

## Aula 29: Modelos de Sensores de Horizonte: Modelos dos Ângulos de Rotação Sensor Solar/Sensor Horizonte.

### Modelos dos Ângulos de Rotação Sensor Solar/Sensor Horizonte

Nesta aula serão abordados modelos de observação para as seguintes medidas dos ângulos de rotação sensor solar/sensor horizonte: Sol-Terra-in, Sol-Terra-out, e Sol-Terra-midscan. São discutidos os desvios relacionados ao azimuth para sensores de horizonte montados no corpo e varredores panorâmicos (aula 7). Para Maiores informações de modelagem, veja Joseph, *et al.*, [1975]. Em qualquer caso, a quantidade observável é uma diferença temporal,  $\Delta t$ . Para o modelo Sol-Terra-in,  $\Delta t = t_I - t_S$ , onde  $t_I$ , é o instante de tempo de cruzamento do campo de visada do sensor de horizonte na entrada do horizonte terrestre e  $t_S$  é o instante de tempo de visada do Sol (note que estes tempos são medidos por sensores diferentes em orientações diferentes no satélite). Para os modelos Sol-Terra-out e Sol-Terra-midscan,  $t_I$  é substituído pelo instante de tempo de cruzamento na saída do horizonte,  $t_O$ , e pelo instante de tempo de cruzamento pelo midscan,  $t_m = (t_I + t_O)/2$ , respectivamente.

A geometria para o modelo Sol-Terra-in é mostrada na Fig. 15. Supõe-se que a Terra é esférica; que a velocidade de rotação,  $\omega$ , é constante; e que não há nutação. Portanto, a variação total do ângulo de rotação entre  $t_S$  e  $t_I$  é  $\omega(t_I - t_S) = \omega\Delta t_I$ , e o modelo de observação é

$$\Delta t_I = (\Phi_I - \Phi_H + 360^\circ n) / \omega, \quad (56)$$

onde  $\Phi_I$ , é o ângulo de rotação que vai do Sol,  $S$ , até o cruzamento na entrada do horizonte,  $H_I$ ;  $\Phi_H$  é o ângulo azimuthal de montagem entre o Sensor Solar e o Sensor de Horizonte; e  $n = \pm 1$ , ou 0.  $\Phi_I$  pode ser calculado por

$$\Phi_I = \arctan \left[ \frac{\hat{\mathbf{A}} \cdot (\hat{\mathbf{S}} \times \hat{\mathbf{H}}_I)}{\hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{H}}_I - (\hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{A}})(\hat{\mathbf{H}}_I \cdot \hat{\mathbf{A}})} \right], \quad (57a)$$

onde  $\hat{\mathbf{A}}$  é a atitude do eixo de rotação,  $\hat{\mathbf{S}}$  é o versor do Sol, e  $\hat{\mathbf{H}}_I$  é um versor ao longo da linha de visada do sensor de horizonte no instante de tempo  $t = t_I$ .  $\hat{\mathbf{A}}$  é suposta conhecida,  $\hat{\mathbf{S}}$  é fornecido por uma efeméride (seção 5.5 do Wertz) avaliada em  $t = t_S$ , e  $\hat{\mathbf{H}}_I$  é calculado abaixo.

---

(57a) é obtida a seguir. Sejam  $\hat{\mathbf{S}}_p$  e  $\hat{\mathbf{H}}_p$  os componentes normalizados de  $\hat{\mathbf{S}}$  e de  $\hat{\mathbf{H}}_I$  no plano da rotação, isto é, o plano cujo normal é  $\hat{\mathbf{A}}$ . Então

$$\hat{\mathbf{S}}_p = [\hat{\mathbf{S}} - (\hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{A}})\hat{\mathbf{A}}] / |\hat{\mathbf{S}} - (\hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{A}})\hat{\mathbf{A}}|,$$

e

$$\hat{\mathbf{H}}_p = [\hat{\mathbf{H}}_I - (\hat{\mathbf{H}}_I \cdot \hat{\mathbf{A}})\hat{\mathbf{A}}] / |\hat{\mathbf{H}}_I - (\hat{\mathbf{H}}_I \cdot \hat{\mathbf{A}})\hat{\mathbf{A}}|.$$

