



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - UFOP
ESCOLA DE MINAS – EM
COLEGIADO DO CURSO DE ENGENHARIA DE CONTROLE
AUTOMAÇÃO – CEC AU**



CONTROLE DE ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS

**MONOGRAFIA DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE CONTROLE E
AUTOMAÇÃO**

ADRIELLE DE CARVALHO SANTANA

Ouro Preto, 2008

ADRIELLE DE CARVALHO SANTANA

CONTROLE DE ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS


Monografia apresentada ao Curso de Engenharia de Controle e Automação da Universidade Federal de Ouro Preto como parte dos requisitos para a obtenção de Grau em Engenharia de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Dr. Luiz de Siqueira Martins Filho


Co-orientador: Gilberto Arantes Jr

Ouro Preto
Escola de Minas – UFOP
03/2008


Monografia defendida e aprovada, em 19 de março de 2008, pela comissão avaliadora constituída pelos professores:



Luiz de Siqueira Martins Filho (Orientador)



Ricardo de Oliveira Duarte – Professor Convidado



Ricardo Sérgio Prado – Professor convidado

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos:

A Deus pela presença constante na minha vida e pelas oportunidades a mim dadas.

A toda a minha família pelo amor e apoio incondicional.

Aos caros professores Luiz Martins Filho e Ricardo Duarte, orientador e co-orientador do projeto respectivamente, que me possibilitaram iniciar esse projeto além da constante orientação e apoio.

Ao companheiro e grande colaborador no desenvolvimento deste trabalho, Gilberto Arantes Jr, doutorando do Center of Applied Space Technology and Microgravity – ZARM em Bremen na Alemanha, por toda ajuda, paciência e tempo dedicados, além de sua participação como co-orientador desta monografia.

Aos meus professores pela ajuda sempre que precisei, pela dedicação e amor ao ensino e pela paciência com toda a minha turma.

Aos técnicos, Robson, Moisés e Chico pela disposição a ajudar a mim e a meus colegas sempre que necessário.

Ao laboratório LASCA pela acolhida e suporte a pesquisa. Aos meus companheiros do LASCA, Ricardo Prado, Guilherme Knop e Laos.

Aos amigos Wylliam e Verônica pela amizade sincera.

O incentivo do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPQ, pela bolsa de Iniciação Científica PIBIC.

A amiga Iara pela companhia e apoio. Aos amigos Verônica e Wylliam pela amizade sincera.

A todos os meus colegas da 4ª turma de Engenharia de Controle e Automação pelos bons momentos, pelas lições que pude aprender junto a eles e companheirismo.

RESUMO

Esse trabalho apresenta um estudo da estabilização de atitude de satélites artificiais utilizando como atuadores jatos de gás, sendo que os propulsores produzem torques nos três eixos normais de inércia do satélite por meio de um par de jatos de gás para cada eixo, e sendo que cada jato provê torques em duas direções. Trata-se de um problema clássico da teoria de controle de sistemas não lineares que continua sendo de grande interesse por suas aplicações no estudo do controle de sistemas dinâmicos, de controle, e também pela importância econômica das aplicações dos satélites artificiais (telecomunicações, meteorologia, sistemas de posicionamento global, sensoriamento remoto, etc). Os resultados obtidos mostram que a estratégia de controle LQG que é baseada numa planta linear, faz a estabilização do sistema. É um resultado interessante uma vez que a operação de estabilização da atitude de um satélite artificial é um problema fortemente não-linear. Além disso, a lei de controle obtida forneceu resultados satisfatórios para a operação de *detumble* e juntamente com a implementação do LQR *Tracking* possibilitou obter bons resultados para a operação de aquisição de atitude. O trabalho compreende uma revisão da teoria e o estudo da modelagem do movimento de atitude e das leis de controle. A validação do controle proposto se dá por meio da realização de simulações numéricas e da análise das trajetórias temporais das variáveis de estado. As simulações utilizaram o pacote computacional MATLAB/Simulink.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	VII
LISTA DE TABELAS	VIII
LISTA DE SÍMBOLOS	IX
I – INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivo	2
1.2 Justificativa	2
1.3 Metodologia	3
1.4 Contexto do Trabalho	4
1.5 Organização da Monografia	4
II – FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	6
2.1 Sistemas de Referência	6
2.1.1 Referencial Orbital	6
2.1.2 Referencial do Corpo	6
2.2 Parametrização da Atitude	7
2.3 Modelagem Matemática: Cinemática e Dinâmica	9
2.3.1 Equações da Cinemática	9
2.3.2 Equações da Dinâmica	11
2.3.3 Torque Devido ao Gradiente de Gravidade	13
2.3.4 Torque Devido aos Jatos de Gás	14
2.4 Linearização	15
2.5 Sistemas Propulsivos	18
III – PROJETO DO CONTROLADOR	20
3.1 Simulação Preliminar	20
3.2 Projeto do Controlador Utilizando o Método LQR	22
3.3 Projeto do Controlador Utilizando o Método LQG	25
3.4 LQR Tracking	29
IV – SIMULAÇÕES DO CONTROLE DE ATITUDE.....	31
V – CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....	41
VI – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42

ANEXO A – AJUSTE DAS MATRIZES DE PONDERAÇÃO DO LQR.....	46
ANEXO B– O MODULADOR PWPF.....	53

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Sistema de Referência Inercial e do Satélite	7
Figura 2.2 – Construção dos Ângulos de Euler	8
Figura 2.3 – Modelo do Satélite com Seis Pares de Jatos de Gás	14
Figura 3.1 – Resposta do Sistema para a Entrada em Degrau Unitário.....	21
Figura 3.2 – Resposta do Sistema para a Entrada em Rampa	21
Figura 3.3 – <i>Toolbox</i> de Visualização para Atitude e Órbita em VRML	22
Figura 3.4 – Configuração do Controle LQR	25
Figura 3.5 – Sistema Planta mais Controlador	26
Figura 3.6 – Estrutura do Sistema de Controle LQG	27
Figura 3.7 – Estrutura do Filtro de Kalman-Bucy	28
Figura 3.8 – Configuração do LQR <i>Tracking</i>	30
Figura 4.1 – Configuração LQG para o Sistema Utilizado nas Simulações	31
Figura 4.2 – Ruído dos Sensores	32
Figura 4.3 – Comportamento Real dos Ângulos de Atitude para a Metodologia do LQR ...	33
Figura 4.4 – Estados na Saída dos Sensores para a Metodologia LQR	34
Figura 4.5 – Comportamento dos Estados Estimados pelo Filtro de Kalman	35
Figura 4.6 – Comportamento Real dos Estados para a Metodologia do LQG	36
Figura 4.7 – Estados na Saída dos Sensores para a Metodologia do LQG.....	37
Figura 4.8 – Esforço de Controle	38
Figura 4.9 – Defasagem Máxima para a qual o Controle Funciona	39
Figura 4.10 – Velocidade Angular Máxima e o Esforço de Controle	40

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Parâmetros de Simulação para a Configuração 2.....20
Tabela 4.1 – Parâmetros de Simulação31

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Matriz do sistema
B	Matriz dos atuadores
l_i	Distância do centro de massa do satélite ao propulsor i
\mathbf{h}_b	Quantidade de movimento angular do satélite
\mathbf{I}_n	Matriz identidade de ordem n
J	Matriz de inércia do satélite
J_x, J_y, J_z	Momentos principais de inércia
K_c	Matriz de ganhos do controlador LQR
K_f	Matriz de ganhos do filtro de Kalman-Bucy
\mathbf{R}_b^a	Matriz de rotação do referencial b para o referencial a
R_c	Matriz de ponderação da lei de controle
R_f	Matriz de covariância do ruído da dinâmica
f_i	Força de propulsão do propulsor utilizado no para i
P_c	Matriz solução da equação de Riccati no regime estacionário para o caso do regulador
P_f	Matriz de covariâncias dos estados estimados
Q_c	Matriz de ponderação dos estados
Q_f	Matriz de covariância do ruído nas medidas
x	Vetor de estado
X, Y, Z	Coordenadas do sistema inercial
x, y, z	Coordenadas do sistema do satélite
u	Vetor de controle
τ_{ext}	Torque(s) externo(s) que age(m) sobre o satélite
τ_g^b	Torque de gradiente de gravidade
τ_p^b	Torques de controle dos propulsores
ω_{ib}^b	Vetor velocidade angular do satélite em relação ao referencial inercial, expresso no referencial do satélite.

ω_0	Velocidade orbital média
Θ	Ângulo de rotação total
ϕ	Ângulo de rotação em torno do eixo de <i>roll</i>
ψ	Ângulo de rotação em torno do eixo de <i>yaw</i>
θ	Ângulo de rotação em torno do eixo de <i>pitch</i>

I - INTRODUÇÃO

A determinação da atitude é o processo de computar a orientação do satélite em relação a um sistema de referência (inercial ou não-inercial). Como exemplo pode-se citar um sistema de referência a algum objeto de interesse, tal como a Terra. Isso normalmente envolve diversos tipos de sensores em cada satélite e sofisticados procedimentos de processamento de dados (WERTZ, 1978). O controle da atitude do satélite é crucial para o adequado desempenho das suas funções que podem ser sensoriamento remoto, meteorologia, comunicação, entre outras aplicações (WERTZ, 1978).

O satélite considerado neste trabalho é um projeto que vem sendo desenvolvido no contexto do Programa Espacial Brasileiro (AEB, 1998), o satélite PMM (Plataforma Multi-Missão). Suas características físicas e dados de suas dimensões são utilizadas na modelagem e nas simulações numéricas.

O problema da estabilização do satélite está dividido em previsão e controle da atitude. A previsão é o processo de antever a orientação futura do satélite utilizando modelos dinâmicos do satélite estudado e conhecendo as forças perturbadoras que agem sobre o satélite. O controle da atitude consiste em orientar ou manter o satélite em uma direção específica predeterminada (WERTZ, 1978, ARANTES JR, 2005). Observa-se a importância da determinação da atitude uma vez que fornece a informação da atitude em relação ao sistema de referência considerado de acordo com o qual o movimento do satélite é estabilizado.

O controle de atitude pode ser visto por duas operações: a operação de aquisição, que consiste em levar o satélite para a atitude nominal a partir de uma atitude qualquer requerendo manobras de grandes ângulos, e a operação de estabilização, onde se deseja manter a atitude de acordo com a atitude nominal, fazendo pequenas correções (manobras de pequenos ângulos) quando necessário.

1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho é realizar um estudo da estabilização da atitude de satélites artificiais que é um problema de controle não-linear que continua sendo de grande interesse por suas possibilidades em termos do estudo de sistemas dinâmicos, de controle, e também pela importância econômica das aplicações de satélites artificiais tais como: telecomunicações, sensoriamento remoto, meteorologia, sistema de posicionamento global, etc. Por essas razões, é fácil encontrar na literatura uma ampla gama de trabalhos, artigos e livros, sobre diversos aspectos que envolvem o tema.

Foram adotadas para o projeto dos controladores as metodologias do Regulador Linear Quadrático e do Regulador Linear Gaussiano.

Considerando-se a modelagem do satélite, ou seja, as equações cinemáticas e dinâmicas, é possível simular a evolução temporal do sistema, através de resolução numérica das equações diferenciais que o descreve. Para tais simulações foi utilizado o ambiente MATLAB e SIMULINK.

