2016 年秋季学期大一学生期中A QQ2842305604

课	程:线性代数与空间解析几何	推荐时间:	40 分钟
学	- 5:	姓 名:_	

1.已知
$$A^*X=A^{-1}+2X$$
,其中 $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ -1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1\end{bmatrix}$, $X=($)

$$(A)\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

(B)
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

(D)
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.已知向量 $\vec{a} = \vec{i}, \vec{b} = \vec{j} - 2\vec{k}, \vec{c} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}.$ 求一单位向量,使 $\vec{d} \perp \vec{c}$,且 \vec{a} , \vec{b} , \vec{d}

共面,则 \vec{d} = ()

(A)
$$(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$$

(B)
$$\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

(C)
$$(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$$

(D)
$$(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$$
 或 $(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

3.设 n 阶行列式 D_n,则 D_n=0 的必要条件是()

- (A) D_n中有两行(两列)元素对应成比例
- (B) D_n中有一行(或列)元素全为0
- (C) Dn 中各列元素之和为 0
- (D)以 Dn 为系数行列式的齐次行列式的齐次线性方程组有非零解

4.已知
$$D_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$
 则 $2016A_{41} + 2017A_{42} + 2018A_{43} + 2019A_{44} = ($) $(A) - 2020$ (B) 2020 (C) 4040 (D) 4040 5.设矩阵 $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_n)^T$, $\beta = (b_1, b_2, \dots b_n)^T$, 则 $3E_n - \alpha\beta^T | = ($) $(A) 3^n$ (B) 3^{n-3} (D) $3^n (3 - \prod_{1 \le i < j \le n} a_i b_i)$ (D) $3^n (3 - \prod_{1 \le i < j \le n} a_i b_i)$ (D) $3^n (3 - \prod_{1 \le i < j \le n} a_i b_i)$ (D) $3^n (3 - \prod_{1 \le i < j \le n} a_i b_i)$ (D) $4 - 2(x+1)(x-1)(x-2)(x+2)$ (D) $4 - 3(x+1)(x-1)(x-2)(x+2)$ (D) $4 - 3(x+1)($

(C)16 (D)2

11. 设可逆矩阵 A 为 n 阶矩阵, $\beta \in n \times 1$ 阶矩阵, a,b,c 是常数, $\mathbb{E}[B] = a$,

$$\begin{vmatrix} A & \beta \\ \beta^T & b \end{vmatrix} = 0, 则行列式 \begin{vmatrix} A & \beta \\ \beta^T & c \end{vmatrix} 等于 ()$$

(A) 0

(B) $\frac{c-b}{a}$

(C) (b-c)a

(D) a(c-b)

12. 设 4 阶方阵 $A=(\alpha \ X \ Y \ Z)$, $B=(\beta \ X \ Y \ Z)$, |A|=3, |B|=7, 则 |A+B|

=()

(A)20

(B)80

(C)160

(D)10

13.已知空间三点 A(2,3,0),B(1,-2,2),C(1,1,1), 求以 O,A,B,C 为顶点的四面

体的体积 ()

(A)5

 $(B)^{\frac{5}{3}}$

 $(C)^{\frac{5}{2}}$

 $(D)^{\frac{5}{6}}$

14.设矩阵 A =
$$\begin{pmatrix} 0 & x & x & x & x & y \\ 0 & x & x & x & y & x \\ 0 & x & x & y & x & x \\ 0 & x & y & x & x & x \\ 0 & y & x & x & x & x \\ 1 & x & y & x & y & x \end{pmatrix}, \quad \mathbb{M}|A| = ()$$

(A) $(y-x)^4(y+4x)$

(B) $-(y-x)^4(y+4x)$

(C) y + 4x

(D) 0

15.设三阶矩阵 $A = \begin{bmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{bmatrix}$, 若 A 的伴随矩阵的秩等于 1,则必有().

(A)a=b 或 a+2b=0

(B)a=b 或 a=2b≠0

(C)a \neq b \bot a+2b=0

(D)a≠b \perp a+2b≠0

16. 己知 A=
$$\begin{bmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$
, R (A) = ()

(A)1、2或3

(B)2

(C)2 或 3

(D)1 或 3

17.已知 A=
$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 4 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -3 & -6 & 9 \end{bmatrix}$$
,若 $B^m = t^k B$, t= ()

