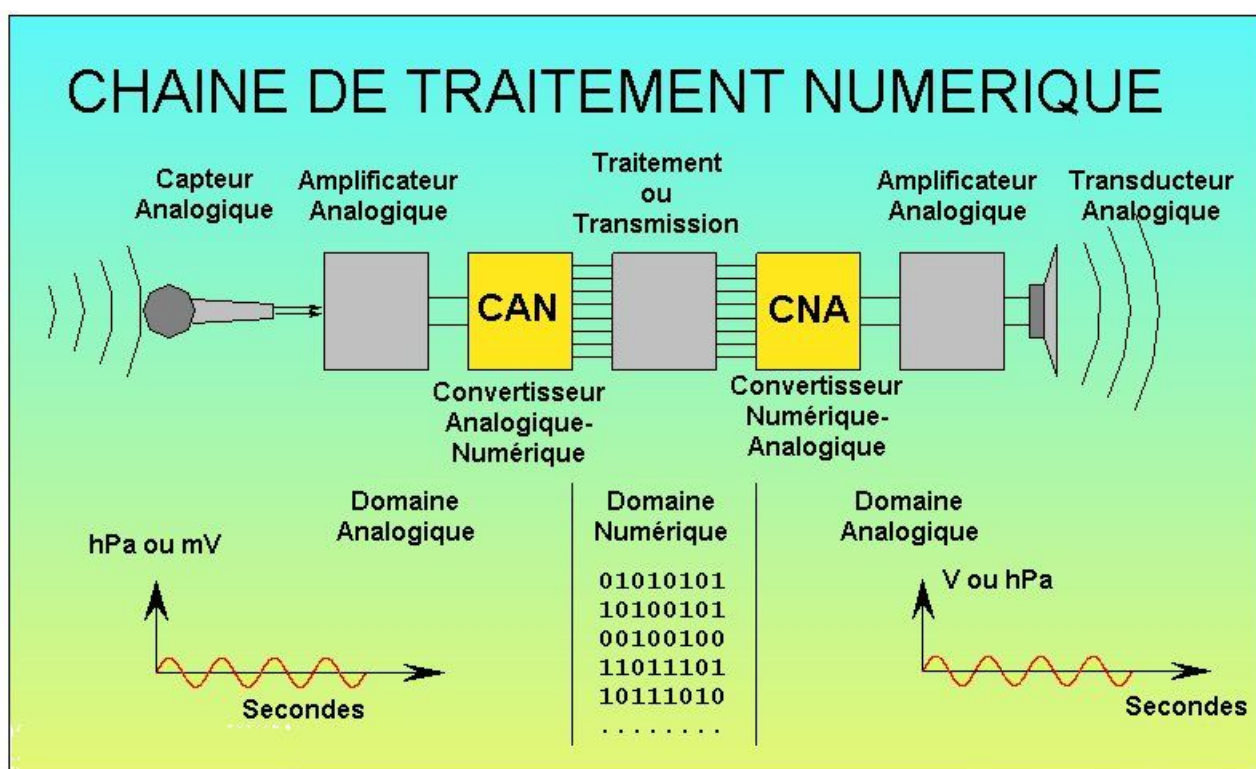


Chapitre XIV (rappels): Échantillonnage et conversion du signal

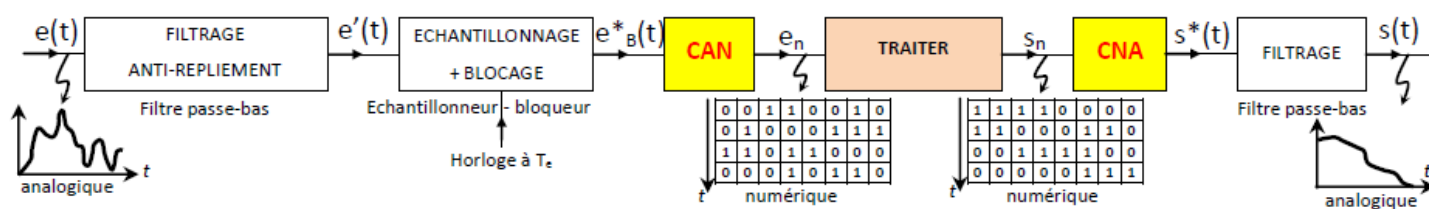
PROF

I - Introduction

Conversion analogique \rightarrow numérique (CAN) et numérique \rightarrow analogique (CNA)
en anglais : Analogic to Digital Converter (ADC) and Digital to Analog Converter (DAC)