1.2 Justificativa

A área de aplicações espaciais, do desenvolvimento de satélites artificiais, deixou de ser, há muito tempo, apenas um desafio tecnológico longínquo e um sonho da humanidade de conhecer e conquistar os limites do universo. A vida atual está repleta de atividades cotidianas que utilizam, de alguma forma, recursos tecnológicos espaciais. As telecomunicações, a meteorologia, as pesquisas de recursos naturais através de sensoriamento remoto, o monitoramento de atividades e sistemas terrestres (agricultura, mineração, meio ambiente, etc.), o sistema de posicionamento global para navegação de navios, aviões e carros, todas essas atividades envolvem a utilização de satélites artificiais.

O custo de uma imagem de satélite meteorológico, ou da utilização de um canal de satélite de comunicação, representa montantes de investimentos relevantes e impulsionam um setor

importantíssimo da economia mundial. Além da grande significação econômica, o estudo de sistemas espaciais oferece desafios interessantes para as engenharias, para a ciência da computação, para a ciência dos materiais, e para muitas outras áreas científicas.

Estamos particularmente interessados no estudo do sistema dinâmico não linear que representa um satélite e seu movimento de atitude, i.e. seu movimento em torno de seu centro de gravidade. A importância prática desse estudo se justifica, por exemplo, pela necessidade de apontar com estabilidade uma câmera de uma satélite de sensoriamento remoto fotografando uma área de preservação ambiental na Amazônia.

1.3 Metodologia

- Pesquisa bibliográfica.
- Modelagem cinemática e dinâmica do movimento de um satélite artificial em torno de seu centro de gravidade, através de abordagens da mecânica clássica para o movimento de um corpo rígido. Estudar alguns casos particulares que envolvem: simetrias e simplificações na modelagem.
- Estudo de abordagens da teoria de controle não linear que compreendem análises do espaço de estados do sistema dinâmico, análise de estabilidade e a síntese de uma lei de controle que comande o sistema para um estado desejado.
- Simulação numérica do sistema dinâmico e do controle em malha fechada, utilizando métodos numéricos para resolução das equações diferenciais do modelo, e ferramentas de visualização da evolução temporal das variáveis de estado e do movimento do satélite no espaço (computação gráfica)

1.4 Contexto do Trabalho

O problema do controle de atitude de satélites já foi estudado por vários autores. Para constar em Show et al. (2002), um controlador PID robusto é proposto. Abordagens não-lineares usando somente dois pares de jatos de gás são mostradas em Morin et al. (1995) e em Tsiotras et al. (1995). Em Yang and Kung (2000), a atitude do satélite é controlada utilizando um controlador H_∞ não-linear aplicado; enquanto em Wu e Chen (1999) uma mistura das abordagens H_2/H_∞ é investigada.

Arantes Jr (2005) faz um estudo comparativo de técnicas de controle de atitude em 3 eixos para satélites artificiais onde técnicas de controle multivariável como o LQR e o LQG são utilizadas e também controladores baseados em energia com realimentação de atitude e realimentação de velocidade angular ambos utilizando a teoria de Lyapunov além de um controlador PD e a implementação da metodologia LQR tracking.

Krovel (2005) faz uma sintonia ótima do modulador PWPF para o controle de atitude visando um menor consumo de combustível e ao mesmo tempo menos ativação dos propulsores. Ele encontra os parâmetros ótimos do PWPF para um controlador PD, para um controlador em modo deslizante e para um controlador de Lyapunov.

AEB (1998) nos fornece alguns dados da PMM utilizados nesse trabalho.

1.5 Organização da Monografia

O projeto está organizado da seguinte forma:

No Capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica apresentando os principais trabalhos consultados na elaboração deste projeto.

No Capítulo 3 a apresentação das representações de atitude importantes nesse trabalho bem como seus fundamentos matemáticos é feita e, além disso, modela-se a cinemática e a dinâmica do

satélite equipado com jatos de gás, comenta-se sobre esses atuadores e tratam-se os modelos matemáticos formulados de modo que possam ser utilizados no projeto de controle para o caso do controle de estabilização da atitude.

O Capítulo 4 apresenta os resultados de uma simulação preliminar do sistema sem controle além do projeto do controlador baseado na metodologia do Regulador Linear Quadrático (LQR) e na metodologia do Regulador Linear Gaussiano (LQG).

No Capítulo 5 são feitas as simulações da dinâmica do satélite utilizando a estratégia de controle desenvolvida no Capítulo 4. São feitas simulações considerando diferentes valores iniciais de atitude e diferentes valores de referência.

No Capítulo 6 apresentam-se as principais conclusões e perspectivas para trabalhos futuros.

O Anexo A apresenta a sintonia dos parâmetros \mathbf{Q}_c e \mathbf{R}_c do LQR.

O Anexo B faz uma breve apresentação do modulador PWPF.

II - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A posição e a atitude de um satélite podem ser representadas de várias formas. Serão dadas nessa seção algumas definições acerca dos sistemas de referência e parametrizações utilizados nesse trabalho.

Serão discutidos também os modelos matemáticos da cinemática e da dinâmica da atitude, o tratamento das equações diferenciais que descrevem o sistema e os atuadores utilizados para realizar o controle da atitude.

2.1 Sistemas de Referências

Os sistemas de referência que serão utilizados nesse trabalho são definidos a seguir, sendo ilustrados na figura 2.1.

2.1.1 *Referencial Orbital*

O referencial orbital (x_o, y_o, z_o) tem origem no centro de massa do satélite. O eixo z_o aponta para o centro da Terra, o eixo y_o aponta na direção normal à órbita. O eixo x_o é encontrado usando a regra da mão direita, completando o sistema.

2.1.2 *Referencial do Corpo*

O referencial do corpo, ou do satélite definido por (x, y, z) é um sistema de coordenadas com origem no centro de massa do satélite. Os eixos são escolhidos como sendo coincidentes com os eixos principais de inércia sendo x o eixo de roll, y o de pitch e z o de yaw definidos como sendo nominalmente alinhados com x_o , y_o e z_o respectivamente (Wie, 1998, Moscati, 1992).

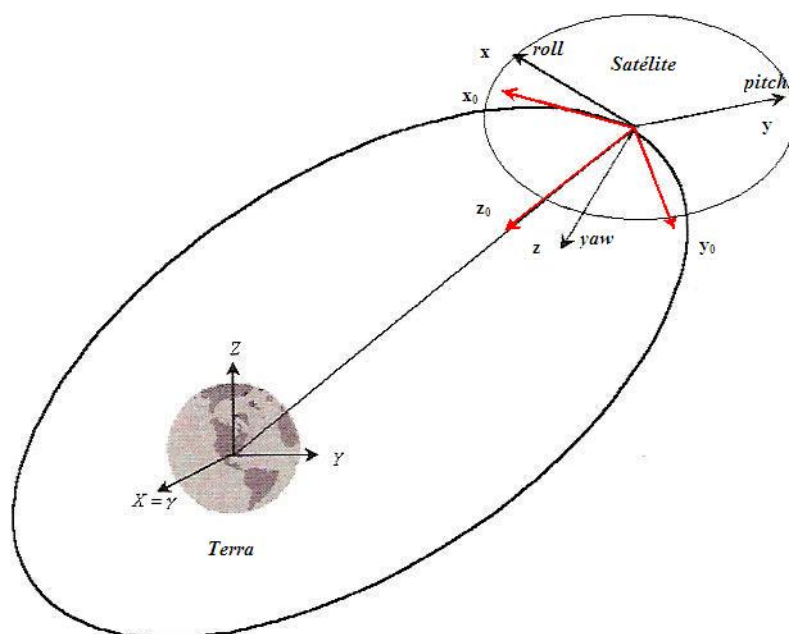


Figura 2.1 – Sistemas de Referência Inercial e do Satélite

FONTE: Arantes Jr, 2005

2.2 Parametrização da Atitude

Transformações entre sistemas de coordenadas serão muito importantes nesse trabalho para resolver muitos problemas. Posição e velocidade podem ser expressos em mais de um sistema de coordenada. Será adotada nesse trabalho a parametrização por ângulos de Euler e uma breve apresentação desta é feita a seguir.

Quando se define a orientação de um corpo em relação a um sistema de referência uma série de rotações puras é utilizada, resultando em transformações ortogonais. As rotações associadas são chamadas de *ângulos de Euler* e elas determinam a orientação de um corpo. Inicialmente considera-se que o referencial do corpo e o inercial coincidem.

Então é feita uma sequência de rotações ilustradas na figura 2.2 listadas como:

1 – Rotação em torno do eixo Z de um ângulo ϕ que leva ao sistema ξ', θ', ζ' .

2 – Rotação em torno do eixo ξ' de um ângulo θ que leva ao sistema ξ, θ, ζ .

3 – Rotação em torno do eixo ζ de um ângulo ψ que leva ao sistema x, y, z .

Os ângulos de rotação são os ângulos de Euler (ψ, θ, ϕ) e os eixos de rotação de Euler são os eixos instantâneos de rotação que nesse caso foram (Z, ξ', ζ) e que totalizam 12 conjuntos de rotações possíveis: 6 simétricas (1-2-1; 1-3-1; 2-3-2; 2-1-2; 3-1-3; 3-2-3) e 6 assimétricas (1-2-3; 1-3-2; 2-3-1; 2-1-3; 3-1-2; 3-2-1).

Para essa seqüência de rotações 3 – 1 – 3 a matriz de atitude é dada por (KAPLAN,1976)

$$\mathbf{R}_x^X = \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\phi - \sin\psi \cos\theta \cos\phi & \cos\psi \sin\phi + \sin\psi \cos\theta \cos\phi & \sin\psi \sin\theta \\ -\cos\psi \cos\phi - \cos\psi \cos\theta \sin\phi & -\sin\psi \sin\phi + \cos\psi \cos\theta \cos\phi & \cos\psi \sin\theta \\ \sin\theta \sin\phi & -\sin\theta \cos\phi & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

onde \mathbf{R}_x^X é a matriz de rotação do referencial x para o referencial X e apresenta uma singularidade em $\theta=\pi$ e $\theta=0$.

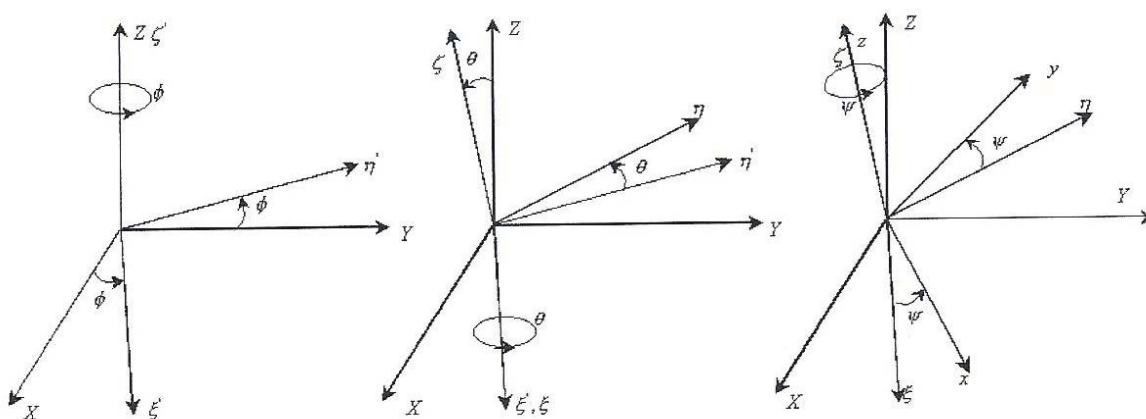


Figura 2.2 – Construção dos ângulos de Euler

FONTE: Arantes Jr, 2005

Em problemas de estabilização em três eixos define-se:

- ângulo de *roll* (ϕ) é o ângulo de rotação em torno do eixo de *roll*
- ângulo de *pitch* (θ) é o ângulo de rotação em torno do eixo de *pitch*
- ângulo de *yaw* (ψ) é o ângulo de rotação em torno do eixo de *yaw*

A sequência de rotações que foram utilizadas nesse trabalho é a assimétrica 3-2-1 dada por:

$$\mathbf{R}_x^x = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ -\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi & -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

e apresenta singularidade em $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$. Como este trabalho tem como foco a operação de estabilização da atitude de um satélite artificial, não haverá problema em se utilizar a parametrização por ângulos de Euler uma vez que tal operação é feita para defasagens de pequenos ângulos não alcançando assim os ângulos em que ocorre a singularidade.