Executando o produto escalar de  $\hat{\mathbf{H}}_p$  e  $\hat{\mathbf{S}}_p$  obtém-se a seguinte expressão para o  $\cos\Phi_I$

$$\cos \Phi_I = \hat{\mathbf{H}}_p \cdot \hat{\mathbf{S}}_p = [\hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{H}}_I - (\hat{\mathbf{S}} \cdot \hat{\mathbf{A}})(\hat{\mathbf{H}}_I \cdot \hat{\mathbf{A}})] / (D_S D_H). \quad (57b)$$

onde o  $D_S$  e  $D_H$  são os denominadores nas expressões para  $\hat{\mathbf{S}}_p$  e  $\hat{\mathbf{H}}_p$ , respectivamente. Usando uma manipulação diferente de  $\hat{\mathbf{H}}_p$ ,  $\hat{\mathbf{S}}_p$  e  $\hat{\mathbf{A}}$  obtêm-se a seguinte expressão para o  $\sin \Phi_I$

$$\sin \Phi_I = \hat{\mathbf{A}} \times \hat{\mathbf{S}}_p \cdot \hat{\mathbf{H}}_p = \hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{S}}_p \times \hat{\mathbf{H}}_p = \hat{\mathbf{A}} \cdot (\hat{\mathbf{S}} \times \hat{\mathbf{H}}_I) / (D_S D_H). \quad (57c)$$

(57a) é obtida, então, dividindo (57c) por (57b).

O versor  $\hat{\mathbf{H}}_I$  é calculado a seguir. Seja  $\hat{\mathbf{M}}$  um versor perpendicular a  $\hat{\mathbf{A}}$  e a  $\hat{\mathbf{E}}$ . Então

$$\hat{\mathbf{M}} = \hat{\mathbf{A}} \times \hat{\mathbf{E}} / \sin \eta,$$

onde  $\eta$  é o ângulo entre  $\hat{\mathbf{A}}$  e  $\hat{\mathbf{E}}$  (o ângulo do nadir). Seja  $\hat{\mathbf{N}}$  um versor perpendicular a  $\hat{\mathbf{E}}$  e  $\hat{\mathbf{M}}$ . Então  $\hat{\mathbf{E}}$ ,  $\hat{\mathbf{M}}$  e  $\hat{\mathbf{N}}$  formam uma triade ortonormal tal que  $\hat{\mathbf{N}} = \hat{\mathbf{E}} \times \hat{\mathbf{M}}$ . Uma vez que,  $\hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{H}}_I = \cos \rho$ , onde  $\rho$  é o raio angular da Terra,  $\hat{\mathbf{H}}_I$  pode ser escrito como

$$\hat{\mathbf{H}}_I = \cos \rho \hat{\mathbf{E}} + \sin \rho (\hat{\mathbf{M}} \sin \Lambda + \hat{\mathbf{N}} \cos \Lambda),$$

onde  $\Lambda$  é um ângulo da fase que pode ser determinado do produto escalar entre  $\hat{\mathbf{A}}$  e  $\hat{\mathbf{H}}_I$ . Isso é feito a seguir. Se  $\gamma$  é o ângulo da montagem do sensor de horizonte, então

$$\hat{\mathbf{H}}_I \cdot \hat{\mathbf{A}} = \cos \gamma = \cos \rho \hat{\mathbf{E}} \cdot \hat{\mathbf{A}} + \sin \rho \hat{\mathbf{N}} \cdot \hat{\mathbf{A}} \cos \Lambda,$$

que simplifica para

$$\cos \gamma = \cos \rho \cos \eta + \sin \rho \sin \eta \cos \Lambda, \quad (58a)$$

ou

$$\cos \Lambda = \frac{\cos \gamma - \cos \rho \cos \eta}{\sin \rho \sin \eta} \quad (58b)$$

e

$$\sin \Lambda = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \Lambda}. \quad (58c)$$

Uma vez que (58a) é a lei dos cossenos aplicada ao triângulo esférico  $AEH_I$  da Fig. 15, o ângulo de fase  $\Lambda$  deve ser o ângulo de rotação em torno de  $E$  entre  $A$  e  $H_I$ . Devido à escolha dos versores  $\hat{\mathbf{M}}$  e  $\hat{\mathbf{N}}$ , o sinal negativo em (58c) é associado com  $\hat{\mathbf{H}}_I$  e o sinal positivo com  $\hat{\mathbf{H}}_O$ . O vetor de nadir  $\hat{\mathbf{E}}$  é determinado da efeméride do satélite.

