

## Aula 28: Modelos de Sensores de Horizonte.

### Modelos de Sensores de Horizonte

Nesta parte da disciplina vamos obter modelos de observação para qualquer tipo de sensor que varre a esfera celeste com um campo de visão no formato de um pequeno círculo e é sensível a presença da radiação eletromagnética de um corpo no seu campo de visão. Tais sensores, descritos nas aulas 7-11, podem ser divididos em três categorias:

- Sensor Montado no Corpo (SMC) - um telescópio que opera numa determinada faixa de frequência do espectro, por exemplo, luz visível ou infravermelho, e é fixado no corpo de um satélite que gira em torno de um eixo.
- Varredor Panorâmico (VP) – Varredor visual operando no modo de varredura num satélite estabilizado em três eixos.
- Sensor Montado na Roda (SMR) – Varredor infravermelho consistindo de um bolômetro, fixo no corpo do satélite, sobre o qual incide energia eletromagnética através de um telescópio óptico formado por um sistema de lentes e/ou espelhos, filtros, este montado sobre uma roda que gira rapidamente.

### Geometria do Sensor de Horizonte

A Fig. 11 descreve o movimento do eixo óptico de um SMC enquanto o satélite gira.  $\hat{\mathbf{A}}$  é a atitude do eixo de rotação do satélite,  $\mathbf{X}$  é um ponto de referência fixo no corpo do satélite,  $\Psi_P$  é o azimuth e  $\gamma_N$  é a co-elevação nominal do eixo óptico do sensor em coordenadas do corpo. Como o eixo óptico,  $\mathbf{P}$ , varre através do céu, o sensor detecta um cruzamento *in*, (entrada do corpo central no campo de visada do sensor) no tempo  $t_I$  no ponto  $\mathbf{H}_I = \mathbf{P}(t_I)$ . Em algum instante de tempo mais tarde,  $t_O$ , ele detectará um cruzamento *out* (saída do corpo central do campo de visada do sensor) no ponto  $\mathbf{H}_O = \mathbf{P}(t_O)$ .

A mesma geometria se aplica a um SMR, com alguma mudança na interpretação. Neste caso,  $\mathbf{A}$  é o eixo de rotação da roda e  $\mathbf{X}$  é algum vetor de referência fixo no corpo do satélite que se encontra no plano da roda. Enquanto o espelho gira, o sensor detecta um cruzamento *in* e um cruzamento *out*, como antes. Entretanto, para um SMR, um *pickup* magnético é montado no corpo do satélite em algum ponto *índice* e um ímã é montado na roda. O *pickup* e o ímã são usados medir o tempo de uma volta completa da roda. Em consequência, um SMR pode medir a *largura do corpo central*,  $\Omega$ , que é igual ao *ângulo de rotação* em torno de  $\mathbf{A}$  de  $\mathbf{H}_I$  até  $\mathbf{H}_O$ . Além disso, é possível medir o intervalo de tempo  $t_{SI}$ , que é o intervalo de tempo entre a detecção do ponto médio do corpo central,  $0,5(t_O + t_I)$ , e a detecção do ímã pelo *pickup* magnético,  $t_{ind}$ ; isto é

$$t_{SI} = t_{ind} - 0,5(t_O + t_I).$$

### Modelo da projeção do vetor de nadir para o SMC

O modelo da projeção do vetor de nadir para um SMC é

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{P} - \cos \rho = 0, \quad (39)$$



onde  $R_E$  é o raio do corpo central. Se o corpo central é a Terra, o achatamento pode ser considerado (os procedimentos para modelar um corpo central achatado são discutidos na seção 4.3 do Wertz), em que  $R_E$  é função da latitude.