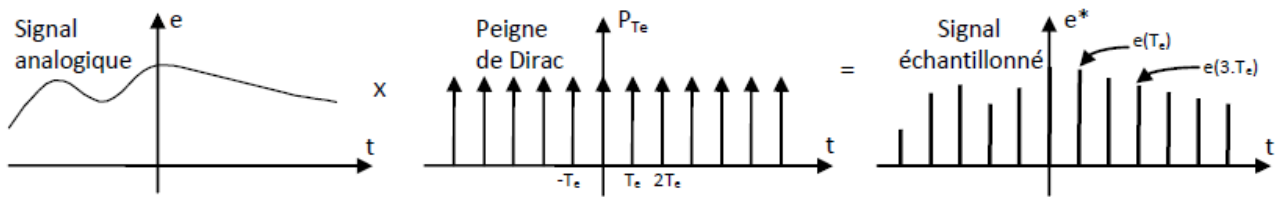


Le dispositif complet est le suivant :



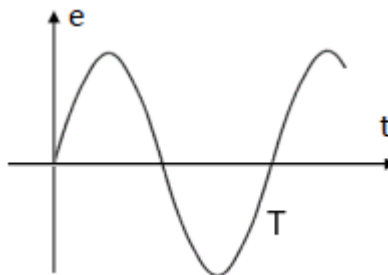
II - L'échantillonnage

L'échantillonnage consiste à prélever les valeurs du signal $e(t)$ à des instants multiples entiers de la période T_e d'une horloge.

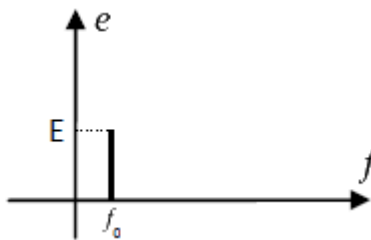


1) Analyse Spectrale

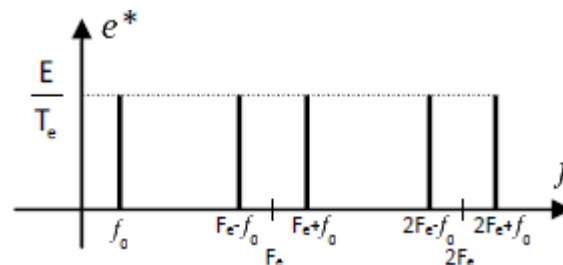
pour un signal sinusoïdal



Spectre du signal $e(t)$ analogique



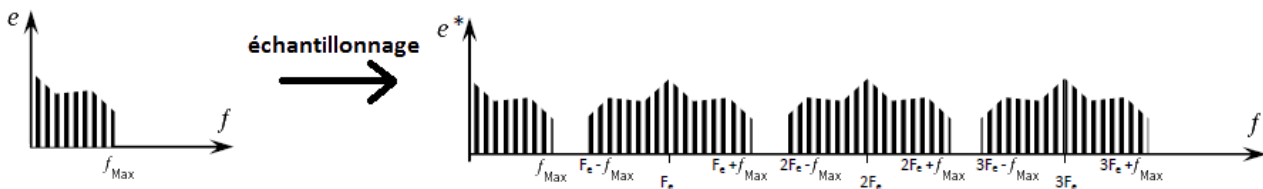
spectre du signal échantillonné



Le spectre $e(f)$ est dupliqué autour de la fréquence d'échantillonnage F_e et de ses multiples.



Pour un signal quelconque, de contenu spectral plus riche :



En général, il n'y aura pas de perte d'information :

la reconstitution de $e(t)$ peut se faire à partir de $e^*(t)$ avec un filtre passe-bas de fréquence de coupure f_c telle que $f_{\max} < f_c < F_e - f_{\max}$.



C'est vrai si le choix de la fréquence d'échantillonnage a été pertinent ...

2) Théorème de Shannon

Si la fréquence d'échantillonnage F_e est trop faible par rapport à f_{Max} , alors il y aura un chevauchement des bandes fréquentielles qui empêchera la reconstitution correcte du signal après traitement. On dit alors qu'il y a **repliement du spectre**.