2.3 Modelagem Matemática: Cinemática e Dinâmica

Esta seção apresenta e discute os modelos matemáticos da cinemática e da dinâmica de um satélite equipado com seis pares de jatos de gás. As equações da cinemática são representadas em ângulos de Euler e quaternions. Tais representações/parametrizações são amplamente utilizadas por permitirem representar a dinâmica e a atitude dos veículos espaciais em diferentes sistemas de coordenadas.

2.3.1 Equações da Cinemática

As equações da cinemática não envolvem as forças ou torques associados ao movimento. Elas descrevem a velocidade do veículo espacial em termos de sua orientação em relação a um ou mais sistemas de coordenadas. Atitude é a orientação do veículo em relação a um referencial

conhecido podendo ser representada por diferentes conjuntos de parâmetros (ARANTES JR, 2005).

A cinemática descreve a orientação de um veículo em relação a um sistema de eixos conhecido. O modelo matemático da cinemática é escrito na forma de um sistema de equações diferenciais de primeira ordem que, em conjunção com as equações de Euler, permitem escrever as equações do movimento na forma de estado e por integração numérica, obter os ângulos de atitude e sua derivada temporal (ARANTES JR, 2005).

Define-se a cinemática da atitude através da variação temporal da matriz de rotação R dada em 2.2. A matriz de atitude no instante $t+\Delta t$ é obtida pela aplicação de uma matriz de transferência como segue:

$$R(t+\Delta t) = \Phi(t+\Delta t, t) R(t) \quad (2.3)$$

onde $\Phi(t+\Delta t, t)$ é também uma matriz de rotação dada por:

$$\Phi(t+\Delta t, t) = I + S(\Delta \xi(t)) + O(|\Delta \xi(t)|^2) \quad (2.4)$$

onde termos de ordem superior como $O(|\Delta \xi(t)|^2)$ podem ser ignorados, $\Delta \xi(t)$ corresponde a uma rotação infinitesimal em uma determinada direção e $S(\Delta \xi(t))$ é o operador anti-simétrico cuja estrutura é mostrada a seguir:

$$S(\Delta \xi(t)) = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta \xi_z & \Delta \xi_y \\ \Delta \xi_z & 0 & -\Delta \xi_x \\ -\Delta \xi_y & \Delta \xi_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Substituindo a matriz Φ na equação da variação da atitude, obtém-se:

$$\frac{1}{\Delta t} (R(t + \Delta t) - R(t)) = \frac{1}{\Delta t} S(\Delta \xi(t)) R(t) + O(|\Delta \xi(t)|^2) \quad (2.6)$$

Por fim, tomando-se o limite $\Delta t \rightarrow 0$, chega-se à equação da cinemática da atitude do satélite:

$$\dot{\mathbf{R}}(t) = \mathbf{S}(\boldsymbol{\omega}(t))\mathbf{R}(t) \quad (2.7)$$

com a velocidade angular $\boldsymbol{\omega}(t)$ expressa no referencial do corpo dada por:

$$\boldsymbol{\omega}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{\xi}(t)}{\Delta t} \quad (2.8)$$

A partir da equação 2.7, obtém-se a variação temporal dos ângulos de Euler, em função de $\boldsymbol{\omega}(t)$, que será utilizada como modelo cinemático de atitude do satélite. A forma matricial a seguir é encontrada em Wertz (1978) e Wie e Arapostathis (1989) e é obtida para a seqüência de rotações 3-2-1 mostrada em 2.2.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \frac{1}{\cos \theta} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & \cos \phi \sin \theta \\ 0 & \cos \phi \cos \theta & -\sin \phi \cos \theta \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{ib}^b + \frac{\omega_0}{\cos \theta} \begin{bmatrix} \sin \psi \\ \cos \theta \cos \psi \\ \sin \theta \sin \psi \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

onde ω_0 é a velocidade orbital média, que para uma órbita circular é constante e $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ é o vetor velocidade angular do satélite em relação ao referencial inercial, expresso no referencial do satélite.

2.3.2 Equações da Dinâmica

A dinâmica do movimento de atitude do satélite equipado com doze jatos de gás pode ser modelada utilizando as equações de Euler, e pode ser representada a partir da derivada temporal da quantidade de movimento (momento) angular h no referencial inercial como mostrado a seguir:

$$\tau_{ext} = \frac{dh}{dt} \quad (2.10)$$

onde τ_{ext} representa os torques externos que atuam no sistema.

Se é considerado o referencial fixado ao corpo, esta equação torna-se:

$$\tau_{ext} = \left[\frac{dh}{dt} \right]_b + \omega_{ib}^b \times h_b \quad (2.11)$$

onde

$$h_b = J \omega_{ib}^b \quad (2.12)$$

e

$$\dot{h}_b = \left[\frac{dh}{dt} \right]_b = J \dot{\omega}_{ib}^b \quad (2.13)$$

onde J é a matriz de inércia do satélite dada por

$$J = \begin{pmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J_y & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_z \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

e ω_{ib}^b é a velocidade angular do satélite em relação ao referencial inercial expresso no sistema do satélite.

Reescrevendo a equação (2.11) tem-se:

$$J \dot{\omega}_{ib}^b + \omega_{ib}^b \times J \omega_{ib}^b = \tau_{ext} \quad (2.15)$$

Como é considerado o sistema do corpo coincidente com os eixos principais de inércia, a matriz de inércia é diagonal e os elementos J_x, J_y e J_z são os momentos principais de inércia. Então:

$$J = \begin{pmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Utilizando o operador anti-simétrico, pode-se escrever a equação (2.15) como

$$J \dot{\omega}_{ib}^b + S(\omega_{ib}^b) J \omega_{ib}^b = \tau_d^b + \tau_p^b \quad (2.17)$$

onde τ_d^b representa todos os torques de perturbação externa que atuam no sistema e τ_p^b representa o torque gerado pelos jatos de gás.

2.3.3 Torque Devido ao Gradiente de Gravidade

O torque de gradiente de gravidade é causado pela diferença na intensidade e direção da força gravitacional com que diferentes partes do satélite são atraídas pela Terra (SENE,2006). O torque depende da altitude, geometria e da atitude do satélite (CARRARA,1982). Esse efeito é utilizado para a estabilização passiva de satélites. O gradiente de gravidade alinha o eixo de menor momento de inércia com a vertical local (FAUSKE, 2002 e ARANTES JR e FONSECA, 2004) o que requer que um dos momentos principais de inércia do satélite seja muito menor que os demais.

Como no modo de estabilização são consideradas manobras de pequenos ângulos, pode-se utilizar o modelo do torque de gradiente de gravidade, dado por (WIE, 1998 e KAPLAN, 1976)

$$\tau_g^b = 3\omega_0^2 \begin{bmatrix} (J_z - J_y)\phi \\ (J_x - J_z)\theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

2.3.4 Torque Devido aos Jatos de Gás

O torque de controle τ_p^b é gerado por modulação dos propulsores. A relação entre a entrada de controle \underline{u} (6x1) e o torque de controle τ_p^b (3x1) é estabelecida como segue.

Considere o satélite como sendo um cubo cujas arestas medem 2d. Cada face desse cubo possui um par de propulsores que possibilita fornecer torque nos dois sentidos como ilustrado na figura 2.3. Para que o satélite gire em torno de um dos eixos principais de inércia, cuja origem é o centro de massa do satélite, é necessário que um propulsor de uma face seja acionado juntamente com um propulsor da face oposta à sua de modo que os sentidos de propulsão sejam contrários entre si. Dessa forma, são necessários dois pares de propulsores para cada eixo principal de inércia do satélite.

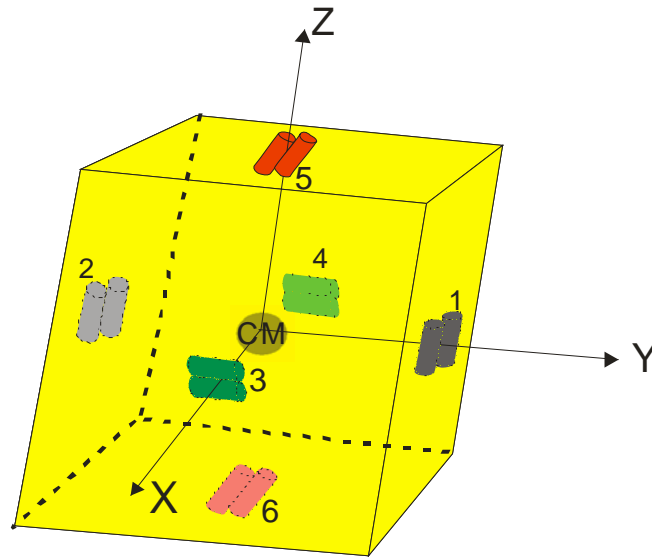


Figura 2.3 – Modelo do Satélite com Seis Pares de Jatos de Gás

O torque de controle em um dos eixos principais de inércia do satélite é dado pela seguinte relação:

$$\tau_p^b = (l_i \times f_i) + (l_j \times f_j) \quad (2.19)$$

Sendo que f é o vetor força e l é o vetor braço de alavanca nos eixos do corpo do satélite e os índices i e j representam os pares de propulsores em uso. Como são necessários dois pares de propulsores para rotacionar o satélite em torno de cada eixo principal de inércia, e cada propulsor pode dar propulsão em duas direções, têm-se um total de dois vetores força, dois braços de alavanca e, portanto dois sinais de controle. No total, considerando os três eixos principais de inércia do satélite e os doze propulsores, têm-se seis vetores força e seis braços de alavanca. Portanto são três equações para o torque de controle dos propulsores sendo uma para cada eixo principal de inércia.

$$\begin{aligned} \tau_p^b(\text{roll}) &= lf_1 + lf_2 \\ \tau_p^b(\text{pitch}) &= lf_3 + lf_4 \\ \tau_p^b(\text{yaw}) &= lf_5 + lf_6 \end{aligned} \quad (2.20)$$

onde l é a distância do centro de massa a cada propulsor. O valor da propulsão de cada propulsor, considerando o modelo discutido em Salles et al. (2005) é de 5N.

2.4 Linearização

Para o projeto do controlador utilizando a metodologia LQR, que é baseada numa planta linear, é necessário fazer a linearização da equação do movimento em torno de um ponto de operação. As equações linearizadas serão utilizadas no estudo da estabilização onde se tem manobras de pequenos ângulos ($<15^\circ$). As equações utilizadas serão escritas em termos dos ângulos de Euler já que singularidades em $(\pm \frac{\pi}{2})$ não ocorrerão por se tratar de manobras de pequenos ângulos.