Para os modelos Sol-Terra-out e Sol-Terra-midscan, o procedimento é idêntico daquele do modelo Sol-Terra-in, exceto que as quantidades  $\Phi_I$ ,  $t_I$  e  $\hat{\mathbf{H}}_I$ , são substituídas por  $\Phi_O$ ,  $t_O$  e  $\hat{\mathbf{H}}_O$  ou por  $\Phi_m$ ,  $t_m$  e  $\hat{\mathbf{H}}_m$ .  $\hat{\mathbf{H}}_m$  é um versor na direção de  $\hat{\mathbf{H}}_I + \hat{\mathbf{H}}_O$ .  $\Phi_I$  pode também ser calculado diretamente, usando a seguinte relação (veja Fig. 15)

$$\Phi_I = \Phi_m - \Omega/2. \quad (59a)$$

Uma expressão para  $\Phi_m$  é obtida aplicando a lei dos cossenos ao triângulo  $SAE$  na Fig. 15, obtendo  $\cos \psi = \cos \eta \cos \beta + \sin \eta \sin \beta \cos \Phi_m$  que torna-se, resolvendo para  $\Phi_E$ ,

$$\Phi_m = \arccos \left[ \frac{\cos \psi - \cos \eta \cos \beta}{\sin \eta \sin \beta} \right]. \quad (59b)$$

Uma expressão para a largura da terra,  $\Omega$ , é obtida analogamente do triângulo  $HAE$

$$\Omega = 2 \arccos \left[ \frac{\cos \rho - \cos \eta \cos \gamma}{\sin \eta \sin \gamma} \right]. \quad (59c)$$

As quantidades  $\eta$ ,  $\beta$  e  $\psi$  são calculadas de efemérides avaliadas nos instantes de tempo apropriados.

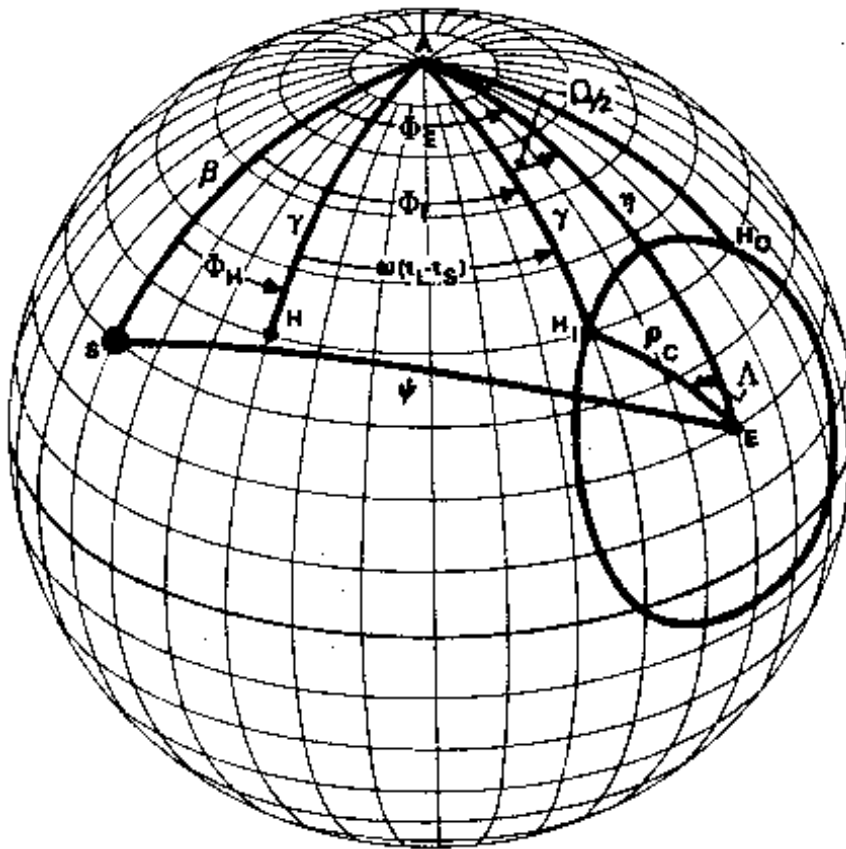


Fig. 15 – Geometria para os modelos dos ângulos de rotação Sensor Solar/Sensor de Horizonte.

