Aula 26: Modelos Matemáticos de Sensores e Atuadores para Controle de Atitude: Modelos para Sensores Solares: Sensores com Fenda em V.

Modelos Matemáticos de Sensores e Atuadores para Controle de Atitude

Até agora foram descritas as propriedades físicas do *hardware* para controle de atitude. Nas próximas aulas serão abordados os modelos matemáticos para sensores e atuadores. Tais modelos são indispensáveis para determinação do desempenho dos sistemas de controle de atitude.

Modelos de Sensores Solares

Nesta aula serão obtidas expressões gerais para redução de dados e simulação para uma classe de sensores solares: *sensores de fenda*, cuja medida é a fração do período de rotação necessáriao para a imagem do Sol atravessar um padrão de fenda. Na aula seguinte serão obtidas expressões para os *sensores digitais* cuja medida é a deflexão linear da imagem de uma fenda estreita ao atravessar um meio refrativo.

Sensores de Fenda em V

Sensores de fenda em V usados em satélites que giram contêm normalmente duas fendas retilíneas que fazem a um ângulo θ_0. A projeção do FOV na esfera celeste é um segmento de um grande círculo. O sensor fornece um pulso eventual sempre que o FOV cruza o Sol. Conseqüentemente, o ângulo Solar, β, pode ser obtido diretamente das medidas da velocidade angular, ω, e de Δt, o intervalo de tempo entre dois eventuais pulsos solares relacionados às duas fendas.

Caso Nominal. No caso nominal, um dos campos de visada (PF-1) é paralelo ao eixo de rotação do satélite e o outro (PF-2) é inclinado de um ângulo θ_0 com relação ao primeiro, como mostra a Fig. 1. Os dois FOVs cruzam o plano normal ao eixo de rotação (equador) no mesmo ponto. Na Fig. 1, A é o eixo de rotação e S é o Sol. O grande círculo SB está no FOV de PF-1 quando o mesmo detecta o Sol, e os grandes círculos AC e SC estão nos FOVs de PF-1 e de PF-2, respectivamente, quando PF-2 detecta o Sol. O comprimento de arco, $\omega\Delta t$, entre B e C é o ângulo de rotação entre os dois eventos solares, onde ω é a velocidade angular de rotação e Δt é o intervalo de tempo. A aplicação direta da regra de Napier ao triângulo esférico reto SBC, obtém-se

$$\tan\beta = \frac{\tan\theta_0}{\sin\omega\Delta t}. \tag{1}$$

Para a simulação de dados, a expressão inversa para Δt é

$$\Delta t = \frac{1}{\omega}\arcsin\left(\cot\beta\tan\theta_0\right). \tag{2}$$

Considerações sobre desalinhamentos. Três tipos desalinhamentos são possíveis. Um *desalinhamento de separação* é um erro na separação angular das fendas tal que $\theta = \theta_0 + \Delta\theta$. Para este tipo de erro, (1) e (2) continuam válidas simplesmente substituindo θ_0 por $\theta_0 + \Delta\theta$.

Um *desalinhamento de elevação* ocorre quando PF-1 não é paralelo com o eixo de rotação do satélite e sim faz um ângulo, ε, com o eixo de rotação, como mostra a Fig. 2. Observe que o grande círculo *SB* não passa mais por *A* e sim faz um ângulo ε com o grande círculo *AB*. θ_0 continua sendo o ângulo entre as duas fendas; conseqüentemente, *SC* faz a um ângulo $\theta_0 + \varepsilon$ com *AC*. O comprimento de arco, φ, entre *B* e *D* é o deslocamento angular dos eventos solares devido ao desalinhamento de elevação, ε. Aplicando a relação (1) aos dois triângulos esféricos *SDB* e *SDC*, obtém-se