A equação da cinemática (2.9) pode ser escrita como segue (BRYSON, 1994)

$$\boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} - \omega_0 \begin{bmatrix} \cos \theta \sin \psi \\ \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi \\ \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Para manobras de pequenos ângulos, fazendo $\sin \theta$, $\sin \phi$, $\sin \psi$, $\cos \theta$, $\cos \phi$, e $\cos \psi$ iguais a θ , ϕ , ψ , 1, 1 e 1 respectivamente, a expressão (2.21) pode ser aproximada por (BRYSON, 1994)

$$\begin{aligned} \omega_1 &\equiv \dot{\phi} - \omega_0 \psi - \dot{\psi} \theta \\ \omega_2 &\equiv \dot{\theta} - \omega_0 - \dot{\psi} \phi \\ \omega_3 &\equiv \dot{\psi} + \omega_0 \phi - \dot{\theta} \phi \end{aligned} \quad (2.22)$$

onde os índices 1, 2 e 3 são as componentes x, y e z do sistema do satélite.

O valor médio, por órbita, dos termos não lineares ($\dot{\psi} \theta$, $\dot{\psi} \phi$, $\dot{\theta} \phi$) são pequenos comparados com os valores dos termos lineares em (2.22) se ϕ e θ oscilam em torno de zero ou se a magnitude de $\dot{\psi}$ e $\dot{\theta}$ são pequenas comparadas com a velocidade orbital ω_0 (ARANTES JR, 2005). Dessa forma a equação (2.22) pode ser aproximada por

$$\boldsymbol{\omega}_{ib}^b = \mathbf{I} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \omega_0 \begin{bmatrix} -\psi \\ -1 \\ \phi \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Onde I é uma matriz identidade de ordem 3.

O vetor de estado e o vetor de controle são definidos como

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi & \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T \quad (2.24)$$

e

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 \end{bmatrix}^T \quad (2.25)$$

Substituindo a equação (2.23) na equação (2.17) e incluindo o torque dos propulsores dado por (2.20) e o torque de gradiente de gravidade dado por (2.18), obtem-se

$$\begin{aligned} J_x \ddot{\phi} = & \phi \left[4\omega_0^2 (J_z - J_y) - \omega_0 \dot{\theta} (J_z - J_y) \right] + \dot{\theta} \dot{\psi} (J_y - J_z) + \dot{\psi} \omega_0 (J_x - J_y + J_z) \\ & + lf_1 + lf_2 \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} J_y \ddot{\theta} = & 3\omega_0^2 (J_x - J_z) \theta + \phi \left[\psi \omega_0^2 (J_x - J_z) + \dot{\phi} \omega_0 (J_z - J_x) \right] + \dot{\psi} \psi \omega_0 (J_x - J_z) \\ & + \dot{\psi} \dot{\phi} (J_z - J_x) + lf_3 + lf_4 \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} J_z \ddot{\psi} = & \psi \left[\omega_0^2 (J_x - J_y) + \dot{\theta} \omega_0 (J_y - J_x) \right] + \dot{\phi} \left[\omega_0 (J_y - J_x - J_z) + \dot{\theta} (J_x - J_y) \right] \\ & + lf_5 + lf_6 \end{aligned} \quad (2.28)$$

Escrevendo na forma de estados as equações linearizadas (2.26), (2.27) e (2.28), tem-se

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (2.29)$$

com

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{4\omega_0^2(J_z - J_y)}{J_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_0(J_x - J_y + J_z)}{J_x} \\ 0 & \frac{3\omega_0^2(J_x - J_z)}{J_y} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega_0^2(J_x - J_y)}{J_z} & \frac{\omega_0(J_y - J_x - J_z)}{J_z} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

e

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_x} & \frac{1}{J_x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_y} & \frac{1}{J_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_z} & \frac{1}{J_z} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

2.5 Sistemas Propulsivos

Os sinais de controle comandados por, por exemplo, um controlador linear quadrático, são contínuos. Eles podem ser implementados utilizando atuadores tais como rodas de reação e atuadores magnéticos para um comando de controle contínuo. Contudo, durante operações orbitais, tais como *detumble* e manobras de apontamento, os torques requeridos são normalmente altos para as rodas de reação dar o torque necessário para uma rápida manobra de atitude. Dessa forma, propulsores do tipo liga-desliga são utilizados para tais manobras (ARANTES JR, 2008).

Sistemas propulsivos são utilizados em missões de injeção, transferência e manutenção de órbitas e no controle da atitude dos satélites, sendo sua vida útil dependente do desempenho desses sistemas. Em função da missão a ser cumprida pelo satélite, podem-se utilizar vários tipos de sistemas propulsivos: gás frio, monopropelentes e bipropelentes líquidos, propelentes sólidos, etc. A grande maioria dos satélites, de médio e grande porte, utiliza sistemas a monopropelentes ou bipropelentes líquidos (SALLES et al., 2005).

O modulador PWPF (pulse-width pulse-frequency) representa uma possível opção para o sistema de controle dos propulsores da PMM devido as suas vantagens sobre outros tipos de moduladores de pulso como controladores do tipo liga-desliga. Uma breve apresentação do modulador PWPF é feita no ANEXO B.

III – PROJETO DO CONTROLADOR

Este capítulo mostra os resultados de uma simulação preliminar feita a partir dos dados de uma das 5 diferentes configurações do satélite PMM sem a utilização do controle para efeito de visualização da necessidade deste. Em seguida é feito o projeto do controlador utilizando a metodologia do Regulador Linear Quadrático (LQR) e por fim, visando reduzir o ruído inserido no sistema pelos sensores e pela dinâmica, é feito o projeto do controlador utilizando a metodologia do Regulador Linear Gaussiano (LQG).

3.1 Simulação Preliminar

Na tabela 3.1 fornecem-se os parâmetros e especificações obtidos para a PMM para a configuração 2 obtidos em AEB (1998). Em seguida são obtidas as respostas do sistema para uma entrada degrau unitário e para uma entrada em rampa, apresentadas nas figuras 3.1 e 3.2.

Tabela 3.1 – Parâmetros de simulação para a configuração 2

Parâmetros	Valores
Momentos principais de inércia (Kgm^2)	$J_x = 305.8913$ $J_y = 314.0649$ $J_z = 167.3392$
l (m)	0,5
Velocidade orbital média (rad/s)	$\omega_0 = 0,001$

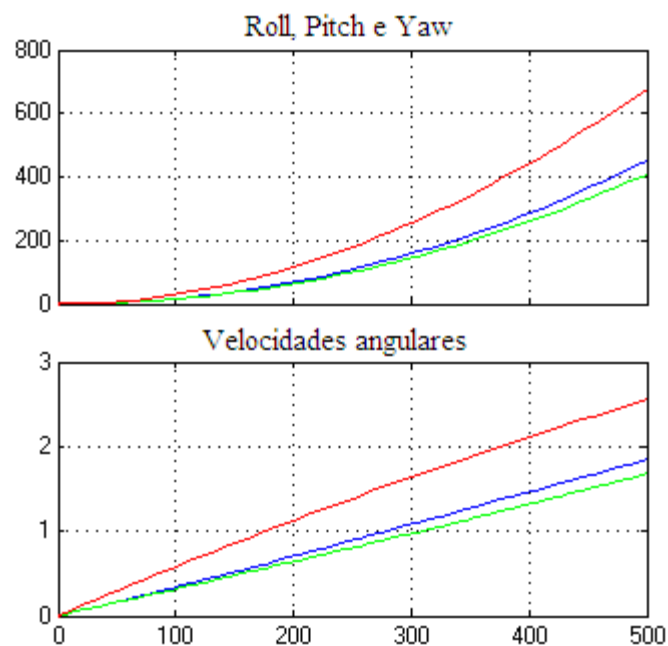


Figura 3.1 - Resposta do Sistema para a Entrada em Degrau Unitário.

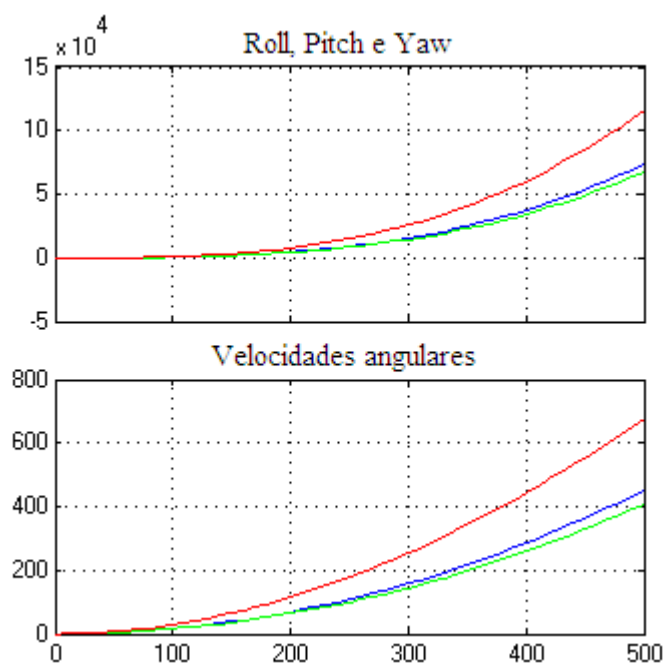


Figura 3.2 - Resposta do Sistema para a Entrada em Rampa.

A dinâmica do satélite pode ser observada através de uma interface de simulação desenvolvida no MATLAB em *Virtual Reality Modelling Language* (VRML). Na figura 3.3 ilustra-se esta interface.

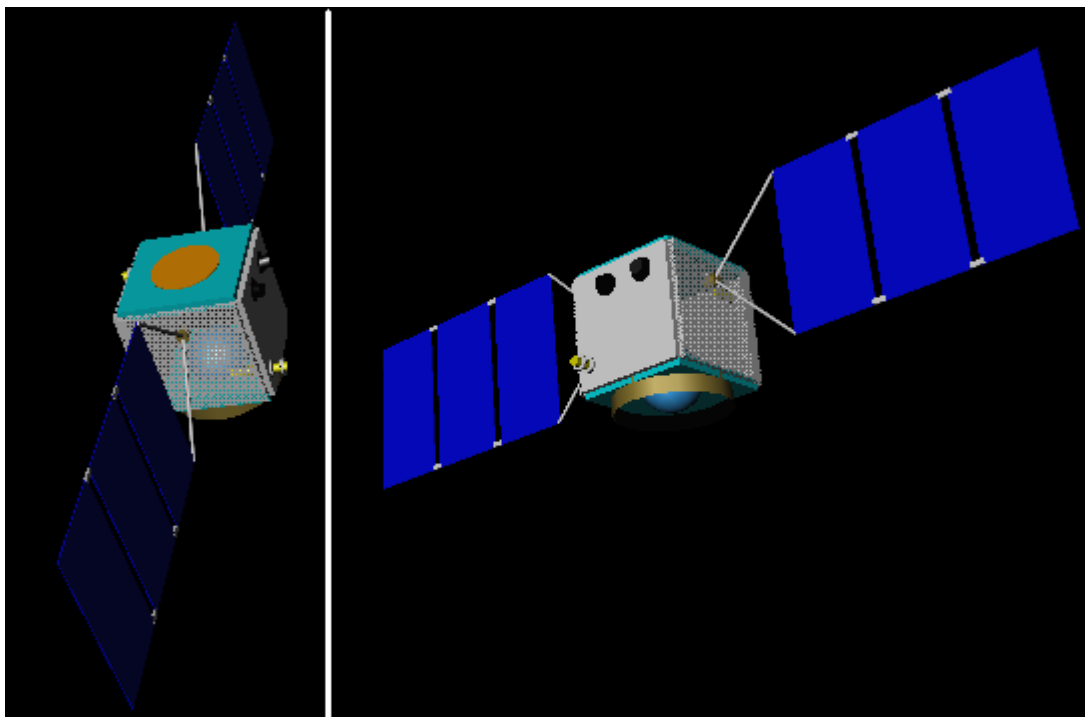


Figura 3.3 - *Toolbox* de Visualização para Atitude e Órbita em VRML

FONTE: Arantes Jr, 2008¹

3.2 Projeto do Controlador Utilizando o Método LQR

O método LQR é baseado na linearização de sistemas dinâmicos, pois a metodologia é formulada para sistemas lineares. O problema de controle ótimo consiste em minimizar uma função custo quadrática e gerar uma matriz de ganhos para realimentação (DORATO e CERONE, 1995 e MACIEJOWSKI, 1989). A função custo pode ser entendida como a soma de duas energias as quais o controlador LQR busca minimizar: a energia da saída controlada (estados) e a energia do sinal de controle. Contudo, diminuir a energia da saída controlada requer um grande sinal de

¹ Em desenvolvimento.

controle enquanto que um pequeno sinal de controle requer grandes saídas controladas (HESPANHA, 2007).