A Fig. 16 mostra a geometria quando os desvios na orientação de ambos os sensores são incluídos supondo que o sensor de horizonte tenha um ângulo fixo de montagem,  $\gamma$ . Na Fig. 16,  $\beta_M$  é o ângulo solar medido,  $\beta$  é o ângulo solar verdadeiro e  $\varepsilon_S$  e  $\Delta\beta$  são os desvios de inclinação e elevação que causam a diferença entre  $\beta_M$  e  $\beta$ .  $\Delta\Phi_S$  é o ângulo de rotação de desvio resultante. Analogamente,  $\gamma_N$  é o ângulo nominal de montagem da linha de visada do sensor de horizonte em relação ao eixo de rotação;  $\Delta\gamma$  é a diferença,  $\gamma - \gamma_N$ .

entre  $\gamma_N$  e o ângulo verdadeiro de montagem,  $\gamma$ ;  $\Delta\Phi_H$  é um desvio constante sobre  $\Phi_H$ , a diferença angular nominal, em azimuth, entre os ângulos de montagem dos sensores;  $\rho_C$  é o raio angular da Terra calculado e  $\Delta\rho$  é um desvio angular constante sobre  $\rho_C$ , resultante principalmente de um desvio constante no limiar de disparo do sensor de horizonte (veja as aulas 7 e 28).

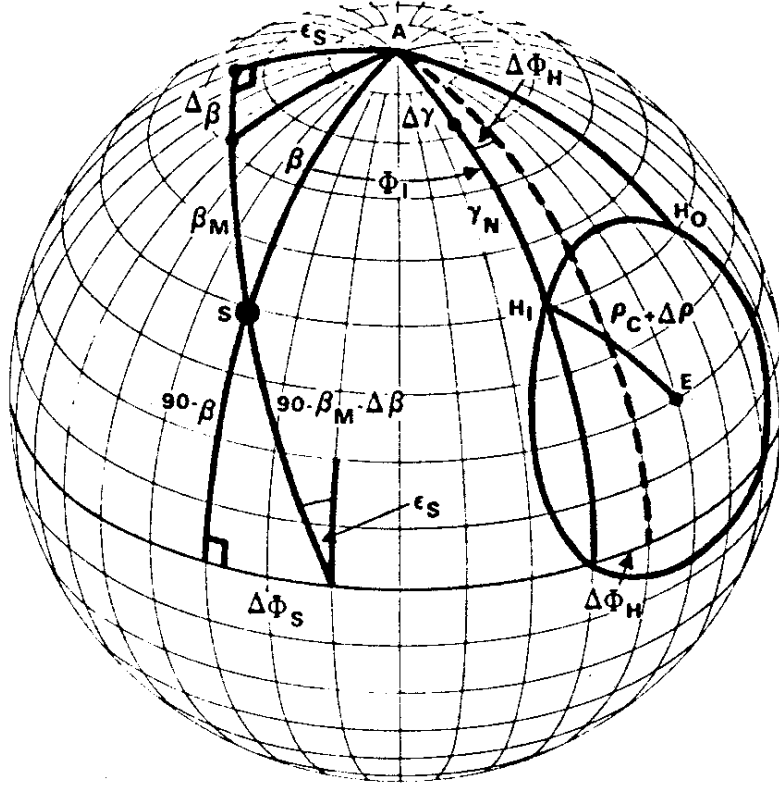


Fig. 16 - Efeito de desvios do Sensor Solar na geometria do modelo do ângulo de rotação Sensor Solar/Sensor de Horizonte.