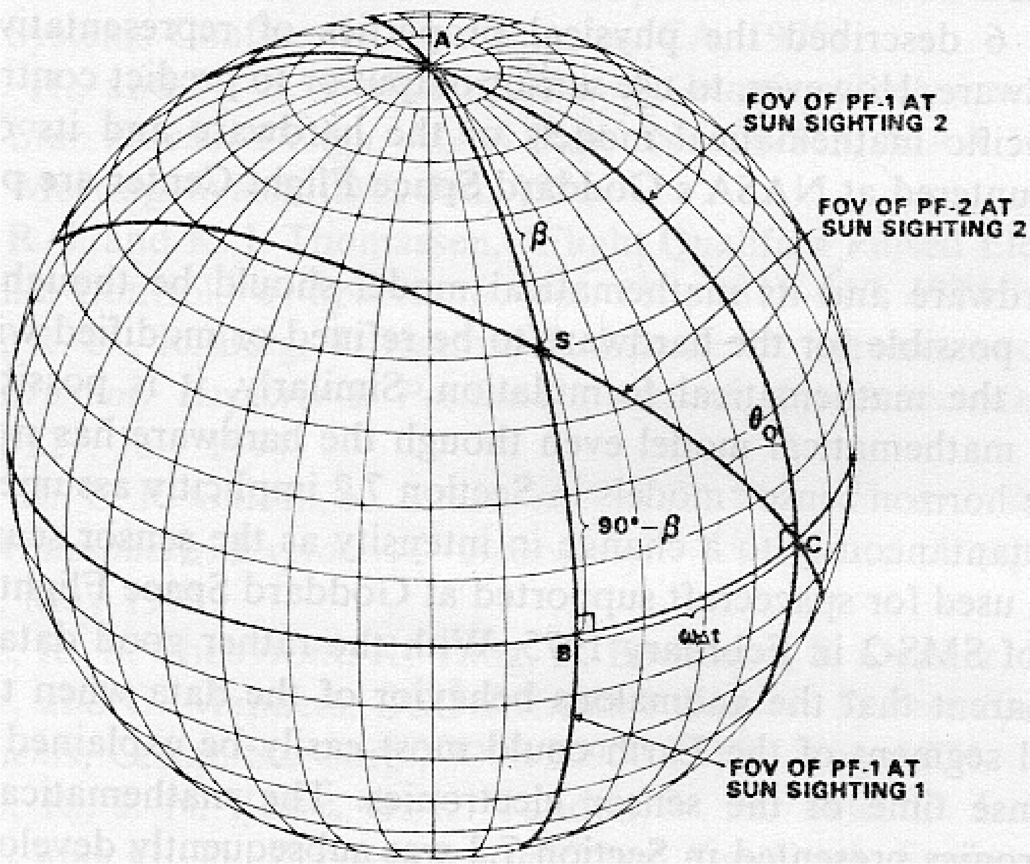

Fig. 1 – Geometria nominal do sensor solar de fendas em V.

$$\tan \beta_\varepsilon = \frac{\tan \varepsilon}{\sin \phi} = \frac{\tan(\theta_0 + \varepsilon)}{\sin(\phi + \omega \Delta t)} . \tag{3}$$

Eliminando φ de (3), tem-se

$$\tan^2 \beta_\varepsilon = \left[\frac{\tan(\theta_0 + \varepsilon) - \tan \varepsilon \cos \omega \Delta t}{\sin \omega \Delta t} \right]^2 + \tan^2 \varepsilon . \tag{4}$$

Para ε pequeno, pode-se manter somente os termos de primeira ordem em ε, de modo que

$$\tan \beta_{\varepsilon \to 0} = \frac{\tan(\theta_0 + \varepsilon) - \varepsilon \cos \omega \Delta t}{\sin \omega \Delta t} . \tag{5}$$

Finalmente, um *desalinhamento de azimute* ocorre quando as duas intersecções dos FOVs com o equador do eixo de rotação estão separadas por um ângulo δ no plano de rotação, como mostra a Fig. 3. Devido ao desalinhamento de azimute, δ, o ângulo de rotação real entre os dois eventos solares é *BD* ao invés de *BC*. Comparando a Fig. 3

com as Figs. 1 e 2, fica claro que todas as equações obtidas previamente são ainda válidas se $\omega\Delta t$ é substituído por $\omega\Delta t - \delta$. Assim, de (1), se somente o desalinhamento de azimute é considerado, tem-se

$$\tan\beta_\delta = \frac{\tan\theta_0}{\sin(\omega\Delta t - \delta)}. \tag{6}$$