Para avaliar (39), é necessário expressar  $\mathbf{P}$  em coordenadas inerciais. Esta expressão é dada nos termos da posição do sensor no satélite e da orientação do satélite no espaço inercial. Considerar-se-á que o satélite tem um eixo de rotação fixo inercialmente e está girando com uma velocidade angular constante (isto é, nutação, cone, precessão e variações na velocidade angular de rotação são consideradas desprezíveis). Os parâmetros pertinentes são a fase inicial satélite  $\Phi_0$  no instante de tempo  $t_0$ ; a velocidade angular de rotação,  $\omega$ ; e o vetor do eixo de rotação  $\mathbf{A}$ . A fase num instante de tempo  $t$  é,

$$\Phi_t = \Phi_0 + \omega(t - t_0). \quad (41)$$

A posição da linha de visada em coordenadas do corpo é

$$\hat{\mathbf{P}}_{SC} = \begin{bmatrix} \sin \gamma \cos \Phi_p \\ \sin \gamma \sin \Phi_p \\ \cos \gamma \end{bmatrix}, \quad (42)$$

onde  $\gamma = \gamma_N + \Delta\gamma$  é o ângulo verdadeiro de montagem.

A matriz de atitude,  $B(t)$ , para um satélite giratório é dada por

$$B(t) = \frac{1}{\sqrt{A_1^2 + A_2^2}} \begin{bmatrix} A_1 A_3 \csc \Phi_t - A_2 s \Phi_t & A_2 A_3 \csc \Phi_t + A_1 s \Phi_t & -(A_1^2 + A_2^2) \csc \Phi_t \\ -A_1 A_3 s \Phi_t - A_2 c \Phi_t & -A_2 A_3 s \Phi_t + A_1 c \Phi_t & (A_1^2 + A_2^2) s \Phi_t \\ A_1 \sqrt{A_1^2 + A_2^2} & A_2 \sqrt{A_1^2 + A_2^2} & A_3 \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \end{bmatrix}, \quad (43)$$

onde  $\hat{\mathbf{A}} = (A_1, A_2, A_3)^T$ , o vetor unitário do eixo de rotação, é expresso agora em coordenadas inerciais e  $\Phi_t$  é dado por (41). Assim, a posição da linha de visada do sensor no instante de tempo  $t$  em coordenadas inerciais é

$$\hat{\mathbf{P}}(t) = B^T(t) \hat{\mathbf{P}}_{SC}, \quad (44)$$

e (44) deve ser substituída em (39). Este modelo não é válido no caso de cruzamentos na linha que separa o dia da noite para um sensor de luz visível; assim, deve se providenciar a rejeição a esta linha.

### Modelo da largura do corpo central

No caso de cruzamentos válidos de um SMC ou de um sensor panorâmico, deve-se desenvolver um modelo que incorpora os instantes de tempo de cruzamento. Este modelo é

$$t_o - t_i = (\Omega + 360^\circ n) / \omega, \quad (45)$$

onde  $\omega$  é a velocidade angular do corpo (suposta constante),  $n$  é o número das rotações completas do satélite entre  $t_i$  e  $t_o$  e  $\Omega$  é a largura do corpo central (em graus), que pode ser calculada como segue.

Aplicando a lei dos cossenos ao triângulo esférico  $AEH$  da Fig. 11, obtém-se

$$\cos \rho = \cos \gamma \cos \eta + \sin \gamma \sin \eta \cos \left( \frac{\Omega}{2} \right), \quad (46)$$

que se torna, após resolver para  $\Omega$ ,

$$\Omega = 2 \arccos \left( \frac{\cos \rho - \cos \gamma \cos \eta}{\sin \gamma \sin \eta} \right). \quad (47)$$

Aqui  $\gamma = \gamma_N + \Delta\gamma$ , onde  $\Delta\gamma$  é desvio fixo do ângulo de montagem. Um desvio fixo pode, da mesma forma, ser incluído em  $\rho$ .

Quando outros efeitos (tais como achatamento ou altura da camada do  $\text{CO}_2$ ) são considerados, a expressão para  $\Omega$  torna-se

$$\Omega = \arccos \left( \frac{\cos \rho_i - \cos \gamma \cos \eta}{\sin \gamma \sin \eta} \right) + \arccos \left( \frac{\cos \rho_o - \cos \gamma \cos \eta}{\sin \gamma \sin \eta} \right), \quad (48)$$

onde  $\rho_i$  e  $\rho_o$  são os raios efetivos do corpo central no cruzamento de entrada e de saída, respectivamente, incluindo todos os fatores da correção para o raio nominal.