Nos termos das quantidades acima, o modelo de observação torna-se

$$\Delta t = (\Phi - \Delta\Phi_S - \Delta\Phi_H - \Phi_H + 360^\circ n) / \omega, \quad (60)$$

onde

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi(\hat{A}, \hat{S}, \hat{E}, \rho_C, \Delta\rho, \Delta\gamma) \\ \Delta\Phi_S &= \Delta\Phi_S(\beta_M, \Delta\beta, \epsilon_S) = \Delta\Phi_S(\beta, \epsilon_S) \end{aligned}$$

E  $\Delta\Phi_H$  e  $\Phi_H$  são constantes.  $\hat{E}$  é o versor de nadir.

Resta expressar  $\Phi$  e  $\Delta\Phi_S$  em função de seus argumentos. Para o caso do modelo Sol-Terra-in,  $\Phi = \Phi_I$  e é novamente calculado por (57) ou (59), onde  $\rho$  e  $\gamma$  são substituídos

por  $\rho_C + \Delta\rho$  e  $\gamma_N + \Delta\gamma$ , respectivamente.  $\Delta\Phi_S$  é calculado aplicando as regras de Napier para triângulos esféricos retos ao triângulo mais abaixo associado com o Sensor Solar na Fig. 16, obtendo-se

$$\sin \Delta\Phi_S = \tan(90^\circ - \beta) \tan[90^\circ - (90^\circ - \varepsilon_S)],$$

que simplifica para

$$\Delta\Phi_S = \arcsin(\cot \beta \tan \varepsilon_S), \quad (61)$$

onde  $\beta$  é calculado por

$$\beta = \arccos(\hat{\mathbf{A}} \cdot \hat{\mathbf{S}}). \quad (62)$$

$\hat{\mathbf{A}}$  é a atitude conhecida, e  $\hat{\mathbf{S}}$  é determinado de uma efeméride e é calculado em  $t = t_S$ . Observe que esta descrição de desvios do Sensor de Horizonte é válida somente para sensores de horizonte com ângulos de montagem fixos,  $\gamma$ .

No caso de varredores panorâmicos, o ângulo nominal da montagem,  $\gamma_N$ , varia em incrementos fixos (aula 9) num plano inclinado de um ângulo  $\varepsilon_H$  em relação à orientação nominal, como mostra a Fig. 17 para o caso dos modelos Terra-in. Assim,  $\Delta\gamma$  e  $\gamma$ , o ângulo verdadeiro de montagem, estão relacionados às outras quantidades como segue

$$\cos \gamma = \cos \varepsilon_H \cos(\gamma_N + \Delta\gamma). \quad (63)$$

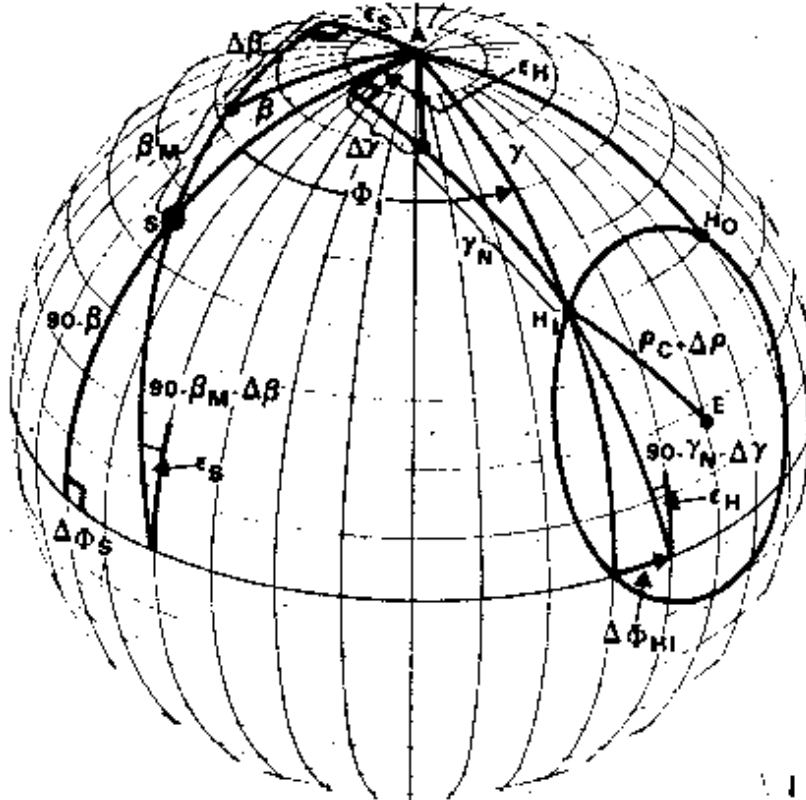


Fig. 17 - Efeito de desvios do Sensor de Horizonte na geometria do modelo de ângulo de rotação Sensor Solar/Sensor de Horizonte.