A equação linearizada (2.29), invariante no tempo é utilizada no projeto de controle. A formulação do problema feita no domínio do tempo é mostrada a seguir.

Seja um sistema linear descrito por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (3.1)$$

O problema de otimização consiste em encontrar uma lei de controle linear do tipo

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_c(t)\mathbf{x} \quad (3.2)$$

que minimize o índice de desempenho quadrático (função custo)

$$J_p = \int_0^T [\mathbf{x}^T \mathbf{Q}_c \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}_c \mathbf{u}] dt \quad (3.3)$$

As matrizes \mathbf{Q}_c e \mathbf{R}_c são as ponderações no vetor de estado e no vetor de controle, respectivamente. O vetor \mathbf{x} é o vetor de estado de dimensão $n \times 1$ e \mathbf{u} é o vetor de controle de dimensão $m \times 1$.

Para a existência e estabilidade da solução do problema LQR, a condição necessária e suficiente é que o sistema seja completamente controlável (DORATO e CERONE, 1995 e MACIEJOWSKI, 1989). Para o sistema descrito por (3.1) e considerando o vetor de controle \mathbf{u} de dimensão r , pode-se provar que a condição para controlabilidade completa de estado é que a matriz $n \times nr$

$$[\mathbf{B} : \mathbf{AB} : \dots : \mathbf{A}^{n-1} \mathbf{B}] \quad (3.4)$$

tenha posto n ou contenha n vetores-coluna linearmente independentes. A matriz (3.4) é comumente denominada *matriz de controlabilidade*.

Por exemplo, para as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} dadas em (2.30) e (2.31) respectivamente e para a configuração 2 da PMM dada pela tabela (3.1) tem-se que

$$[\mathbf{B} : \mathbf{A}\mathbf{B} : \mathbf{A}^2\mathbf{B} : \mathbf{A}^3\mathbf{B} : \mathbf{A}^4\mathbf{B} : \mathbf{A}^5\mathbf{B}] \quad (3.5)$$

que possui 6 vetores-coluna linearmente independentes ou posto 6 e, portanto, o sistema (3.1) é dito de estado completamente controlável.

A análise de controlabilidade feita para a equação (3.1) garante a solução do problema LQR para as outras quatro configurações da PMM mostradas no capítulo 4.

A solução do problema LQR, ou seja, o cálculo do ganho de controle é obtido resolvendo a equação de Ricatti, dada por (MOORE E ANDERSON, 1990).

$$\dot{\mathbf{P}}_c = -\mathbf{P}_c \mathbf{A}(t) - \mathbf{A}(t)^T \mathbf{P}_c + \mathbf{P}_c \mathbf{B}(t) \mathbf{P}_c^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_c - \mathbf{Q}_c \quad (3.6)$$

Devido ao fato do sistema (3.1) ser invariante no tempo e considerando o intervalo de otimização infinito, ou seja, T da equação (3.3) tendendo ao infinito. A solução do problema LQR é dada para o estado estacionário. Esse problema é referido como problema do LQR estacionário (*steady-state* LQR) (DORATO E CERONE, 1995). Nessas condições a equação diferencial matricial de Ricatti torna-se uma equação matricial algébrica, dada por:

$$0 = -\mathbf{P}_c \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{P}_c + \mathbf{P}_c \mathbf{B} \mathbf{R}_c^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_c + \mathbf{Q}_c \quad (3.7)$$

Resolvendo a equação diferencial matricial de Ricatti obtém-se a lei de controle para o sistema dado pela equação (3.1)

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}_c^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_c \mathbf{x} \quad (3.8)$$

onde as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} são dadas em (3.30) e (3.31), respectivamente e $\mathbf{K}_c = \mathbf{R}_c^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}_c$.

Na figura 3.4 ilustra-se a configuração do LQR para o sistema em malha fechada.

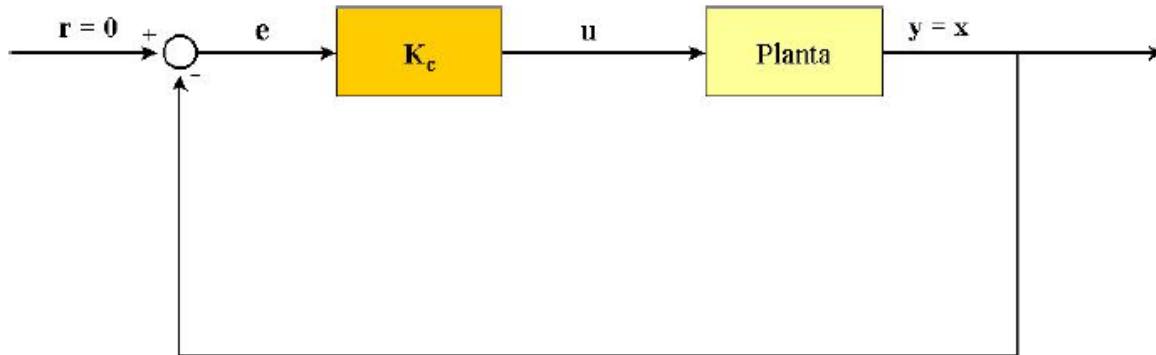


Figura 3.4 – Configuração do Controle LQR
FONTE: Arantes Jr, 2005

As matrizes de ponderação \mathbf{Q}_c e \mathbf{R}_c são definidas como:

$$\mathbf{R}_c = \text{diag} ([r_1, r_2, \dots, r_{n_a}]) \quad (3.9)$$

$$\mathbf{Q}_c = \text{diag} ([q_1, q_2, \dots, q_{n_s}]) \quad (3.10)$$

onde n_a é o número de atuadores no sistema de controle e n_s é o número de estados de interesse. Para o PMM temos $n_a = 6$ e $n_s = 6$. O desempenho desejado do sistema é obtido pelo ajuste das ponderações. O ajuste de \mathbf{Q}_c e de \mathbf{R}_c para esse trabalho é feito por tentativas e pode ser visto no Apêndice A.

3.3 Projeto do Controlador Utilizando o Método LQG

Nesse trabalho, consideramos a presença de ruídos provenientes dos sensores solares e dos giros os quais não são tratados pelo controlador desenvolvido com a metodologia do LQR. Para resolver esse problema, é feito o projeto de um controlador baseado na metodologia do Regulador Linear Gaussiano (LQG).

Dado o sistema da figura 3.5, onde \mathbf{G} é a função de transferência da planta. O problema LQG pode ser colocado como sendo o de calcular uma lei de controle que mantenha o sistema estável e

minimize um critério de erros quadráticos (MACIEJOWSKI, 1989). O sinal de referência r na figura é tomado como sendo nulo ($r=0$).

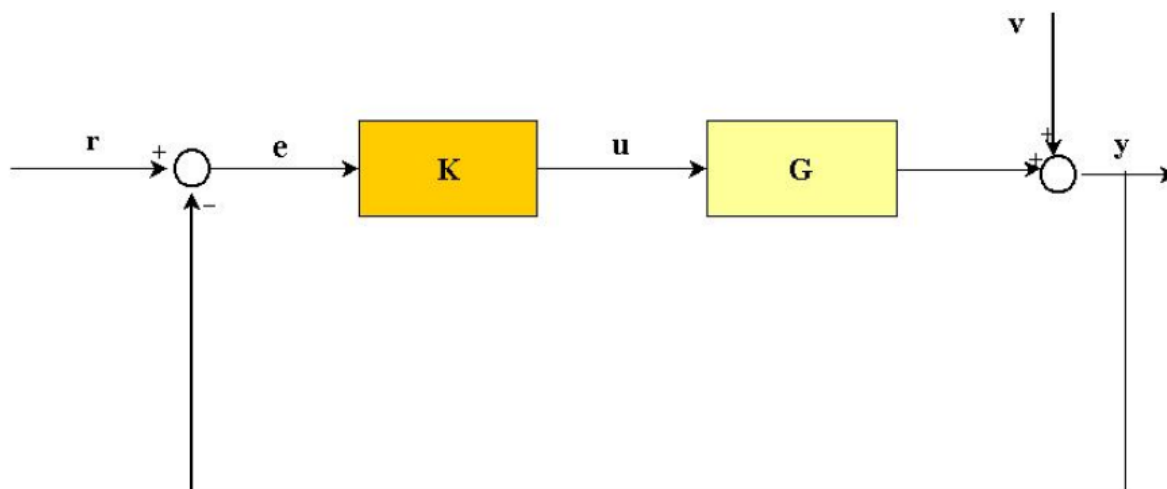


Figura 3.5 – Sistema Planta mais Controlador

FONTE: Arantes Jr, 2005

Representando o sistema acima na forma de estados tem-se

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{w} \quad (3.11)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (3.12)$$

onde \mathbf{x} é o vetor de estado, \mathbf{u} é o vetor de controle e \mathbf{y} é o vetor de saídas corrompidas por \mathbf{v} ; sendo que \mathbf{w} e \mathbf{v} são modelados como ruídos brancos, caracterizado processos estocásticos gaussianos com média zero. Considera-se que \mathbf{w} e \mathbf{v} não são correlacionadas no tempo e entre si, tendo as covariâncias:

$$E\{\mathbf{w}\mathbf{w}^T\} = \mathbf{R}_f \succeq 0 \quad E\{\mathbf{v}\mathbf{v}^T\} = \mathbf{Q}_f \succ 0 \quad E\{\mathbf{w}\mathbf{v}^T\} = 0 \quad (3.13)$$

No problema LQG deseja-se minimizar a função custo:

$$J_p = \int_0^T [\mathbf{x}^T \mathbf{Q}_f \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}_f \mathbf{u}] \quad (3.14)$$

onde \mathbf{Q}_f é a matriz de covariância do ruído nas medidas, obtida por tentativas, e \mathbf{R}_f é a matriz de covariância do ruído da dinâmica, obtida por meio do desvio padrão dos sensores solares e dos giros. Considera-se que o vetor de saída seja os estados do sistema, portanto a matriz de saída \mathbf{C} é uma matriz identidade de ordem 6 para o nosso sistema, ou seja:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (3.15)$$

A filosofia do projeto do controlador \mathbf{K} pode ser estruturada em três passos (ATHANS, 1971):

- 1 – projeto/análise determinística do problema de controle;
- 2 – projeto/análise do problema de estimação estocástica do estado;
- 3 – projeto de um sistema de controle estocástico.

Na figura 3.6 mostra-se a configuração do sistema de controle utilizado. Nota-se que o controle LQG é baseado em observador.