Para um SMR, a largura do corpo central pode ser obtida diretamente dos dados da telemetria. Os varredores a bordo do SMS-1 e -2 e AE-3, -4 e -5, por exemplo, informavam por telemetria os instantes de tempo do cruzamento do campo de visada do sensor,  $t_i$  e  $t_o$ , e a velocidade da roda  $\omega$ . Usando (45) obtém-se  $\Omega$ ,

$$\Omega = (t_o - t_i) \omega. \quad (49)$$

Noutro satélite (SAS-3, por exemplo), os dados da telemetria consistiram em uma tensão que era convertida em uma largura de Terra,  $\Omega$ , de uma curva de calibração.

As suposições e as limitações para o modelo da projeção do vetor de nadir também se aplicam para o modelo da largura do corpo central. Além disso, considera-se que o movimento orbital do satélite é desprezível entre os cruzamentos *in* e *out*. Este efeito é mais problemático para SMCs e VPs do que para SMRs porque as velocidades angulares das rodas são geralmente muito maiores que as velocidades angulares do satélite.

O conhecimento de  $\Omega$  permite o cálculo do ângulo de nadir  $\eta$ . De (46) obtém-se uma equação quadrática em  $\cos \eta$  com as seguintes soluções

$$\cos \eta = \frac{\cos \gamma \cos \rho \pm k \sqrt{\cos^2 \gamma + k^2 - \cos^2 \rho}}{\cos^2 \gamma + k^2}, \quad k = \sin \gamma \sin \eta \cos \left( \frac{\Omega}{2} \right). \quad (50)$$

As duas soluções têm significado e, portanto, mais informação, como uma estimativa à priori da atitude, é necessária para resolver a ambigüidade. Uma vez resolvida pass-se a conhecer que o eixo de rotação do satélite (ou da roda, no caso de um SMR) é uma geratriz de um cone fixo no espaço inercial, centrado em **E** e de ângulo de meio cone  $\eta$ .

### Modelo do ângulo de azimuth do *pick-off* magnético

Como mencionado anteriormente, um SMR fornece duas leituras que não são disponíveis num SMC: a velocidade angular da roda,  $\omega_w$ , e o intervalo de tempo  $t_{SI}$ . Estes podem ser combinados para determinar o ângulo de azimuth do *pick-off* magnético em relação ao ponto médio do corpo central. Como mostra a Fig. 12, tem-se

$$\alpha = \omega_w t_{SI} + \Delta\alpha, \quad (51)$$

onde  $\Delta\alpha$  é o desalinhamento azimuthal do *pick-off* de seu valor nominal. Isto pode ser combinado com a atitude do eixo de rotação para determinar a atitude em três eixos do satélite, uma vez que o modelo do ângulo de rotação especifica a orientação azimuthal do corpo do satélite em torno do eixo de rotação da roda.

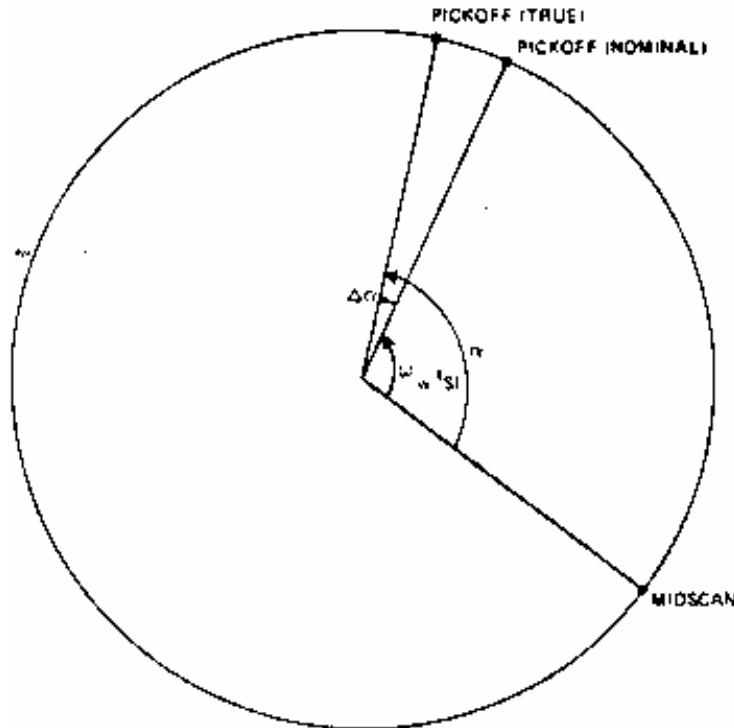


Fig. 12 - Geometria do ângulo de azimuth do *pick-off* magnético.

