2 \\ -2, & 2 \le t \le 6 \\ 0.5t - 5, & 6 \le t \le 10 \\ 0, & elsewhere \end{cases}$$

3-2

$$y_1(t) = x_1(t) * x_2(t) = x_2(t) * x_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_2(\alpha)\, x_1(t-\alpha)\, d\alpha$$

$$x_1(t-\alpha) = \begin{cases} t-\alpha & t-2 \le \alpha \le t+2 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \qquad x_2(\alpha) = \begin{cases} -\alpha & 0 \le \alpha < 2 \\ -2 & 2 \le \alpha < 6 \\ 0.5\alpha - 5 & 6 \le \alpha \le 10 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

① $t+2<0$, $t<-2$



$$y_1(t) = \boxed{0}$$

② $0 \le t+2 < 2$, $-2 \le t < 0$

$$\int_0^{t+2} (-\alpha)(t-\alpha)\, d\alpha = \left[\frac{1}{3}\alpha^3 - \frac{t}{2}\alpha^2\right]_0^{t+2} = \boxed{(t+2)^2\left(-\frac{t}{6} + \frac{2}{3}\right)}$$

③ $2 \le t+2$, $t-2<0$, $0 \le t < 2$

$$\int_0^{2} (-\alpha)(t-\alpha)\, d\alpha + \int_2^{t+2} (-2)(t-\alpha)\, d\alpha = \left[\frac{1}{3}\alpha^3 - \frac{t}{2}\alpha^2\right]_0^{2} + \left[\alpha^2 - 2t\alpha\right]_2^{t+2}$$

$$= \boxed{-t^2 + 2t + \frac{8}{3}}$$

④ $0 \le t-2 < 2$, $2 \le t < 4$

$$\int_{t-2}^{2} (-\alpha)(t-\alpha)\, d\alpha + \int_2^{t+2} (-2)(t-\alpha)\, d\alpha = \left[\frac{1}{3}\alpha^3 - \frac{t}{2}\alpha^2\right]_{t-2}^{2} + \left[\alpha^2 - 2t\alpha\right]_2^{t+2}$$

$$= \boxed{\frac{1}{6}t^3 - t^2 + \frac{16}{3}}$$

⑤ $6 \le t+2 < 10$, $4 \le t < 8$

$$\int_{t-2}^{6} (2\alpha - 2t)\, d\alpha + \int_6^{t+2} \left(\frac{1}{2}\alpha - 5\right)(t-\alpha)\, d\alpha$$

$$= \left[\alpha^2 - 2t\alpha\right]_{t-2}^{6} + \left[-\frac{1}{6}\alpha^3 + \left(\frac{5}{2} + \frac{t}{4}\right)\alpha^2 - 5t\alpha\right]_6^{t+2} = \frac{t^3}{12} - \frac{3}{2}t^2 + 8t - \frac{40}{3}$$

⑥ $6 \le t-2 < 10$, $8 \le t < 12$

$$\int_{t-2}^{10} \left(\frac{1}{2}\alpha - 5\right)(t-\alpha)\, d\alpha = \left[-\frac{1}{6}\alpha^3 + \left(\frac{5}{2} + \frac{t}{4}\right)\alpha^2 - 5t\alpha\right]_{t-2}^{10}$$