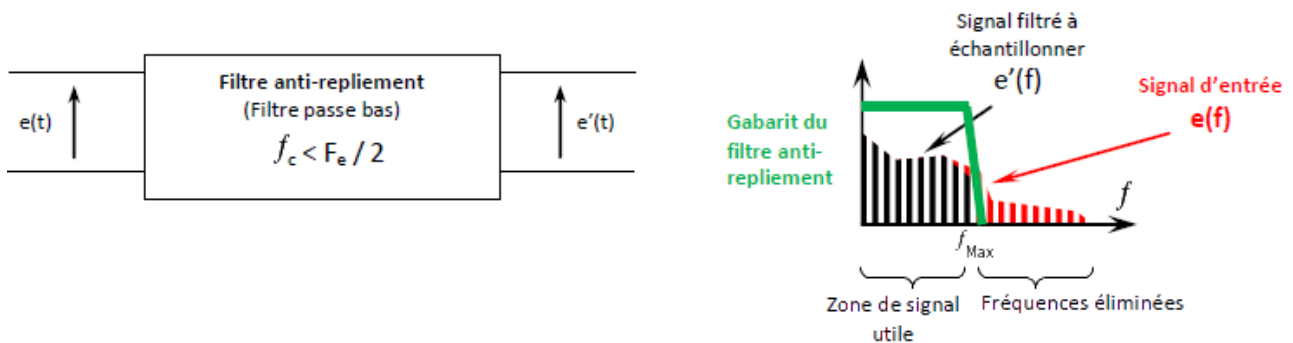
Condition sur la fréquence d'échantillonnage: Théorème de SHANNON : il faut que $F_e > 2 f_{max}$



remarques :

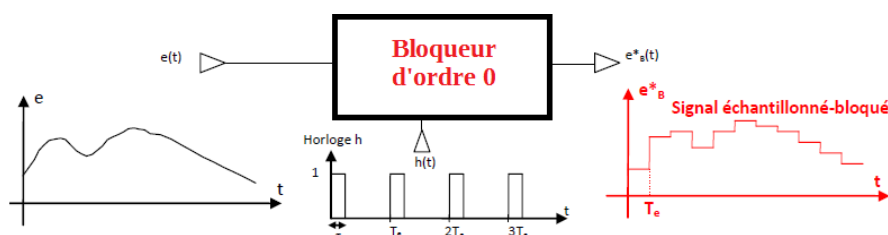
- La fréquence $2 f_{max}$ est appelée **fréquence de Nyquist**.
- En pratique, on prend un rapport d'au moins 10 entre F_e et f_{max} car le filtre de reconstitution du signal après traitement et CNA n'est pas idéal (à coupure "verticale")

Le respect de la condition de Shannon peut nécessiter de limiter le spectre de $e(t)$ à une fréquence f_{Max} assez basse. Pour réaliser cette opération, on utilise un filtre passe-bas appelé **filtre anti-repliement**. Cette opération déforme donc le signal.



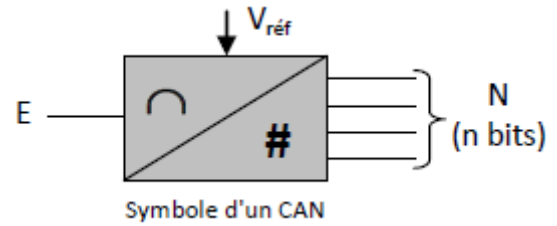
3) Blocage

La conversion analogique-numérique d'un échantillon est une opération électronique qui ne peut se faire instantanément. Or, pendant le **temps de conversion**, la valeur analogique peut varier, ce qui entraînerait une erreur lors de la conversion. On "**bloque**" donc le signal $e^*(t)$ pendant la durée T_e afin d'éviter toute erreur.



III - La quantification : de l'analogique au numérique

Un CAN est un circuit qui transforme une grandeur analogique d'entrée E (tension généralement) en une valeur numérique décimale N_{10} (codée sur n bits) proportionnelle à E .



Un CAN est caractérisé par la plage de variation acceptable de la tension analogique d'entrée E , entre 0 et V_{ref} , appelée **Pleine Échelle PE** (FS pour Full Scale en anglais).

Deux opérations sont nécessaires pour réaliser la conversion :

1. Découper l'intervalle des valeurs possibles en entrée du CAN (de 0V à V_{ref}) en autant de plages d'égale dimension qu'il y a d'états possibles pour la sortie numérique.
Pour un CAN à n bits, la sortie est exprimée en code binaire naturel avec n broches ce qui permet donc 2^n états possibles.
2. Attribuer une plage et son nombre associé N à la tension E en entrée. C'est la quantification.
Chaque broches de sortie a deux niveaux possibles : 0 ou 1 (0V ou V_{ref}). Le signal numérique va donc de la valeur de 0000...00 à 1111...11 soit en décimal de 0 à $2^n - 1$.