(B) 13

(D) 8

18. 设
$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$
, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, 满足下式的 α 为(

$$2(\alpha_1 - \alpha) + 5(\alpha_2 + \alpha) = 2(\alpha_3 + \alpha)$$

$$(A)\begin{pmatrix} -1\\ -15\\ -13 \end{pmatrix}$$

$$(B)\begin{pmatrix} -4\\ -9\\ -19 \end{pmatrix}$$

$$(C)\begin{pmatrix} -1\\ -15\\ -19 \end{pmatrix}$$

$$(D)\begin{pmatrix} -4\\-1\\-7 \end{pmatrix}$$

$$19.\mathbf{\alpha_1} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \mathbf{\alpha_2} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}, 则\mathbf{\alpha_1}, \mathbf{\alpha_2}$$
的关系是()

(A)线性相关

(B)线性无关

(C)无法确定

20.设 A,B 为 5 阶矩阵,且 A-B 及 $A^{-1}-B^{-1}$ 的行列式依次为a与 $b,b \neq 0$,则

$$|AB| = ($$

$$(A) - \left(\frac{b}{a}\right)^5$$

$$(C) - \frac{b}{a}$$

$$(D) -1$$

2016 年秋季学期大一学生期中A

课	程:线性代数与空间解析几何	推荐时间:	40 分钟
		1座42-67 66・	

学 号:_____ 姓 名:____

.....

1.已知
$$A^*X=A^{-1}+2X$$
,其中 $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $X=(B)$

$$(A) \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

(B)
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

(D)
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

答案: B 解析:

解 由
$$A^*X = A^{-1} + 2X$$
, 得
$$AA^*X = E + 2AX$$

$$|A|X - 2AX = E$$

$$(|A|E - 2A)X = E$$
因
$$|A| = 4, |A|E - 2A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$
可逆,所以
$$X = (|A|E - 2A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

题目来源:课本第二章习题,第9题,(4)

2.已知向量 $\vec{a}=\vec{\imath},\vec{b}=\vec{\jmath}-2\vec{k},\vec{c}=2\vec{\imath}-2\vec{\jmath}+\vec{k}.$ 求一单位向量,使 $\vec{d}\perp\vec{c},$ 且 \vec{a} , \vec{b} , \vec{d}

共面,则
$$\vec{d}$$
 = (D)

$$(A)(\frac{2}{3},\frac{1}{3},-\frac{2}{3})$$

(B)
$$\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

$$(C)(\frac{2}{3},-\frac{1}{3},-\frac{2}{3})$$

(D)
$$(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$$
 $\implies (-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

答案: D

解析 由已知 \vec{a} =(1,0,0), \vec{b} =(0,1,-2), \vec{c} =(2,-2,1)

设 \vec{d} =(x,y,z)且 $x^2+y^2+z^2=1$.

由 $\vec{d} \perp \vec{c}$ 得 $\vec{d} \cdot \vec{c} = 0$,即 2x-2y+z=0

由
$$\vec{a}$$
, \vec{b} , \vec{d} 共面得[\vec{a} \vec{b} \vec{d}]=0,即 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ x & y & z \end{vmatrix}$ =0

得 z+2y=0,由此得 x=土 $\frac{2}{3}$, y=± $\frac{1}{3}$, z= $\mp\frac{2}{3}$

所以
$$\vec{d} = (\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$$
 或 $(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

改编自课本第 106 页 第 12 题

- 3.设 n 阶行列式 D_n ,则 $D_n=0$ 的必要条件是(D)
- (A) D_n 中有两行(两列)元素对应成比例
- (B) Dn 中有一行(或列)元素全为0
- (C) D_n中各列元素之和为 0
- (D)以 D_n 为系数行列式的齐次行列式的齐次线性方程组有非零解 答案: D

4.已知
$$D_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$
,则 $2016A_{41} + 2017A_{42} + 2018A_{43} + 2019A_{44} = (B)$

(A)-2020

(B)2020

(C)4040

(D)-4040

答案: B

5.设矩阵
$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots \alpha_n)^T$$
, $\beta = (b_1, b_2, \dots b_n)^T$, 则 $|3E_n - \alpha\beta^T| = (B)$

(A)
$$3^n$$

(B)
$$3^{n-1}(3 - \sum_{i=1}^{n} a_i b_i)$$

(B)
$$3^{n-3}$$

(D)
$$3^n(3 - \prod_{1 \le i \le n} a_i b_i)$$

答案: B

解析:点拨,使用降阶公式

来源: 习题指导, 179页, 一、4

$$6.D_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 - x^2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 9 - x^2 \end{vmatrix}$$
, 化 D_4 为多项式,正确的是(D)

