

MAT/MATH 102, Vize (Midterm), 20.04.2019, 13:00 - 15:00

İsim ve Soyisim (Name and Surname) : _____
Öğrenci No(Student ID number): : _____
Bölüm (Department) : _____

* This is a closed book and closed notes exam (Bu sınavda kitap ve not kullanılamaz).

* No calculators, no talking and no questions (Hesap makinası, konuşmak ve soru sormak yasaktır).

1	2	3	4	5	Toplam
16	21	22	18	23	100

1.(16 p.) Determine whether the following series converges or diverges by using any appropriate test. Carefully justify your answers.

(Uygun herhangi bir testi kullanarak aşağıda verilen serilerin yakınsak veya ıraksak olup olmadığına karar verin. Cevaplarınızı dikkatlice doğrulayın.)

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi n}{2n+1}\right) \quad \text{b) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{n^3 - 4n + 1}$$

2.a)(15 p.) Calculate the radius and interval of convergence for the following series.
(Aşağıdaki serinin yakınsaklık yarıçapını ve aralığını hesaplayınız.)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-4)^n}{n^{1/2}}.$$

b)(6 p.) Find the limit, if it exists, or show that the limit does not exist.

(Limit varsa bulun yoksa olmadığını gösteriniz.)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{x(y-1)}{x^2 + (y-1)^2}$$

3.a)(3 p.) Find the Maclaurin series representation of the function

$$\frac{1}{1+x^2}.$$

($\frac{1}{1+x^2}$ 'nin Maclaurin serisi açılımını bulunuz.)

b) (10 p.) Using a) find the Maclaurin series representation of the function $f(x) = \arctan(x)$. For what values of x is this representation valid?

($f(x) = \arctan(x)$ fonksiyonunun Maclaurin serisini a) şikkını kullanarak bulunuz. Hangi x değerleri için bu gösterim geçerlidir.)

c)(3 p.)Using b) find the Maclaurin series representation of the function $f(x) = \arctan(x^2)$.

($f(x) = \arctan(x^2)$ fonksiyonunu b) şikkını kullanarak Maclaurin serisine açınız.)

d)(6 p.) Using the third degree Taylor polynomial of $f(x) = \arctan(x)$ find approximate value of $\arctan(\frac{1}{2})$.

($f(x) = \arctan(x)$ 'nin 3. dereceden Taylor polinomunu kullanarak $\arctan(\frac{1}{2})$ 'nin yaklaşık değerini bulunuz.

Hint(İpucu): $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$ for $|x| < 1$.

- 4. a)**(9 p.) Let $z = f(x, y)$ be differentiable function such that $x = u^2 + v^3u$, $y = uv$ and $f_x(2, 1) = 1$ and $f_y(2, 1) = -2$. Compute $\frac{\partial z}{\partial v}$, at $(u, v) = (1, 1)$.
($z = f(x, y)$ diferansiyellenebilen bir fonksiyon olsun öyle ki, $f_x(2, 1) = 1$, $f_y(2, 1) = -2$. $\frac{\partial z}{\partial v}$ 'yi $(u, v) = (1, 1)$ noktasında hesaplayınız.)
- b)**(9 p.) Find the equation of the tangent plane to $f(x, y) = x^2 - y^2$ at the point $(-2, 1)$.
($f(x, y) = x^2 - y^2$ 'nin $(-2, 1)$ noktasındaki teğet düzleminin denklemini bulunuz.)

5. Let $D_1 : -x + 3y - 5z = 10$ and $D_2 : 2x - y - z = 4$.

a) (7 p.) Show that these two planes are perpendicular to each other. (Bu iki düzlemin birbirine dik olduğunu gösteriniz.)

b) (8 p.) Write the equation of the plane passing through $P(0, 1, 1)$ and perpendicular to planes which are given above.

(Yukarıda denklemleri verilen düzlemlere dik olan ve $P(0, 1, 1)$ noktasından geçen düzlemin denklemini yazınız.)

c) (8 p.) Find the distance from the point $P = (1, 1, 1)$ to the plane $2x - y - z = 4$.

($P = (1, 1, 1)$ noktasından $2x - y - z = 4$ düzlemine olan uzaklığı hesaplayınız.)