O modelo de observação é novamente descrito por (60), onde  $\Phi$  e  $\Delta t$  são substituídos por  $\Phi_I$  e  $\Delta t_I$ .  $\Delta\Phi_S$  e  $\Phi_H$  são como antes, mas agora  $\Phi_I$  depende de  $\varepsilon_H$  (através de  $\gamma$ ) além de outros desvios, e  $\Delta\Phi_H$  é definido por

$$\Delta\Phi_H = \Delta\Phi_{HM} - \Delta\Phi_{HR}, \quad (64)$$

onde  $\Delta\Phi_{HM}$  é um desvio constante de azimuth no ângulo de montagem do sensor de horizonte e  $\Delta\Phi_{HR}$  é um desvio adicional no ângulo de rotação do sensor de horizonte causada por  $\varepsilon_H$  e  $\Delta\gamma$  como mostra a Fig. 17.

$\Delta\Phi_{HR}$  é calculado aplicando regras de Napier para triângulos esféricos retos, ao triângulo mais abaixo associado com o sensor de horizonte na Fig. 17, obtendo-se

$$\sin[90^\circ - (90^\circ - \varepsilon_H)] = \tan(\Delta\Phi_H) \tan[90^\circ - (90^\circ - \gamma_N - \Delta\gamma)],$$

que simplifica para

$$\Delta\Phi_{HR} = \arctan\left[\frac{\sin \varepsilon_H}{\tan(\gamma_N + \Delta\gamma)}\right]. \quad (65)$$

Tudo que foi desenvolvido acima se aplica também aos modelos Sol-Terra-*out* e Sol-Terra-*mids*can, onde  $\Phi_I$ ,  $t_I$  e  $\hat{\mathbf{H}}_I$  são substituídos por  $\Phi_O$ ,  $t_O$  e  $\hat{\mathbf{H}}_O$  ou por  $\Phi_m$ ,  $t_m$  e  $\hat{\mathbf{H}}_m$ , como antes.

Da Fig. 17 observa-se que a relação geométrica entre  $\Delta\Phi_S$ ,  $\Delta\beta$  e  $\varepsilon_S$  é idêntica àquela entre  $\Delta\Phi_H$ ,  $\Delta\gamma$  e  $\varepsilon_H$ . A diferença prática é que  $\beta$  pode ser encontrado diretamente de (62), enquanto que  $\gamma$  não pode e, portanto, deve ser expresso em termos de  $\gamma_N$ ,  $\Delta\gamma$  e  $\varepsilon_H$ . É o conhecimento independente de  $\beta$  que torna possível eliminar  $\Delta\beta$  das expressões de  $\Phi$  e  $\Delta\Phi_S$ . Uma vez determinado  $\varepsilon_S$ ,  $\Delta\beta$  pode ser calculado de  $\beta_M$ ,  $\beta$  e  $\varepsilon_S$ .

A expressão no lado direito de (60) é uma função complicada dos seguintes desvios:  $\varepsilon_S$ ,  $\varepsilon_H$ ,  $\Delta\gamma$ ,  $\Delta\rho$ , e  $\Delta\Phi_{HM}$ . Os valores dos vários coeficientes nessa expressão dependem dos valores numéricos da atitude  $\hat{\mathbf{A}}$  e do tempo. Para determinar os desvios acima são necessárias, no mínimo, cinco equações independentes, embora as soluções numéricas de tal sistema, geralmente, não são únicas. Tais equações podem ser obtidas tomando medidas em várias atitudes e tempos. Em geral as ambigüidades podem ser resolvidas quando se dispõem de estimativas iniciais razoáveis e, então, soluções satisfatórias podem ser obtidas.