- $(A)D_4=-2(x+1)(x-1)(x-2)(x+2)$
- (B)D₄=-3(2- x^2)(9- x^2)
- $(C)D_4=-2(2-x^2)(9-x^2)$
- (D)D₄=-3(x+1)(x-1)(x-2)(x+2)

答案: D

7.C=
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & 4 & 6 \\ 3 & y & 9 \end{bmatrix}$$
, 关于 C 的秩的值 T 的说法正确的是(D)

 $(A)2 \le T \le 3$

(B)1 ≤T≤ 2

 $(C)2 \le T \le 3$

(D) $1 \le T \le 3$

答案:D

解析

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & 4 & 6 \\ 3 & y & 9 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 - 2x & 6 - 3x \\ 0 & y - 6 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R(C) = \begin{cases} 1 & (x = 2 \text{ H } y = 6 \text{ H}) \\ 2 & (x = 2 \text{ H } y \neq 6 \text{ H}) \\ 2 & (x \neq 2 \text{ H } y = 6 \text{ H}) \\ 3 & (x \neq 2 \text{ H } y \neq 6 \text{ H}) \end{cases}$$

来源: 课本第二章习题, 第12题

8.已知
$$\begin{vmatrix} 2 & 8 & 11 & -7 \\ 5 & 4 & x & 1 \\ 3 & x & -5 & 6 \\ 1 & 0 & 8 & 1 \end{vmatrix}$$
, x^2 项系数为(D)

(A)7

(B)-7

(C)9

(D)-9

答案: D

9.有直线
$$L_1$$
: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$ 与 L_2 $\begin{cases} x-y=6\\ 2y+z=3 \end{cases}$,则 L_1 与 L_2 夹角为(C)

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) $\frac{\pi}{6}$

答案:C

解析
$$\overrightarrow{s_1} = (1, -2, 1)$$

$$\overrightarrow{s_2} = \overrightarrow{n_1} \times \overrightarrow{n_2} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (-1, -1, 2)$$

$$\cos \theta = \frac{|\overrightarrow{s_1} \cdot \overrightarrow{s_2}|}{|\overrightarrow{s_1}| \cdot |\overrightarrow{s_2}|} = \frac{1}{2}$$

$$\nabla 0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$$
所以 $\theta = \frac{\pi}{2}$

改编自课本第256页 第27题

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 2b_1 - a_1 & 2b_2 - a_2 & 2b_3 - a_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 8$$
,则 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = (B)$
(A)8 (B)4 (C)16 (D)2

答案: B

11. 设可逆矩阵 A 为 n 阶矩阵, β 是 n × 1 阶矩阵,a, b, c 是常数,且|B| = a,

$$\begin{vmatrix} A & \beta \\ \beta^T & b \end{vmatrix} = 0$$
, 则行列式 $\begin{vmatrix} A & \beta \\ \beta^T & c \end{vmatrix}$ 等于 (D)

(A) 0

(B)
$$\frac{c-b}{a}$$

(C) (b-c)a

(D) a(c-b)

答案: D

解析:
$$\begin{vmatrix} A & \beta \\ \beta^T & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & \beta \\ 0 & b - \beta^T A^{-1} \beta \end{vmatrix} = |A||b - \beta^T A^{-1} \beta|, \quad \text{故 b} = \beta^T A^{-1} \beta,$$
$$\text{故} \begin{vmatrix} A & \beta \\ \beta^T & c \end{vmatrix} = |A||c - \beta^T A^{-1} \beta| = a(c - b)$$

来源: 习题指导,第171页,一、5

12.设 4 阶方阵 $A=(\alpha \ X \ Y \ Z)$, $B=(\beta \ X \ Y \ Z)$, |A|=3, |B|=7,则 |A+B|

=(B)

(A)20 (B)80

(C)160 (D)10

答案:B

解析:

答案 . 80

解析: $|A+B| = |(\alpha+\beta \ 2X \ 2Y \ 2Z)| = 2^3 |(\alpha+\beta \ X \ Y \ Z)|$ = $2^3 (|\alpha \ X \ Y \ Z) + |\beta \times Y \ Z|) = 80$

题目来源:《同步训练》第二章

13.已知空间三点 A(2,3,0),B(1,-2,2),C(1,1,1), 求以 O,A,B,C 为顶点的四面体的体积 (D)

(A)5 $(B)^{\frac{5}{3}}$

 $(C)^{\frac{5}{2}}$ $(D)^{\frac{5}{6}}$

答案 D

解析 $V=\frac{1}{6}|[\overrightarrow{OA}\overrightarrow{OB}\overrightarrow{OC}]|=\frac{1}{6}\begin{vmatrix}2&3&0\\1&-2&2\\1&1&1\end{vmatrix}=\frac{5}{6}$

