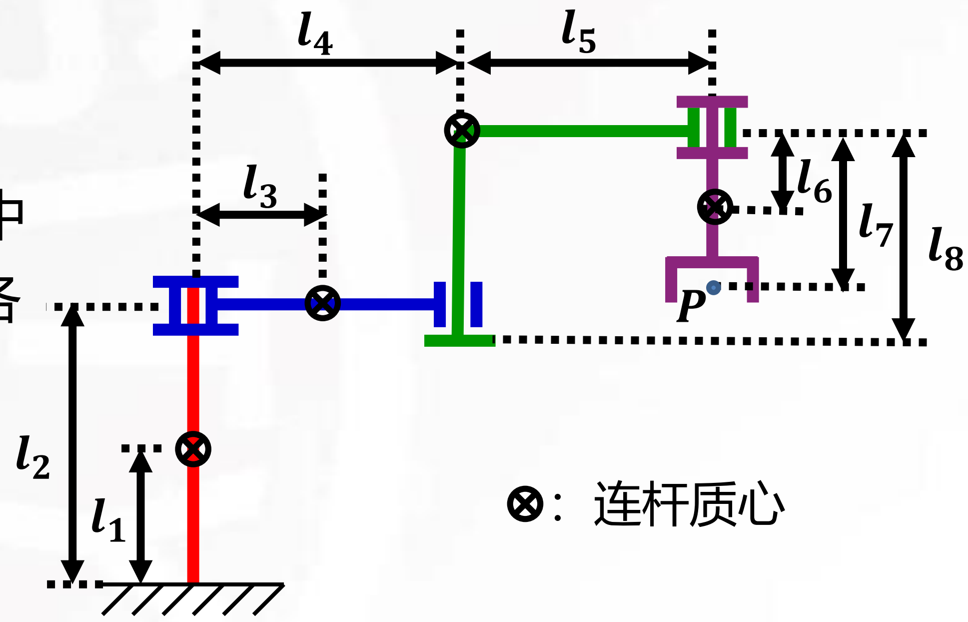
测试2

如图所示，一空间RPR机器人，各个结构尺寸分别为： $L_1=1$， $L_2=2$， $L_3=1$， $L_4=2$， $L_5=2$， $L_6=0.5$， $L_7=1$， $L_8=20$，红色杆件质量$m_1=30$, 蓝色杆件质量$m_2=10$, 绿色杆件质量$m_3=10$, 紫色杆件质量$m_4=1$, 各杆件质心处的转动惯量分别为：

$$I_{c1}=\begin{bmatrix}20&0&0\\0&40&0\\0&0&60\end{bmatrix},I_{c2}=\begin{bmatrix}10&0&0\\0&20&0\\0&0&30\end{bmatrix},\ I_{c3}=\begin{bmatrix}5&0&0\\0&10&0\\0&0&20\end{bmatrix},I_{c4}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&5\end{bmatrix}$$

1. 画出该机器人坐标系，并给出此机器人的DH参数表（15分）
2. 求取此机器人基础雅可比矩阵（20分）和工具雅可比矩阵（10分）
3. 已知当此机器人构型为$q=[0\quad 0\quad \pi/4]^T$时，机器人手抓中心$P$点处受外力 ${}^0F=[0\quad 0\quad 10]^T$时处于静力平衡，求取各个关节输出力/力矩。（15分）
4. 求取此机器人标准形式的动力学方程（40分）

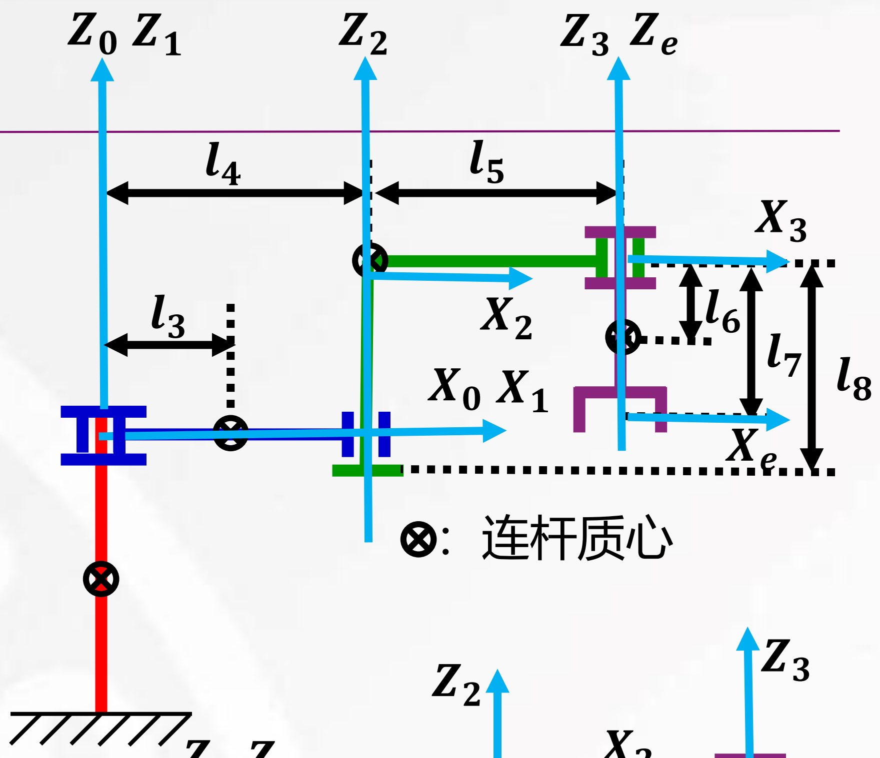
$$M(q)\ddot{q}+V(q,\dot{q})+G(q)=\Gamma$$