## Desvios

O modelo desenvolvido até aqui pode não mostrar precisamente o comportamento do sensor uma vez que há desvios adicionais<sup>1</sup>. Por exemplo, pode haver um desvio azimutal do ângulo de montagem,  $\Delta\Phi$ , devido a um desalinhamento de montagem ou calibração incorreta da eletrônica do sensor (veja Aula 27). Esse desvio pode ser considerado ao modelo da projeção do vetor de nadir substituindo  $\Phi_p$  por  $\Phi_p + \Delta\Phi$  em (42) e (44). Se este desvio é devido à eletrônica do sensor é mais apropriado separar os desvios de entrada e de saída (*in* e *out*),  $\Delta\Phi_I$  e  $\Delta\Phi_O$ , dado que a resposta da eletrônica pode ser diferente nos dois casos. Isto pode ser incorporado no modelo da largura do corpo central mudando (45) para

$$t_o - t_i = (\Omega - \Delta\Phi_O + \Delta\Phi_I + 360^\circ n) / \omega. \quad (52)$$

Outro desvio possível é uma variação sistemática,  $\Delta\rho$ , no raio angular do corpo central. Isto pode ser causado por uma incerteza genuína no tamanho do raio efetivo de disparo do corpo central e reflete o desempenho da técnica de disparo utilizada. Sob circunstâncias nominais, considera-se que o campo de visada do sensor é circular e que o sensor registrará um cruzamento *in* ou *out* quando o corpo central ocupa 50% do campo de visada. Entretanto, se o sensor dispara num valor diferente, o tamanho efetivo do corpo central muda. Na Fig. 13, o sensor de horizonte dispara quando o corpo central ocupa apenas cerca de 10% do campo de visada. Isto significa que o tamanho aparente do corpo central é maior que o tamanho real. Note que  $\Delta\rho$  *independe* da trajetória do campo de visada através do corpo central, apesar de que a diferença entre os instantes de disparo varia com a trajetória. Este efeito pode ser somado aos modelos da projeção do vetor de nadir e da largura do corpo central substituindo  $\rho$  por  $\rho + \Delta\rho$  em (39), (8-10), (50).

Finalmente, para um SMR, o eixo óptico do bolômetro (veja aula 8), fixo no corpo, pode estar desalinhado em relação ao eixo de rotação da roda. Isto resulta em uma oscilação senoidal dos dados da largura do corpo central com uma frequência igual à velocidade de rotação do corpo relativo ao corpo central. Este fenômeno foi observado primeiramente no satélite AE-3 (Wertz, *et al.*, 1975). A fase e a amplitude da oscilação dependerá da fase e da amplitude do desalinhamento do bolômetro, como mostra a Fig. 14. Aqui,  $S$  é o eixo de rotação da roda;  $B_1$  e  $B_2$  são as posições do eixo óptico do bolômetro nos instantes de tempo  $t_1$  e  $t_2$ ;  $H_{Ij}$  e  $H_{Oj}$  são os cruzamentos *in* e *out* do bolômetro no instante de tempo  $t_j$ ; e  $M_{Ij}$  e  $M_{Oj}$  são as posições da normal do espelho nestes instantes. A Fig. 14 mostra que a *largura da Terra*, do ponto de vista de  $B_2$ , que é o *ângulo da rotação* em torno do eixo de rotação da roda de  $M_{I2}$  e  $M_{O2}$ , é maior que a largura da Terra do ponto de vista de  $B_1$ . O modelo do ângulo de nadir/corda terrestre (50), pode ser alterado para considerar o desalinhamento do bolômetro, embora a obtenção deste novo modelo não seja uma tarefa fácil (Wertz, *et al.*, 1975; Liu and Wertz, 1974). O modelo é dado por

$$\begin{aligned} \cos \rho = & \cos \sigma (\cos \gamma \cos \eta + \sin \gamma \sin \eta \cos L_I) \\ & + \sin \sigma \{ [\sin \gamma \cos \eta + (1 - \cos \gamma) \sin \eta \cos L_I] \cos(B - L_I) - \sin \eta \cos B \}, \end{aligned} \quad (53a)$$