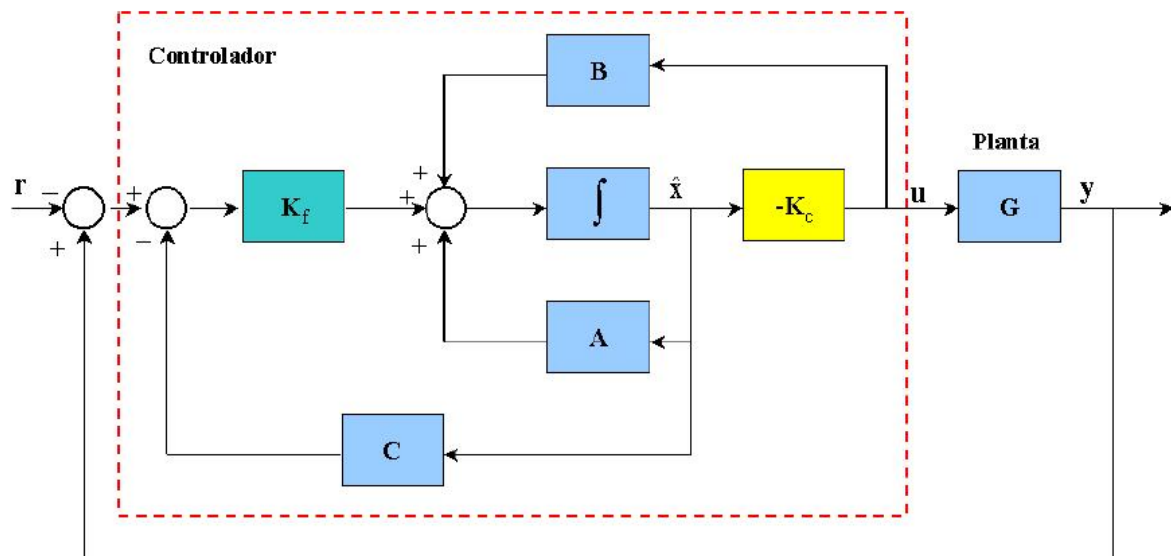


Figura 3.6 – Estrutura do Sistema de Controle LQG

FONTE: Arantes Jr, 2005

A solução do problema LQG é conseguida pelo **princípio da separação** que possibilita a separação do problema original em dois (ARANTES JR, 2005):

1 – Obter uma estimativa ótima $\hat{\mathbf{x}}$ do estado \mathbf{x} de modo que $E \{(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})\}$ seja minimizado. Esse sub-problema é resolvido pelo uso de um filtro de **Kalman-Bucy**, ignorando-se completamente o problema de controle.

2 – Obter o controlador para o problema linear quadrático determinístico (LQR considerando $\mathbf{r} = 0$), fazendo uso da estimativa $\hat{\mathbf{x}}$ como se ela fosse a medida exata do estado, ignorando-se completamente os aspectos estocásticos do problema. A resolução do problema LQR foi feita na seção 3.2.

Para a existência e estabilidade da solução do problema de estimação e/ou observação, a condição necessária e suficiente é que o sistema seja completamente observável (DORATO e CERONE, 1995 e MACIEJOWSKI, 1989). A análise de observabilidade feita para as 5 configurações da PMM disponíveis em (AEB, 1998) garantem a solução do problema LQG.

A solução do problema 1 consiste na determinação da matriz de ganho \mathbf{K}_f (ARANTES JR, 2005). A estrutura do filtro de **Kalman-Bucy** é mostrada na figura 3.7.

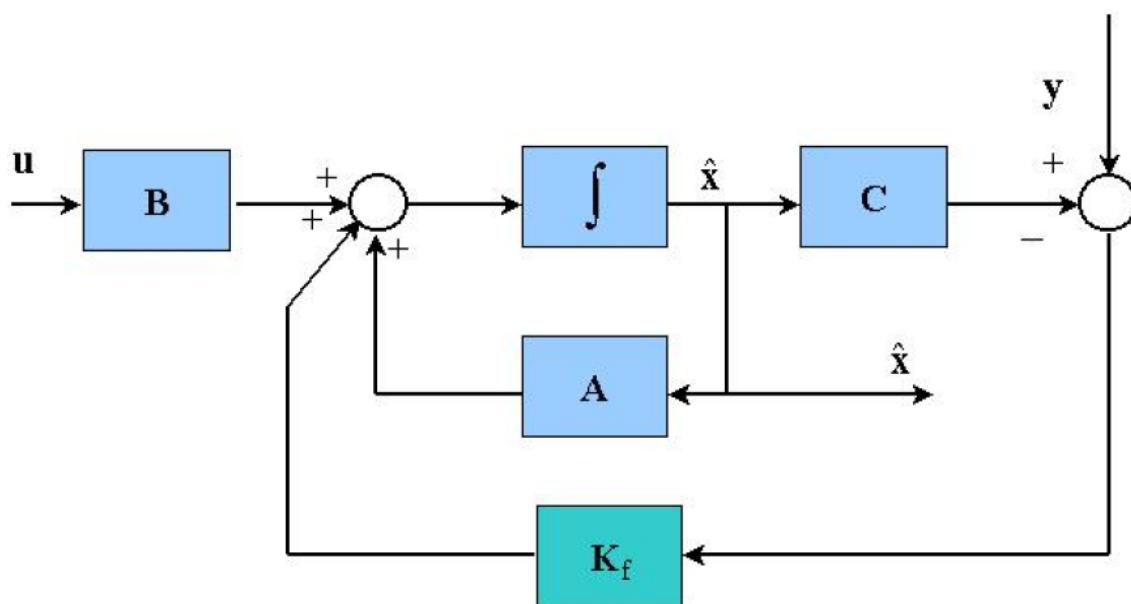


Figura 3.7 – Estrutura do Filtro de Kalman-Bucy

FONTE: Arantes Jr, 2005

A matriz ganho de Kalman \mathbf{K}_f é dada por (ATHANS, 1971 e MACIEJOWSKI, 1989)

$$\mathbf{K}_f = \mathbf{P}_f \mathbf{C}^T \mathbf{R}_f^{-1} \quad (3.16)$$

onde \mathbf{P}_f é dada pela equação matricial algébrica de Ricatti

$$0 = -\mathbf{P}_f \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{P}_f + \mathbf{P}_f \mathbf{C}^T \mathbf{R}_f^{-1} \mathbf{P}_f - \mathbf{Q}_f \quad (3.17)$$

A matriz \mathbf{R}_f é uma matriz diagonal onde os três primeiros valores são do desvio padrão dos sensores solares (0.5 graus) e os três últimos do desvio padrão dos girômetros (0.05 graus/s). A matriz \mathbf{Q}_f é obtida por meio de ajustes por tentativa em que o melhor valor foi de 15.

Como mostrado por Doyle (1978), o sistema completo formado pelo filtro de Kalman-Bucy e pelo controlador determinístico não mantém as boas características de robustez apresentadas, isoladamente, pelo filtro e pelo controlador. A recuperação das propriedades de robustez é conseguida pelo método LQG/LTR (*loop transfer recovery*), esse método é discutido em Maciejowski (1989) (ARANTES JR, 2005) e em Kulcsár (2000). Nesse trabalho não se aborda esse método.

3.4 LQR Tracking

Na aquisição de uma atitude em que a referência não seja zero para todos os estados ($\mathbf{x} \neq 0$), o problema de formular uma lei de controle utilizando a metodologia LQR é conhecido como LQR *tracking*. No LQR *tracking* a lei de controle envolve um termo antecipativo adicionado ao termo de realimentação do estado (DORATO e CERONE, 1995 e KIRK, 1970), apresentado na seção 4.2. O problema do LQR *tracking* consiste em minimizar um índice de desempenho definido como

$$J_p = \int_0^T [\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{Q}_e \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}_e \mathbf{u}] \quad (3.18)$$

onde

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_d(t) \quad (3.19)$$

onde \mathbf{x}_d é a trajetória de referência ou o estado desejado.

No problema assumimos que o estado desejado (\mathbf{x}_d) é conhecido e que todos os estados \mathbf{x} são disponíveis para a realimentação. As matrizes \mathbf{Q}_c e \mathbf{R}_c são as mesmas definidas na seção 3.2 (ARANTES JR, 2005). A lei de controle ótima para o problema de *tracking* é dada por Kirk (1970).

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_c(t)\mathbf{x} + \mathbf{f}_w(t) \quad (3.20)$$

onde $\mathbf{K}_c(t)$ é a matriz de ganhos obtida na seção 4.2 e o termo antecipativo ($\mathbf{f}_w(t)$) é denominado sinal de comando e é dado por

$$\mathbf{f}_w(t) = -\mathbf{R}_c \mathbf{B}^T \mathbf{s}(t) \quad (3.21)$$

onde $\mathbf{s}(t)$ é calculado a partir da equação diferencial linear (KIRK, 1970)

$$\dot{\mathbf{s}} = -[\mathbf{A}(t) - \mathbf{P}\mathbf{B}(t)\mathbf{R}_c^{-1}\mathbf{B}^T(t)]\mathbf{s}(t) + \mathbf{Q}_c\mathbf{x}_d \quad (3.22)$$

Note que o sinal de comando ($\mathbf{f}_w(t)$) depende dos parâmetros do sistema e do sinal de referência (ARANTES JR, 2005). Na figura 3.8 ilustra-se a configuração do LQR *tracking*.

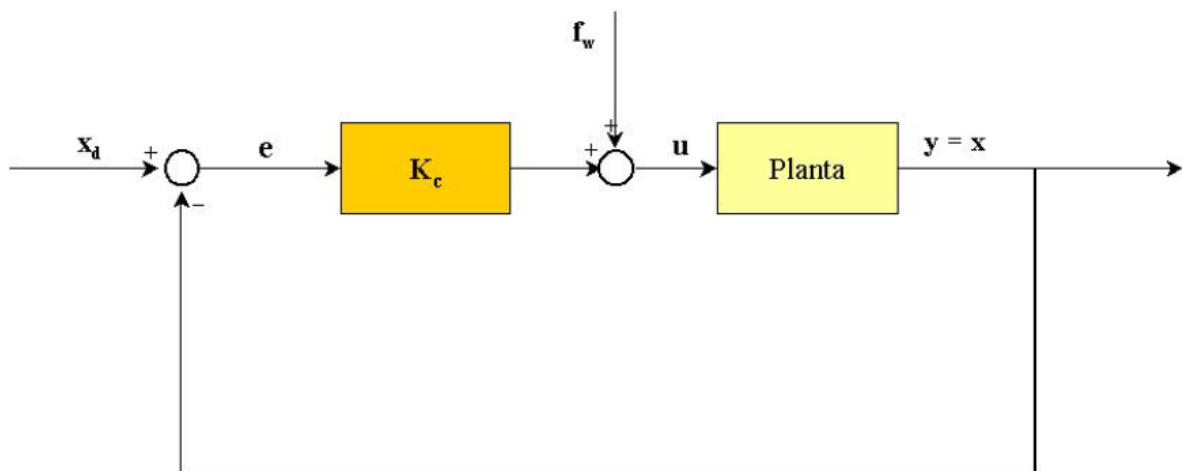


Figura 3.8 – Configuração do LQR *Tracking*

FONTE: Arantes Jr, 2005

IV - SIMULAÇÕES DO CONTROLE DE ATITUDE

Neste capítulo, são apresentadas as simulações numéricas da estabilização da atitude utilizando o controlador obtido com o uso da metodologia LQR e LQG. Nas simulações, são usados os parâmetros do satélite brasileiro PMM, desenvolvido pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE (AEB, 1998), mostrados na tabela 4.1. É utilizada a configuração 2 da PMM apresentada no capítulo III.