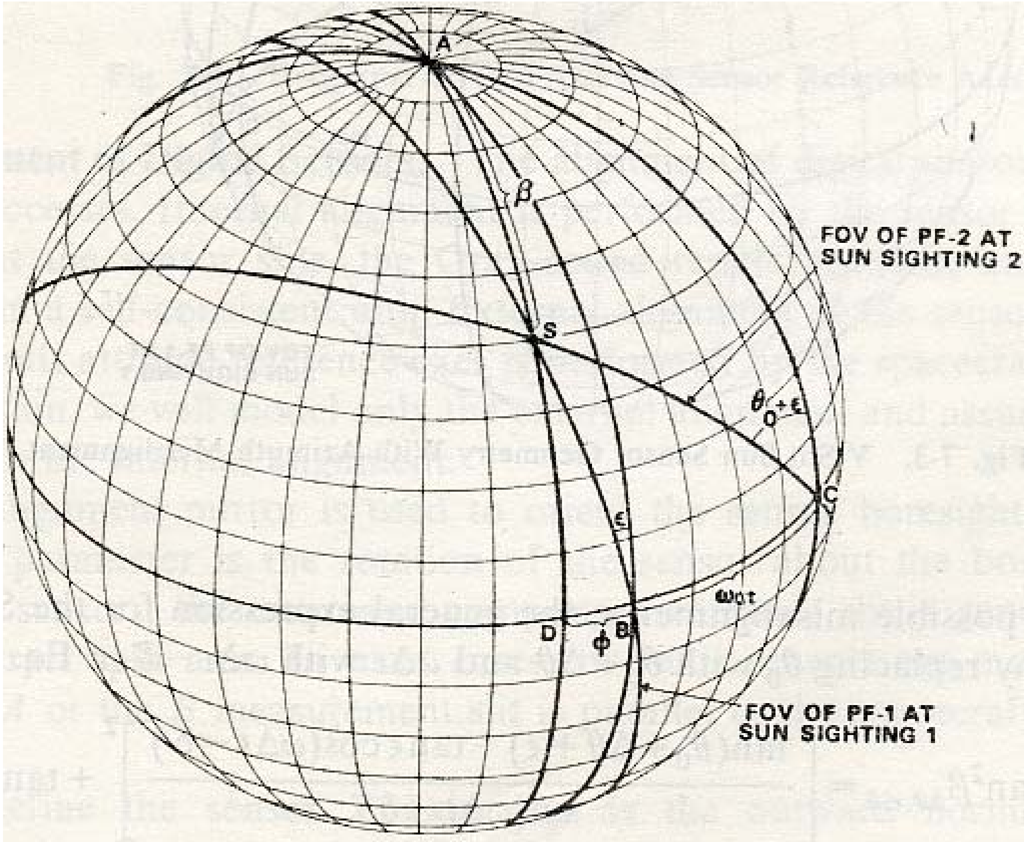

Fig. 2 – Geometria do sensor solar de fendas em V mostrando o desalinhamento de elevação.

Considerando todos os desalinhamentos possíveis, a expressão geral para o ângulo Solar pode ser obtida substituindo θ_0 por $\theta_0 + \Delta\theta$ e $\omega\Delta t$ por $\omega\Delta t - \delta$ em (4). Ou seja,

$$\tan^2\beta_{\Delta\theta,\varepsilon,\delta} = \left[\frac{\tan(\theta_0 + \Delta\theta + \varepsilon) - \tan\varepsilon\cos(\omega\Delta t - \delta)}{\sin(\omega\Delta t - \delta)}\right]^2 + \tan^2\varepsilon. \tag{7}$$

Para simulação, a expressão inversa para Δt, em função de β e dos ângulos de desalinhamento, é

$$\cos(\omega\Delta t - \delta) = \frac{b + \sqrt{b^2 - ac}}{a},$$

ande $a \equiv \tan^2\beta$; $b \equiv \tan\varepsilon\tan(\theta_0 + \Delta\theta + \varepsilon)$ e $c \equiv \tan^2(\theta_0 + \Delta\theta + \varepsilon) + \tan^2\varepsilon - a$.

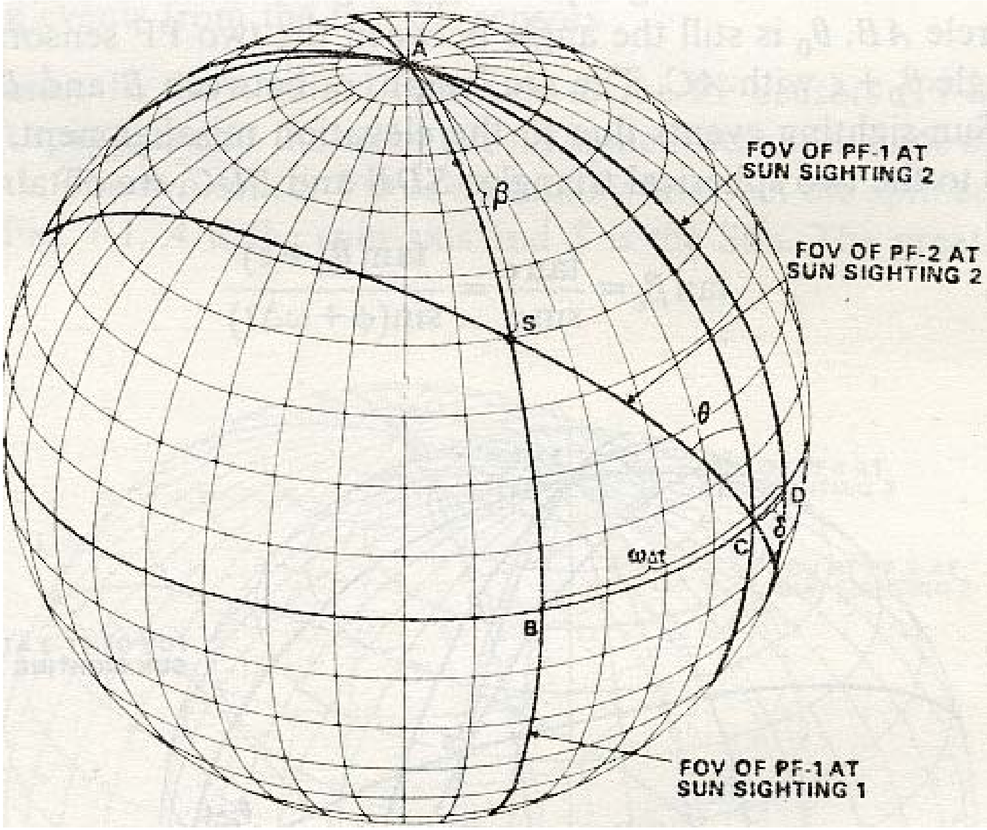

Fig. 3 – Geometria do sensor solar de fendas em V mostrando o desalinhamento de azimute.