---

<sup>1</sup> Cada um dos desvios descritos aqui

$$\cos \rho = \cos \sigma (\cos \gamma \cos \eta + \sin \gamma \sin \eta \cos L_O) + \sin \sigma \{ [\sin \gamma \cos \eta + (1 - \cos \gamma) \sin \eta \cos L_O] \cos (B + L_O) - \sin \eta \cos B \}, \quad (53b)$$

onde  $\sigma$  é o ângulo desalinhamento entre o eixo ótico do bolômetro e o eixo de rotação da roda,  $B$  é o ângulo de rotação em torno do eixo de rotação que vai do eixo do bolômetro ao vetor do nadir,  $L_I$  é o ângulo de rotação em torno do eixo de rotação que vai da entrada na Terra até o vetor de nadir, e  $L_O$  é o ângulo da rotação em torno do eixo de rotação que vai do vetor de nadir até a saída da Terra. Assim,

$$L_I + L_O = \Omega, \quad (54)$$

e

$$B + (\Omega/2 - LI) + t_{SI}(\omega_W + \omega_S) + \Phi_B = 360^\circ \text{ ou } 720^\circ. \quad (55)$$

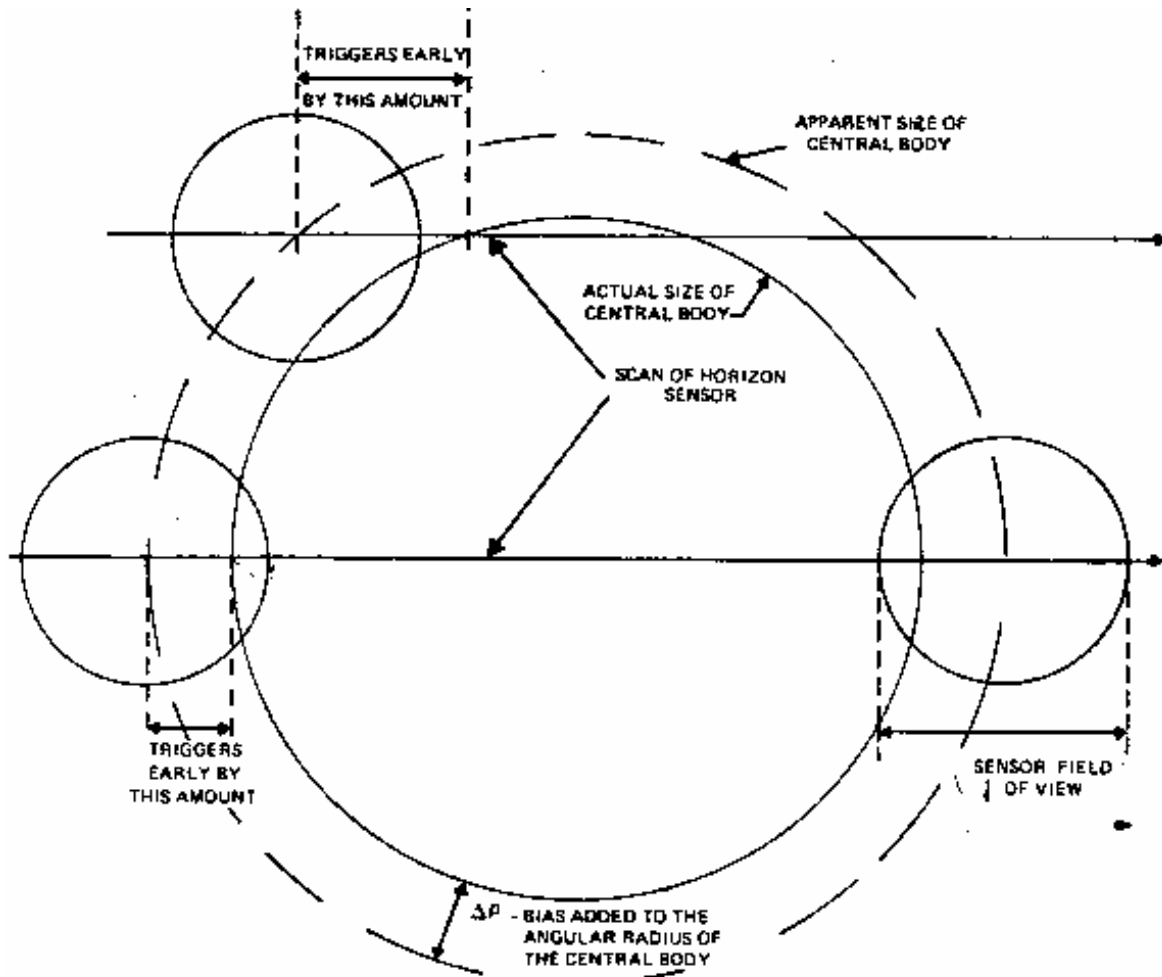


Fig. 13 – Desvio no raio angular do corpo central.

onde o  $\omega_W$  é velocidade angular da roda,  $\omega_S$  é a velocidade de rotação do corpo, e  $\Phi_B$  é a fase do desalinhamento do bolômetro. Para uma posição fixa do bolômetro, as quatro incógnitas nestas equações são  $\eta$ ,  $L_I$ ,  $L_O$  e  $B$ . De (54) e (55) obtém-se  $B$  e  $L_O$  em função de  $L_I$  e estes são substituídos em (53). A seguir  $\eta$  e  $L_I$  são resolvidos geralmente de uma forma iterativa. Alternativamente, para uma atitude fixa do satélite, os dados observados do SMR podem ser usados para calcular os parâmetros de desalinhamento do bolômetro  $\sigma$  e  $\Phi_B$  (D, (Liu e Wertz, 1974).

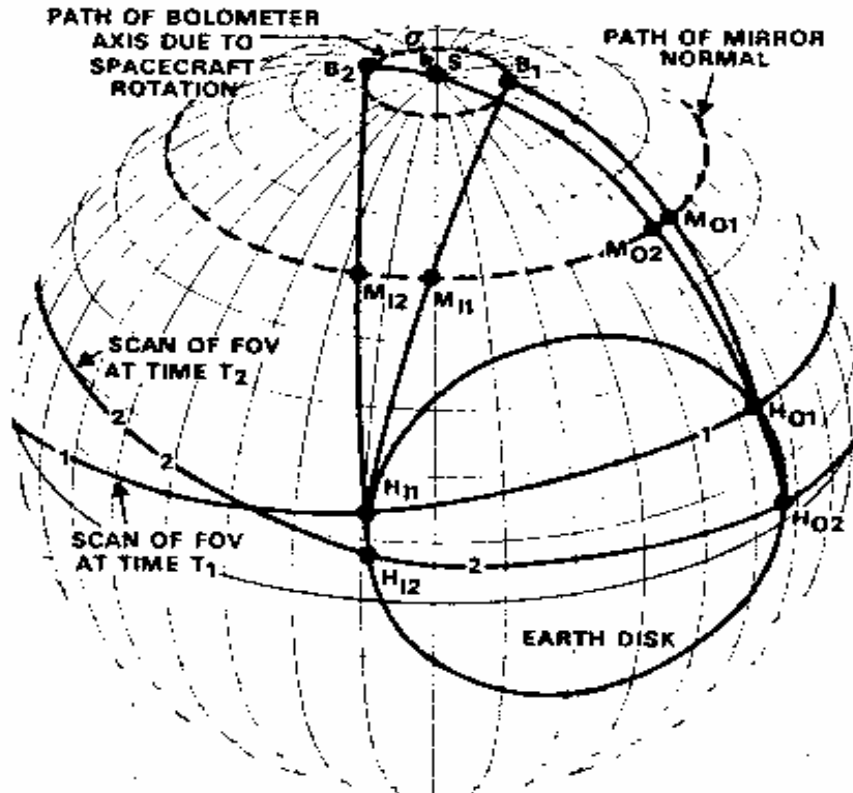


Fig. 14 - Geometria do Modelo de desalinhamento do eixo do bolômetro com o eixo de rotação da roda.