Tabela 4.1 – Parâmetros de Simulação

Parâmetros	Valores
Momentos principais de inércia para a configuração 2 (Kgm^2)	$J_x=305.89126$ $J_y=314.06488$ $J_z=167.33919$
l (m)	0,5
Velocidade orbital média (rad/s)	$\omega_0 = 0,001$
Massa (Kg)	578,05239
Máximo Torque (Nm)	2.5

Na figura 4.1 ilustra-se a configuração LQG para o sistema utilizado nas simulações. É introduzido um ruído aleatório com distribuição uniforme no sistema, teoricamente proveniente dos sensores solar e dos giros, para torná-lo mais próximo do sistema real.

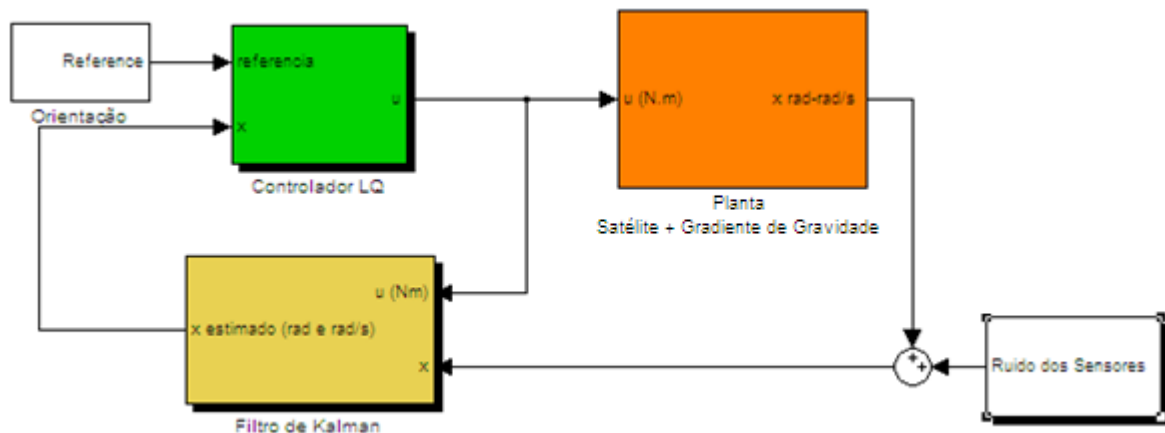


Figura 4.1 – Configuração LQG para o Sistema Utilizado nas Simulações.

Aplicando a lei de controle linear apresentada no capítulo III ao modelo não-linear são obtidas as seguintes matrizes de ganho do controlador e ganho do filtro de Kalman respectivamente \mathbf{K}_c e \mathbf{K}_f :

$$\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} 0.8522 & 0.0000 & -0.0068 & 22.8344 & 0.0000 & -0.0000 \\ 0.8522 & 0.0000 & -0.0068 & 22.8344 & 0.0000 & -0.0000 \\ -0.0000 & 0.8532 & 0.0000 & 0.0000 & 23.1514 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.8532 & 0.0000 & 0.0000 & 23.1514 & 0.0000 \\ 0.0068 & 0.0000 & 0.8527 & -0.0000 & 0.0000 & 16.8957 \\ 0.0068 & 0.0000 & 0.8527 & -0.0000 & 0.0000 & 16.8957 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\mathbf{K}_f = \begin{bmatrix} 30.0002 & 0.0000 & -0.0000 & 0.9091 & -0.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & 30.0002 & -0.0000 & 0.0000 & 0.9091 & 0.0000 \\ -0.0000 & -0.0000 & 30.0002 & 0.0000 & 0.0000 & 0.9091 \\ 0.0091 & 0.0000 & 0.0000 & 300.0000 & 0.0000 & -0.0002 \\ -0.0000 & 0.0091 & 0.0000 & 0.0000 & 300.0000 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.0000 & 0.0091 & -0.0002 & 0.0000 & 300.0000 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Na figura 4.2 ilustra-se o ruído inserido no sistema pelos sensores solar e pelos giros nos primeiros dez segundos de simulação.

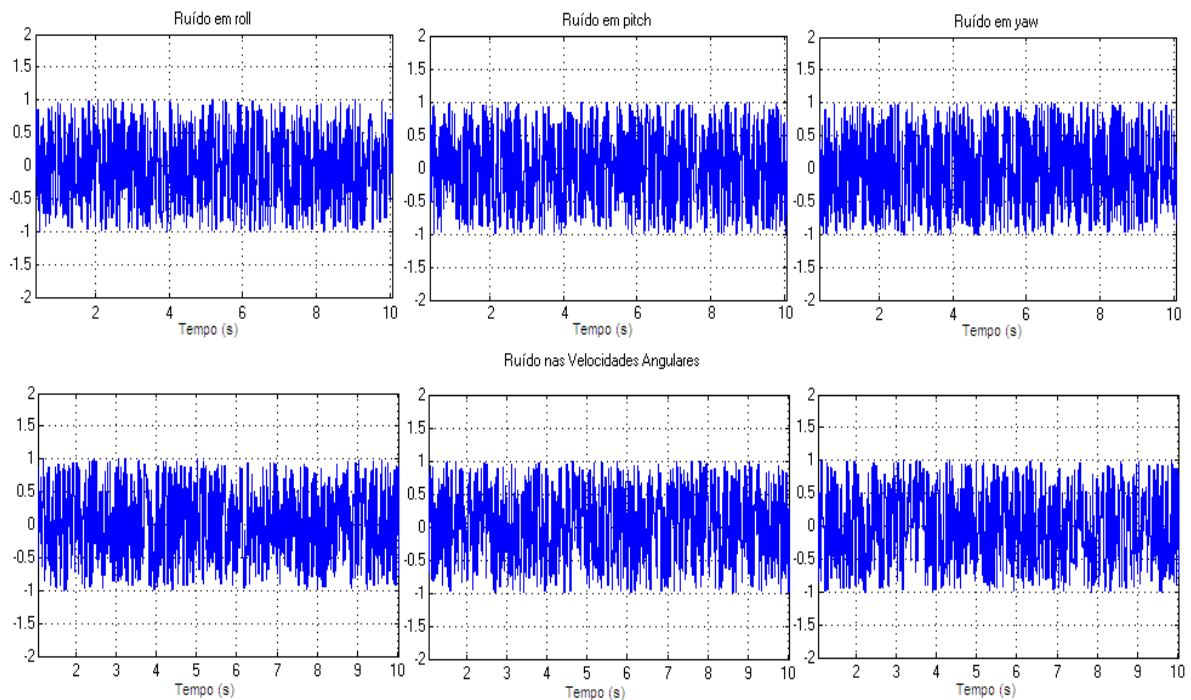


Figura 4.2 – Ruído dos Sensores

A seguir tem-se o comportamento dos estados considerando uma atitude inicial em graus de $[10 \ 10 \ 10]$ e velocidades angulares em graus/s de $[1 \ 1 \ 1]$. A referência é zero para todos os estados (referência = $[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$).

Na figura 4.3 ilustra-se o comportamento real dos ângulos de atitude para o controlador obtido pela metodologia do LQR, ou seja, considerando que os sensores são ideais (não inserem ruídos no sistema).

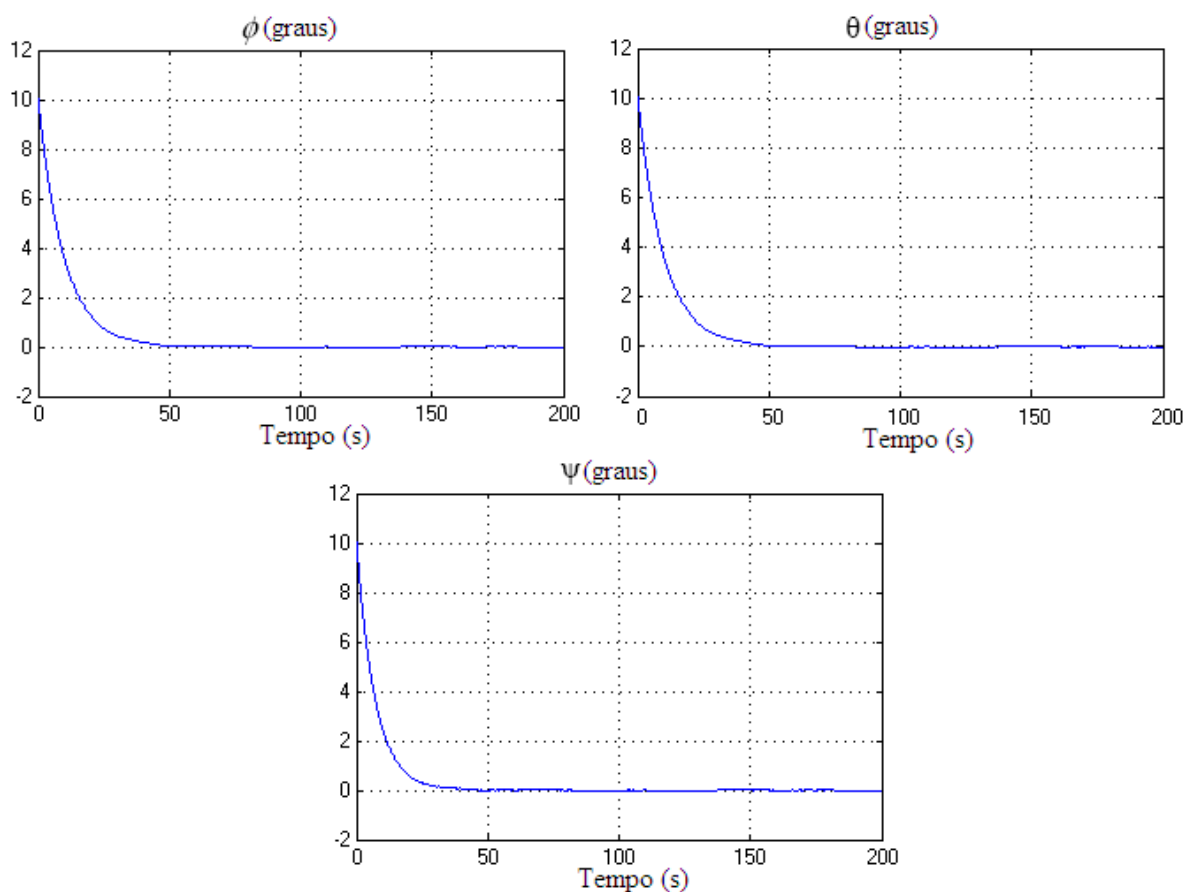


Figura 4.3 – Comportamento Real dos Ângulos de Atitude para a Metodologia LQR

Na figura 4.4 ilustram-se os estados na saída dos sensores para o controlador obtido pela metodologia do LQR.