Définition : Le **quantum q** est la largeur d'une plage précédente
C'est donc la plus petite variation de l'entrée qui provoque un changement de du nombre en sortie (donc le changement du bit de poids faible, le LSB).
Le quantum est aussi appelé la **résolution analogique du CAN**

Propriétés :

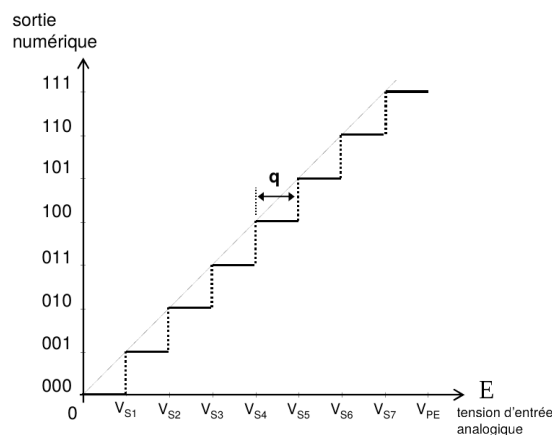
Calcul du quantum :

$$q = \frac{V_{ref}}{2^n}$$

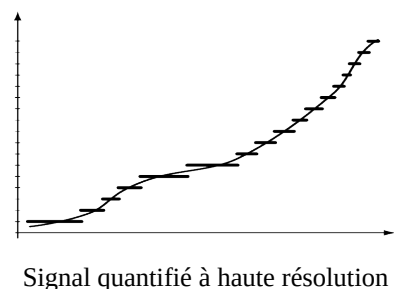
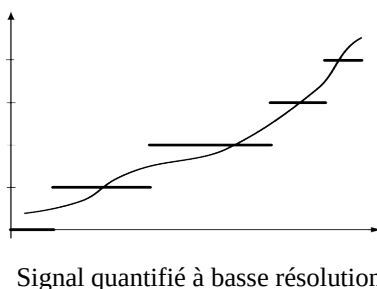
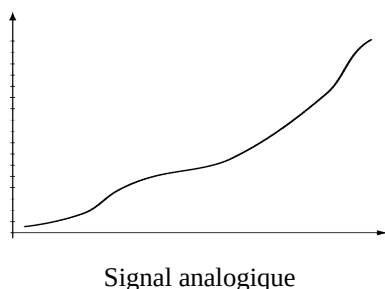
La valeur numérique N obtenue en sortie pour une entrée E s'obtient par la formule :

$$N_{10} = \frac{E}{q} = 2^n \cdot \frac{E}{V_{ref}}$$

Caractéristique de transfert :

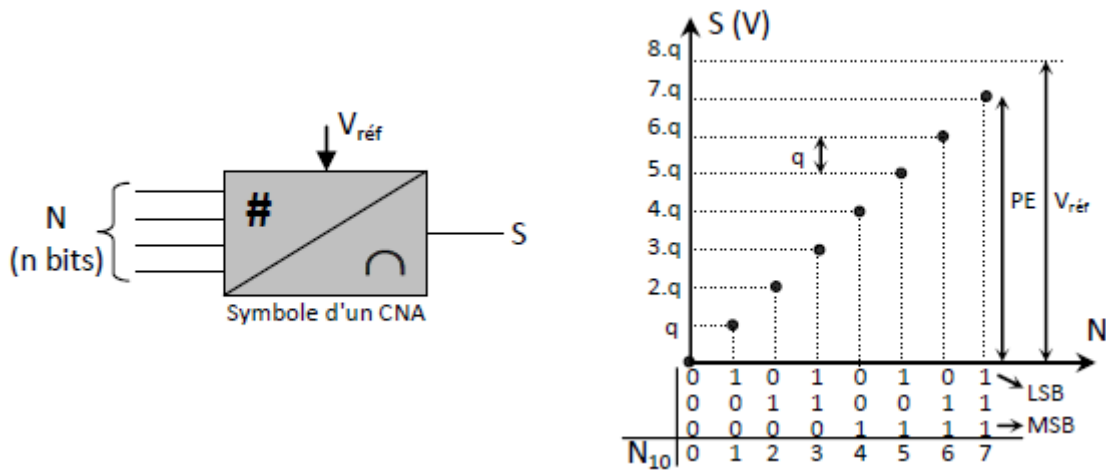


Un CAN est d'autant plus précis que sa **résolution n** est grande, à tension pleine échelle constante.