$$= \boxed{-\frac{t^3}{12} + \frac{5}{2}t^2 - 24t + 72}$$

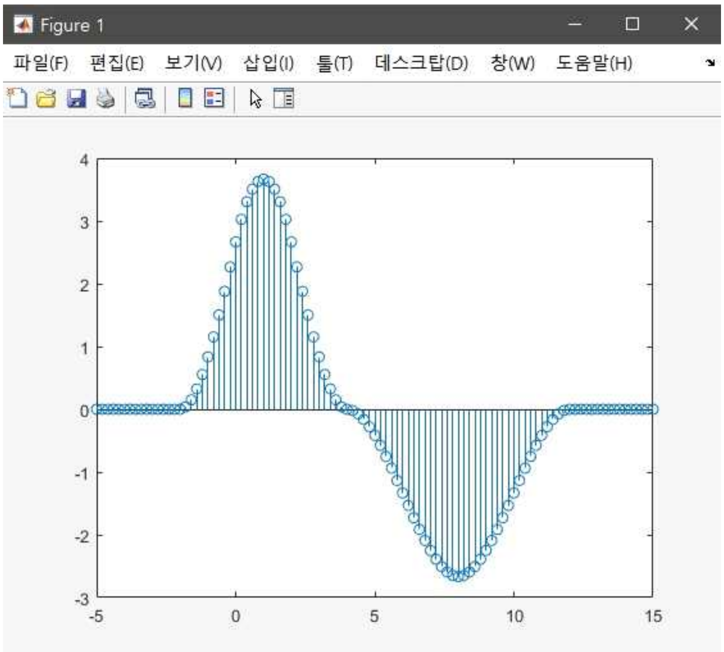
⑦ $12 \le t$ $\qquad y_1(t) = \boxed{0}$

-x1과 x2 convolution을 더 쉽게 하기 위해서 위치를 뒤바꿔서 convolution을 진행하였다.
-convolution을 하면 총 7가지의 경우가 나오는데, matlab에 좀 더 쉽게 적용하기 위해 각 경우에 따른 식을 직접 유도하였다.

<코드>

```
% Q 3-2
t = -5:0.2:15;
y1=zeros(size(t));
y1=y1+((t+2).^2.*(-t/6+2/3)).*(-2<=t&t<0);
y1=y1+(-t.^2+2.*t+8/3).*(0<=t&t<2);
y1=y1+(t.^3/6-t.^2+16/3).*(2<=t&t<4);
y1=y1+(t.^3/12-1.5*t.^2+8.*t-40/3).*(4<=t&t<8);
y1=y1+(-t.^3/12+2.5.*t.^2-24.*t+72).*(8<=t&t<12);
figure(1)
stem(t,y1)
```

-문제 3-1과 같이 t값을 통해 step size를 0.2로 설정하였다.
-t값의 범위는 문제 3-1과 동일하게 설정하고, 각 7가지의 경우에 따른 식을 t의 범위에 따라 y1에 대입하였다.
-stem 함수를 사용하여 도출해낸 그래프는 아래와 같다.