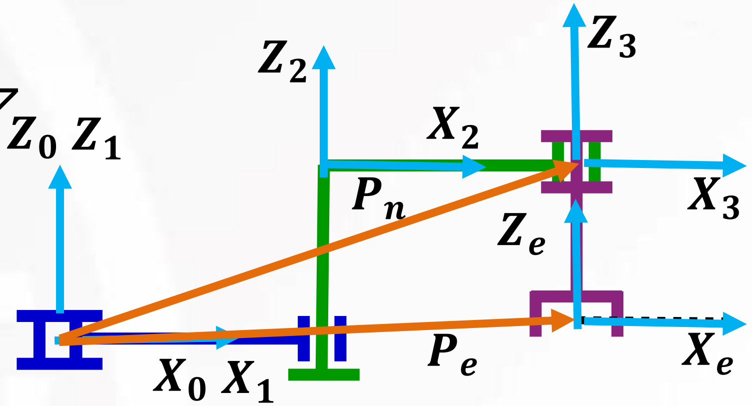
测试2答案（1）

1. 画出该机器人坐标系，并给出此机器人的DH参数表（15分）

	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	$\boldsymbol{\theta_1}$
2	0	$L_4=2$	$\boldsymbol{d_2}$	0
3	0	$L_5=2$	0	$\boldsymbol{\theta_3}$
4	0	0	$-L_7=-1$	0



2. 求取此机器人基础雅可比矩阵（15分）和工具雅可比矩阵（10分）



$$^0P_n=[(L_4+L_5)\cos\theta_1 \quad (L_4+L_5)\sin\theta_1 \quad d_2]^T$$

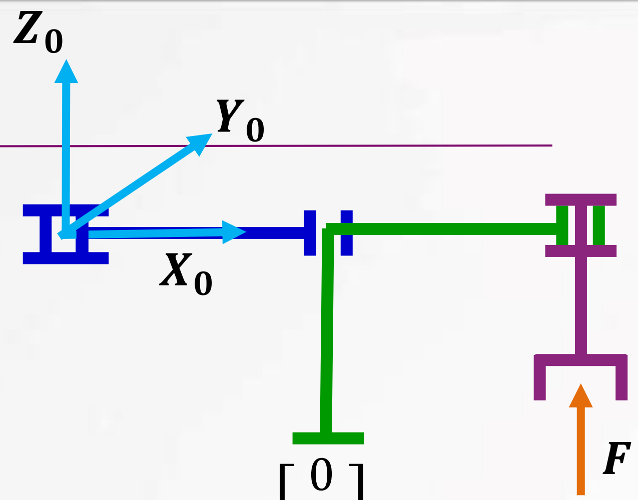
$$^0P_e=[(L_4+L_5)\cos\theta_1 \quad (L_4+L_5)\sin\theta_1 \quad d_2-L_7]^T$$

$$J_v=\frac{\partial\, {}^0P_n}{\partial q}=\begin{bmatrix}-(L_4+L_5)\sin\theta_1 & 0 & 0\\ (L_4+L_5)\cos\theta_1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix} \qquad {}^0Z_1={}^0Z_2={}^0Z_3={}^0Z_e=[0 \quad 0 \quad 1]^T$$

$$J_{ev}=\frac{\partial\, {}^0P_e}{\partial q}=\begin{bmatrix}-(L_4+L_5)\sin\theta_1 & 0 & 0\\ (L_4+L_5)\cos\theta_1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix} \qquad J_w=J_{ew}=[\,{}^0Z_1 \quad 0 \quad {}^0Z_3]=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\1&0&1\end{bmatrix}$$

$$J_0=J_e=\begin{bmatrix}-(L_4+L_5)\sin\theta_1 & 0 & 0\\ (L_4+L_5)\cos\theta_1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

测试2答案（2）



3. 已知当此机器人构型为$q=[0\quad 0\quad \pi/4]^T$时，机器人手抓中心受外力 ${}^0F=[0\quad 0\quad 10]^T$时处于静力平衡，求取各个关节输出力/力矩。（15分）

$$J_e=\begin{bmatrix} -(L_4+L_5)\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ (L_4+L_5)\cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