IV - La conversion numérique analogique

Un CNA est un circuit qui, à un mot binaire N (codé sur n bits) en entrée, fait correspondre en sortie une grandeur analogique S (tension ou courant) PROPORTIONNEL à la valeur décimale de N_{10} .



Le nombre de bits n en entrée est la résolution numérique du CNA.

Le mot N ne peut prendre que 2^n valeurs entre 0 et $2^n - 1$. Le signal de sortie ne peut donc prendre lui aussi que 2^n valeurs discrètes entre 0 (pour $N = \underbrace{000\dots 0}_n$) et une valeur maximale dite de pleine échelle et notée PE (obtenue pour $N = \underbrace{111\dots 1}_n$). PE dépend d'une référence extérieure $V_{\text{réf}}$.

La plus petite différence entre 2 valeurs de S est encore appelée quantum (q) ou résolution analogique ou encore incrément ; elle correspond à un changement du bit de poids faible (LSB).

On a :
$$q = \frac{PE}{2^n - 1} \quad \text{et} \quad S = N_{10} \cdot q$$

4) Exemples

- Soit un CNA de 5 bits. La tension de sortie vaut 0,2 V quand l'entrée vaut 00001. Que vaut la tension de pleine échelle ?
- Soit un CNA de 5 bits à sortie en courant. Quand l'entrée vaut 10100, le courant de sortie vaut 10 mA. Que vaut le quantum ? Quel est le courant de sortie pour un code 11110 en entrée ?
- Sachant que $S_{\text{max}} = 10$ V et $S_{\text{min}} = 0$ V pour un CNA de 8 bits, définir la valeur de q ; calculer la tension en sortie, pour les octets d'entrée 10010001 puis 00010110.

Échantillonnage et conversion du signal

Exercices

Exercice 1: échantillonnage

Un son aigu a une fréquence de 10 kHz. Un son grave a une fréquence de 100 Hz

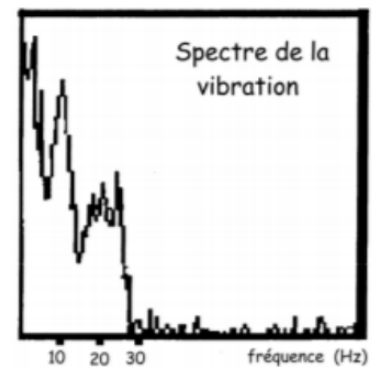
1. Calculer les périodes de ces deux sons.
2. Si la fréquence d'échantillonnage choisie pour numériser ces sons est de 1 kHz, calculer la durée entre deux échantillons successifs des échantillons.
3. Quel type de son est alors mal numérisé ?

Exercice 2: acquisition du signal issu d'un capteur

Un capteur de vibrations placé sur une structure métallique enregistre ses vibrations. Le spectre fourni par un analyseur FFT a l'allure ci-contre :

1. Dans quelle bande de fréquences se situent ces vibrations ?

Pour traiter et stocker ce signal, on l'envoie sur un système d'acquisition relié à un PC. L'opérateur choisit une fréquence d'échantillonnage de $f_e = 70$ kHz pour respecter le théorème de Shannon.



2. Tracer l'allure du spectre du signal échantillonné.
3. Suite à un défaut de câblage, le signal de vibration se trouve parasité par le 50 Hz du secteur. Comment est modifié le spectre du signal échantillonné ? Quel est le défaut qui est apparu ?

Exercice 3: choix des critères de numérisation

Plus la fréquence d'échantillonnage et la quantification sont grandes, meilleure sera la numérisation

1. Alors pourquoi se restreindre au niveau de ces valeurs ?

Le nombre N d'octets (ensemble de 8 bits) nécessaires pour « décrire » numériquement une minute de son est:

$$N = F_e \cdot (R/8) \cdot 60 \cdot k$$

avec F_e fréquence échantillonnage en Hz
 R : résolution du CAN (en bits)
 k : nombre de voies (en stéréo, $k=2$; en mono : $k=1$)
 N s'exprime en octet

2. Calculer le nombre d'octet pour « décrire » une minute de son d'un CD audio (44,1 kHz et 16 bits, stéréo). Donner le résultat en octets ;
 puis en kilooctets (ko) ($1\text{ko} = 10^3 \text{ o}$) et en mégaoctets (Mo) ($1\text{Mo} = 10^3 \text{ o}$)
 puis en kibioctets (kio) ($1\text{kio} = 2^{10} \text{ o} = 1024 \text{ o}$) et en mébioctets (Mio) ($1\text{Mio} = 2^{20} \text{ o}$)
3. Calculer le nombre d'octet pour « décrire » une minute de son d'un film sur DVD (48 kHz et 24 bits, stéréo)

Exercice 4: conversion d'un nombre binaire en décimal

Que vaut l'octet (ensemble de 8 bits) **10110010** en décimal ?