$y_1(t) = x_1(t) * x_2(t)$

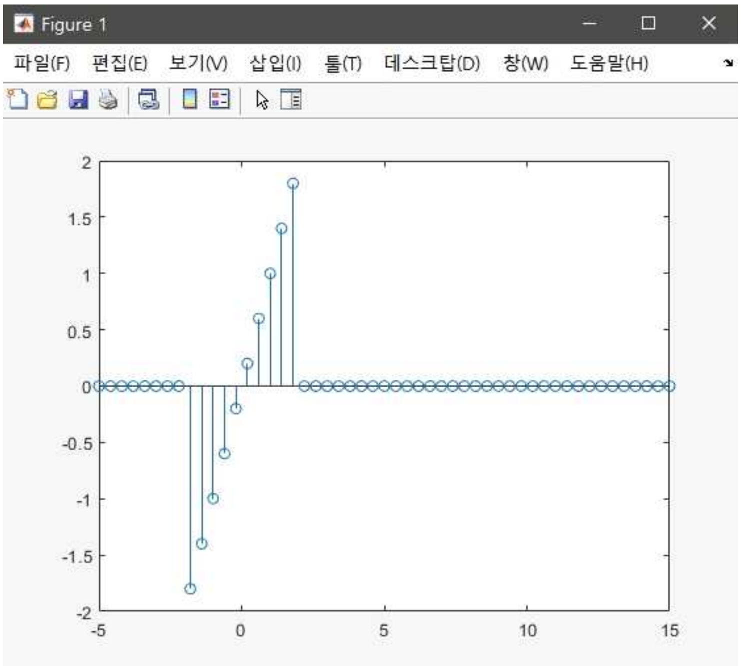
3-3

<코드>

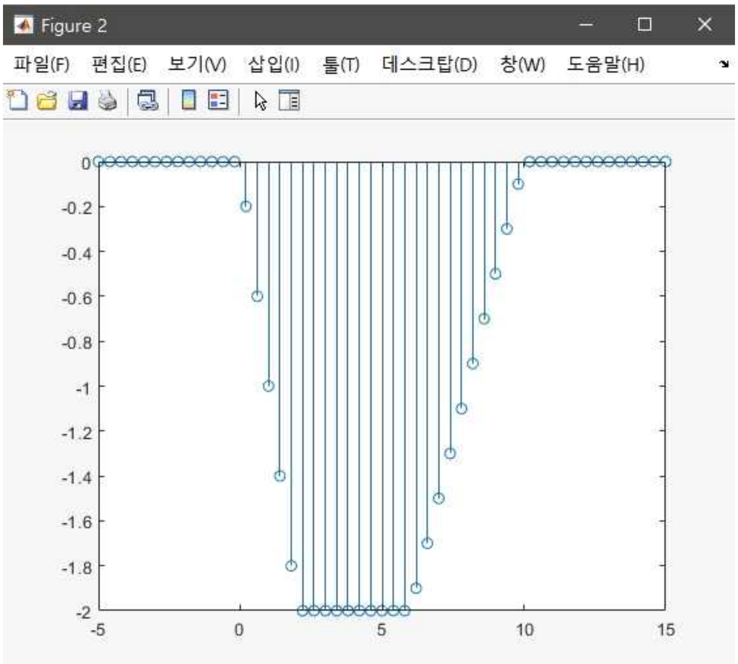
```
% Q 3-3
t = -5:0.4:15;
x3 = t.*(-2<=t&t<=2);
x4=zeros(size(t));
x4 = x4+(-t).*(0<=t&t<2);
x4 = x4+(-2).*(2<=t&t<6);
x4 = x4+(0.5*t-5).*(6<=t&t<=10);
figure(1)
stem(t,x3)
figure(2)
stem(t,x4)
```

-step size가 0.2에서 0.4, x1이 x3, x2가 x4로 바뀐 것을 제외하고는 문제 3-1과 모두 동일하다.

-stem 함수를 사용하여 도출해낸 그래프는 아래와 같다.



$$x_3(t) = \begin{cases} t, -2 \leq t \leq 2 \\ 0, elsewhere \end{cases}$$



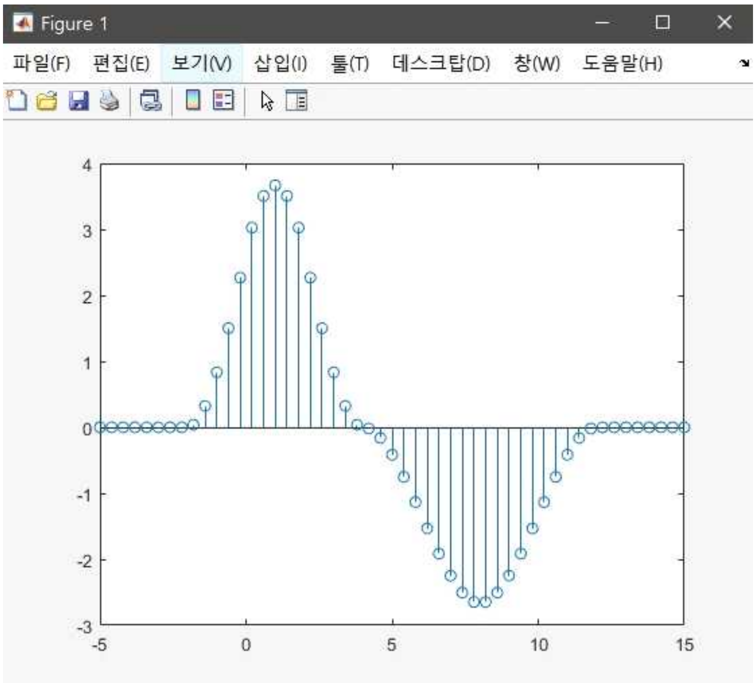
$$x_4(t) = \begin{cases} -t, & 0 \le t \le 2 \\ -2, & 2 \le t \le 6 \\ 0.5t - 5, & 6 \le t \le 10 \\ 0, & elsewhere \end{cases}$$