改编自课本 第105页 第10题

14.设矩阵 A=
$$\begin{pmatrix} 0 & x & x & x & x & y \\ 0 & x & x & x & y & x \\ 0 & x & x & y & x & x \\ 0 & x & y & x & x & x \\ 0 & y & x & x & x & x \\ 1 & x & y & x & y & x \end{pmatrix}, \quad \mathbb{M}|A| = (B)$$

(A) $(y-x)^4(y+4x)$

(B)
$$-(y-x)^4(y+4x)$$

(C) y + 4x

(D) 0

答案: B

解析: 经过展开后原式=-
$$\begin{vmatrix} x & x & x & x & y \\ x & x & x & y & x \\ x & x & y & x & x \\ x & y & x & x & x \\ y & x & x & x & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y & x & x & x & x \\ x & y & x & x & x \\ x & x & y & x & x \\ x & x & x & y & x \\ x & x & x & x & y \end{vmatrix} = -(y - x)$$

 $x)^4(y+4x)$

来源: 习题指导, 第172页, 三、5、(1)

15.设三阶矩阵 $A = \begin{bmatrix} a & b & b \\ b & a & b \\ b & b & a \end{bmatrix}$,若 A 的伴随矩阵的秩等于 1,则必有(C).

(A)a=b 或 a+2b=0

(B)a=b 或 a=2b≠0

(C)a \neq b 𝔻 a+2b=0

(D)a≠b \coprod a+2b≠0

答案: C

题目来源:《疑难解答》第53页,第42题

16.已知
$$A = \begin{bmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$
, $R(A) = (C)$

(A)1、2或3

(B)2

(C)2 或 3

(D)1 或 3

答案: C

解析

解
$$A \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 0 & -1 - 2\lambda & \lambda + 2 & 1 \\ 0 & 10 - \lambda & -5 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & \lambda \\ 0 & 1 & \lambda + 2 & -1 - 2\lambda \\ 0 & 0 & \lambda - 3 & 9 - 3\lambda \end{bmatrix}$$
于是
$$r(A) = \begin{cases} 2 & \lambda = 3 \\ 3 & \lambda \neq 3 \end{cases}$$

题目来源:《疑难解答》第45页,第6题

17.已知 A=
$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & 4 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -3 & -6 & 9 \end{bmatrix}$$
,若 $B^m = t^k B$, t= (B)

(A) 12

(B) 13

(B) 1

(D) 8

答案: B

解析: 数学归纳法, 易得 B

来源: 疑难解答, 第42页, 第2题

$$18.$$
设 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$,满足下式的 α 为(A)

$$2(\alpha_1 - \alpha) + 5(\alpha_2 + \alpha) = 2(\alpha_3 + \alpha)$$

$$\begin{array}{c}
-1 \\
-15 \\
-13
\end{array} \qquad (B) \begin{pmatrix}
-4 \\
-9 \\
-19
\end{pmatrix}$$

$$(C)\begin{pmatrix} -1\\ -15\\ -19 \end{pmatrix}$$
 (D)
$$(D)\begin{pmatrix} -4\\ -1\\ -7 \end{pmatrix}$$

答案: A

解析略

题目来源:课本第四章课后习题,第1题

$$19.\mathbf{\alpha_1} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$
, $\mathbf{\alpha_2} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}$, 则 $\mathbf{\alpha_1}$, $\mathbf{\alpha_2}$ 的关系是(A)

(A)线性相关

(B)线性无关

(C)无法确定

答案: A

解析: 设 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 = 0$,即

$$\begin{cases}
-3k_1 + 6k_2 = 0 \\
2k_1 - 4k_2 = 0 \\
4k_1 - 8k_2 = 0
\end{cases} \rightarrow k_1 = 2k_2$$

即 α_1, α_2 线性相关.

题目来源:课本,第四章课后习题,第4题

20.设 A,B 为 5 阶矩阵,且 A-B 及 $A^{-1} - B^{-1}$ 的行列式依次为 $a = b, b \neq 0$,则

$$|AB| = (C)$$

$$(A) - \left(\frac{b}{a}\right)^5$$
 (B) $-ab$

$$(C) - \frac{b}{a} \tag{D} -1$$

答案: C

解析: $|B - A| = |A||A^{-1} - B^{-1}||B|| = -a$, 故 $|A||B| = -\frac{b}{a}$

来源: 习题指导, 184页, 一、5