	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Octet =	1	0	1	1	0	0	1	0
somme de:	$1 \times$	$0 \times$	$1 \times$	$1 \times$	$0 \times$	$0 \times$	$1 \times$	$0 \times$

$$10110010 = 1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 =$$

Exercice 5: temps de conversion

Un échantillonneur-bloqueur possède un temps d'acquisition de $TEB = 20 \mu\text{s}$. Un CAN a un temps de conversion de $TCAN = 50 \mu\text{s}$. Quelle est la fréquence maximale pour le signal à échantillonner ?

Exercice 6: utiliser un nombre de bits raisonnable

Travailler avec une résolution n trop élevée entraîne des circuits coûteux ou plus lent sans réelle pertinence.

1. On désire mesurer la vitesse du vent de 0 à 250 km/h sur 8 bits. Quelle variation minimale de vitesse de vent (résolution analogique du système) est détectée par le convertisseur. Est-ce raisonnable ?
2. Calculer cette résolution analogique si on travaille sur 16 bits. Le capteur peut-il avoir une aussi bonne précision.

Exercice 7: Arduino

Cahier des charges : On souhaite qu'une LED s'allume lorsqu'une tension variable V_e est comprise entre 2,4 V et 2,6 V. En dehors de cet intervalle, la LED sera éteinte.

Nous utiliserons une carte Arduino. La tension V_e est connectée sur le CAN de l'Arduino (broche A0). Ce CAN 10 bits a une plage d'entrée comprise entre 0 et 5V. La LED est branchée sur la broche D13 de l'Arduino.

1. Compléter le code ci dessous :

```
void setup() { // initialisation
    pinMode(D13,OUTPUT);
}

void loop() { // boucle
    int n = analogRead(A0); // n = résultat de la conversion A/N
    if ( [ ] ){
        digitalWrite(13,HIGH);
    }
    else{
        digitalWrite(13,LOW);
    }
}
```

2. Quelle est la précision sur les deux seuils réglés de 2,4 et 2,6 V ?

Exercice 8: utiliser la pleine échelle (1)

Considérons un anémomètre : vitesse du vent \rightarrow capteur \rightarrow tension $u \rightarrow$ CAN \rightarrow N

Supposons que le capteur fournisse $u=0V$ pour un vent de 0 km/h et $u=2V$ pour 250km/h.
Le CAN (8 bits) est réglé avec une pleine échelle 0-10V.

1. Quelle valeur numérique est associée à $u=2V$. Que dire des valeurs numériques suivantes ?

2. Calculer la résolution analogique du système capteur - convertisseur.

Pour améliorer ce dispositif, on décide d'amplifier la tension du capteur en réalisant $v= 5*u$ avant d'effectuer la conversion.

3. Quel valeur numérique est maintenant associé à une vitesse de 250 km/h

4. Calculer la nouvelle résolution analogique du système capteur - convertisseur.

Exercice 9: utiliser la pleine échelle (2)

Soit un capteur de température : $0^{\circ}C \rightarrow u=8V$, $100^{\circ}C \rightarrow u=10V$

Le CAN (8 bits) est réglé avec une pleine échelle 0-10V.

1. Calculer la variation minimale de température (résolution analogique) détectée par le système capteur – convertisseur.

Pour améliorer ce dispositif, on réalise $v= 5*(u - 8)$ avant d'effectuer la conversion.

2. Calculer la nouvelle résolution analogique du système capteur - convertisseur.

Exercice 10: bruit de quantification

un CAN 8 bits travaille sur une plage d'entrée **de -5V à +5V** (CAN bipolaire).

1. Quelle est la valeur crête du bruit de quantification ?
2. Calculer le rapport signal sur bruit (en dB) pour un signal d'amplitude $S_{\max} = 5V$
3. Calculer le rapport signal sur bruit pour un signal d'amplitude 1,25V
4. Calculer le rapport signal sur bruit pour un signal d'amplitude 0,15V

Conséquence pratique :

pour la téléphonie: si on ne prend pas de précautions, la qualité est moins bonne si on parle à voix basse !