3-4

<코드>

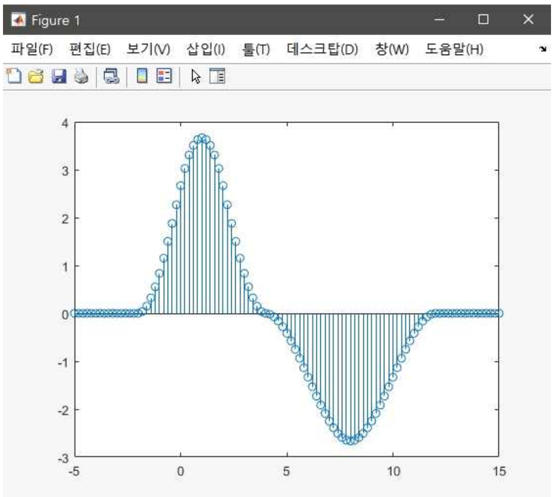
```
% Q 3-4
t = -5:0.4:15;
y2=zeros(size(t));
y2=y2+((t+2).^2.*(-t/6+2/3)).*(-2<=t&t<0);
y2=y2+(-t.^2+2.*t+8/3).*(0<=t&t<2);
y2=y2+(t.^3/6-t.^2+16/3).*(2<=t&t<4);
y2=y2+(t.^3/12-1.5*t.^2+8.*t-40/3).*(4<=t&t<8);
y2=y2+(-t.^3/12+2.5.*t.^2-24.*t+72).*(8<=t&t<12);
figure(1)
stem(t,y2)
```

-step size가 0.2에서 0.4, y1이 y2로 바뀐 것을 제외하고는 문제 3-2와 모두 동일하다.
-stem 함수를 사용하여 도출해낸 그래프는 아래와 같다.

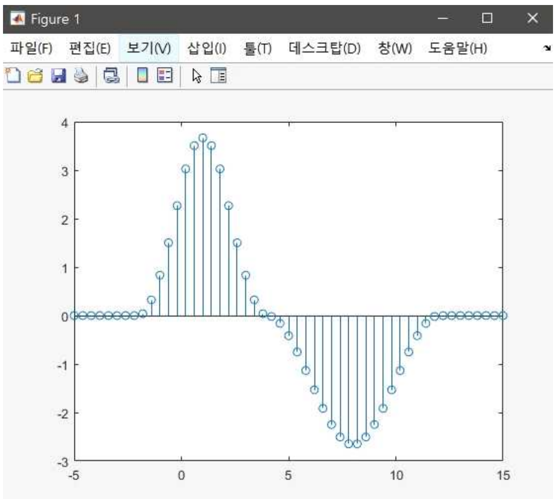


$y_2(t) = x_3(t) * x_4(t)$

3-5



step size=0.2



step size=0.4

-step size는 x축의 각 값들 사이의 간격을 의미하는데, step size의 값이 작을수록 그래프 상에서 값들이 더 밀집된 것을 확인할 수 있다.

-물리적 관점에서 convolution을 해석하면 수식에서 원본데이터에 변화를 줘서 변화된 값들의 평균을 구하는 것으로 볼 수 있는데, step size의 값에 따른 그래프의 양상을 보면 step size의 값이 작을수록 더 정확한 평균을 구할 수 있다는 것을 알 수 있다.