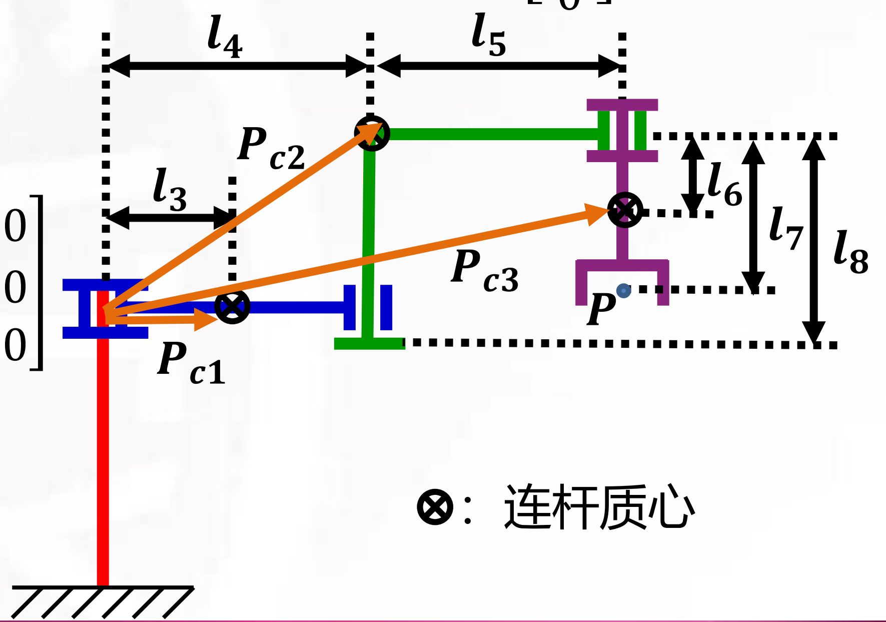
$$\Rightarrow \tau = J_e^T\,{}^0F=\begin{bmatrix} -(L_4+L_5)\sin\theta_1 & (L_4+L_5)\cos\theta_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4. 求取此机器人标准形式的动力学方程（40分）

$${}^0P_{c1}=\begin{bmatrix} l_3c1 \\ l_3s1 \\ 0 \end{bmatrix},\ {}^0P_{c2}=\begin{bmatrix} l_4c1 \\ l_4s1 \\ d_2 \end{bmatrix},\ {}^0P_{c3}=\begin{bmatrix} (l_4+l_5)c1 \\ (l_4+l_5)s1 \\ d_2-l_6 \end{bmatrix}$$

$${}^0J_{vc1}=\begin{bmatrix} -l_3s1 & 0 & 0 \\ l_3c1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ {}^0J_{vc2}=\begin{bmatrix} -l_4s1 & 0 & 0 \\ l_4c1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},\ {}^0J_{vc3}=\begin{bmatrix} -(l_4+l_5)s1 & 0 & 0 \\ (l_4+l_5)c1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$${}^0J_{wc1}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ {}^0J_{wc2}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ {}^0J_{wc3}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



测试2答案（3）

4. 求取此机器人标准形式的动力学方程（40分）

$$M(q)=\sum_{i=1}^{n} J_{vci}^{T} m_i J_{vci}+J_{\omega ci}^{T} I_{ci} J_{\omega ci}=\begin{bmatrix} m_2 l_3^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} I_{c2}(3,3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} m_3 l_4^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} I_{c3}(3,3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} m_4(l_4+l_5) & 0 & 0 \\ 0 & m_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} I_{c4}(3,3) & 0 & 0\ \text{I c4(3,3)} \\ 0 & 0 & 0 \\ I_{c4}(3,3) & 0 & 0\ \text{I\_c4(3,3)} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 121 & 0 & 5 \\ 0 & 11 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

$$b_{i,j,k}=\frac{\partial m_{i,j}}{\partial q_k}=0, \quad c_{ijk}=\frac{1}{2}\left(b_{i,j,k}+b_{i,k,j}-b_{j,k,i}\right)=0 \quad V(q,\dot q)=\begin{bmatrix} c_{111} & c_{122} & \cdots & c_{1nn} \\ c_{211} & c_{222} & \cdots & c_{2nn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n11} & c_{n22} & \cdots & c_{nnn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot q_1^2 \\ \dot q_2^2 \\ \vdots \\ \dot q_n^2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 2c_{112} & 2c_{113} & \cdots & 2c_{1(n-1)n} \\ 2c_{212} & 2c_{213} & \cdots & 2c_{2(n-1)n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2c_{n12} & 2c_{n13} & \cdots & 2c_{n(n-1)n} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot q_1 \dot q_2 \\ \dot q_1 \dot q_3 \\ \vdots \\ \dot q_{n-1}\dot q_n \end{bmatrix}=0$$

$$G(q)=-\left(m_1 J_{vc1}^T g+m_2 J_{vc2}^T g+\cdots+m_n J_{vcn}^T g\right)$$

$$=-m_2\begin{bmatrix} -l_3 s1 & l_3 c1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}-m_3\begin{bmatrix} -l_4 s1 & l_4 c1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}-m_4\begin{bmatrix} -(l_4+l_5)s1 & (l_4+l_5)c1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}=(m_3+m_4)g\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 121 & 0 & 5 \\ 0 & 11 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot\theta_1 \\ \ddot d_2 \\ \ddot\theta_3 \end{bmatrix}+11g\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \tau_1 \\ F_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}$$