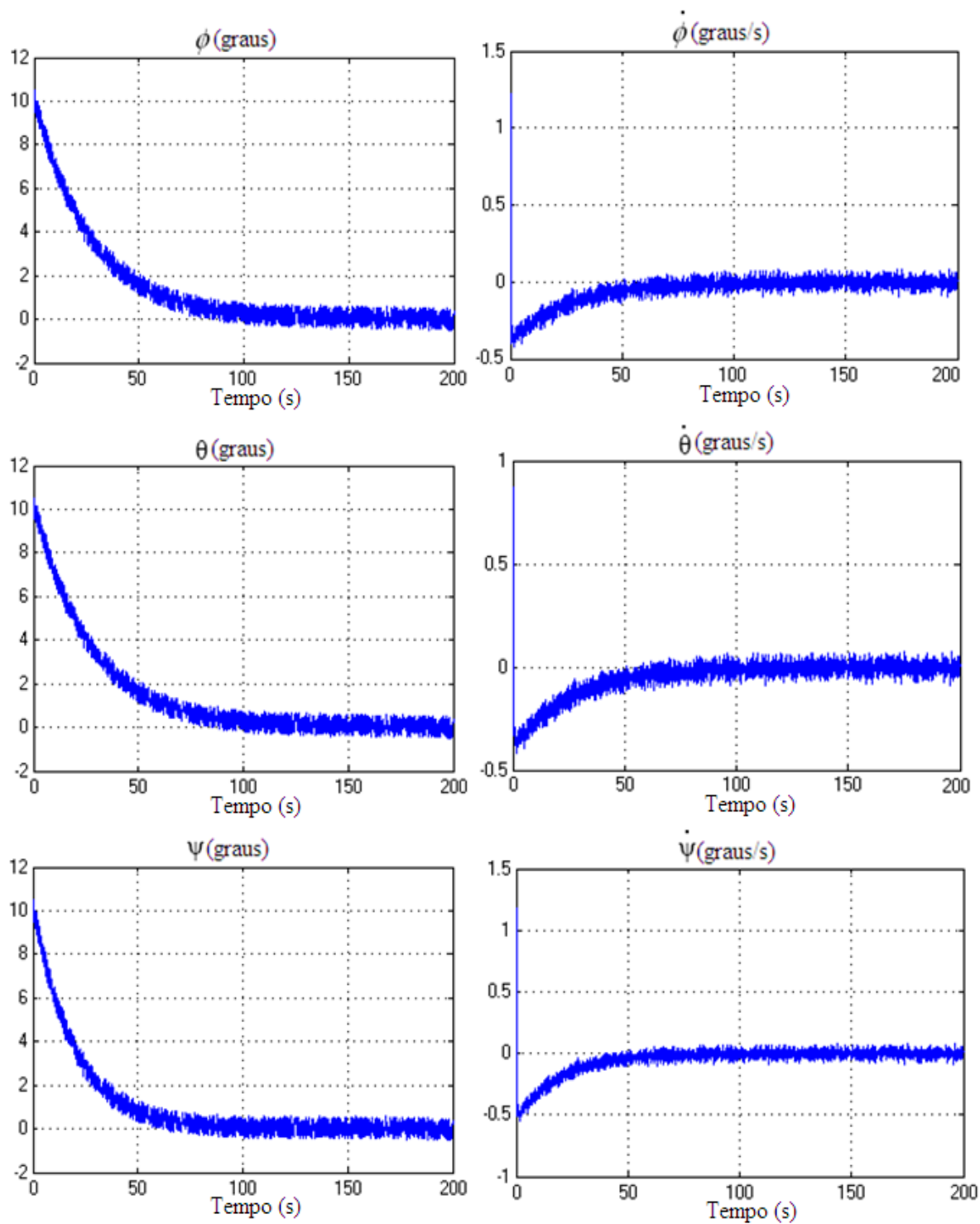


Figura 4.4 – Estados na Saída dos Sensores para a Metodologia LQR

Na figura 5.5 ilustra-se o comportamento dos estados estimados pelo filtro de Kalman.

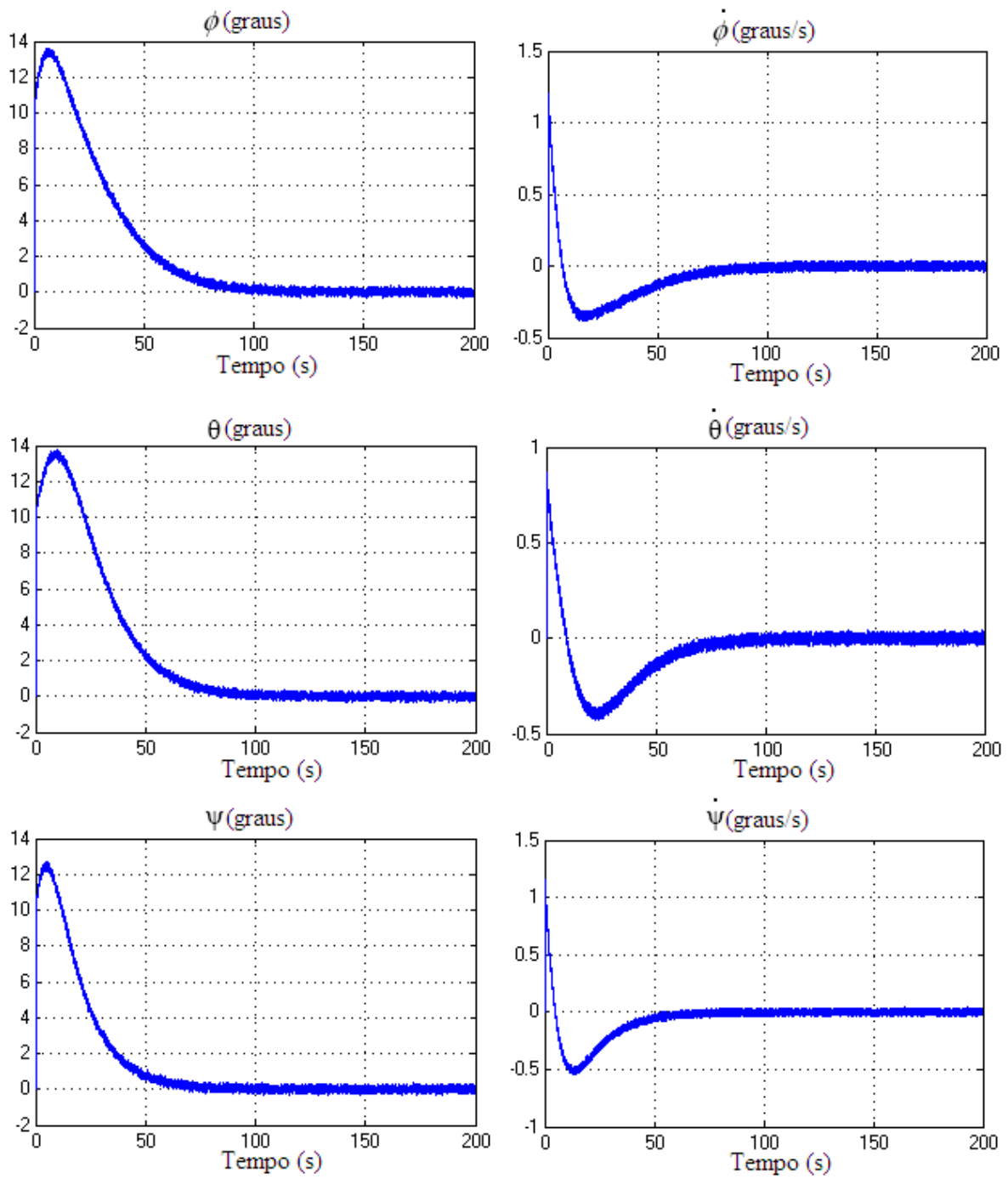


Figura 4.5 – Comportamento dos Estados Estimados pelo Filtro de Kalman.

Na figura 4.6 ilustra-se o comportamento real dos estados para o controlador obtido pela metodologia do LQG, ou seja, considerando que os sensores são ideais e não inserem ruídos no sistema.

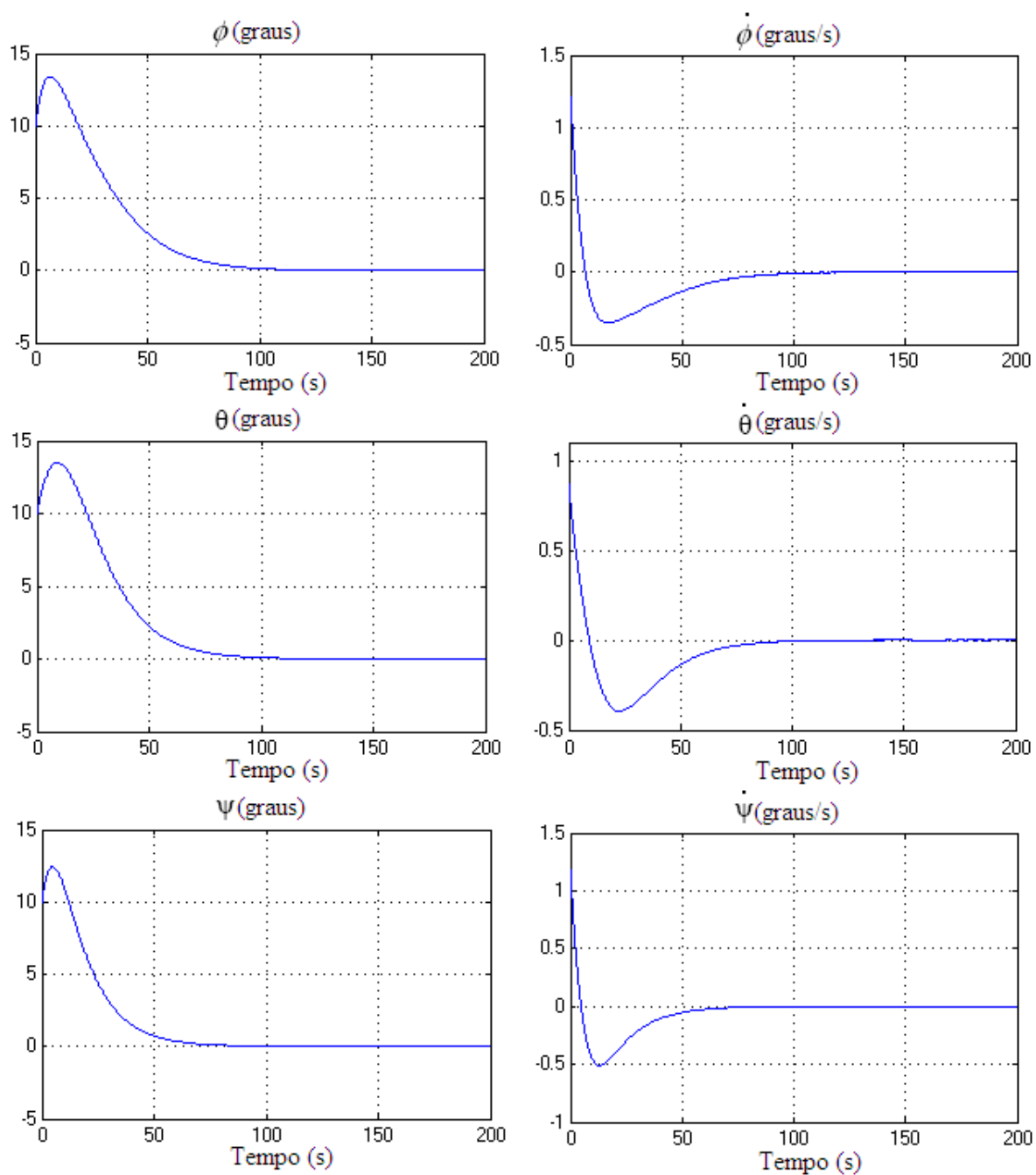


Figura 4.6 – Comportamento Real dos Estados para a Metodologia LQG

Na figura 4.7 ilustram-se os estados na saída dos sensores para o controlador obtido pela metodologia do LQG.

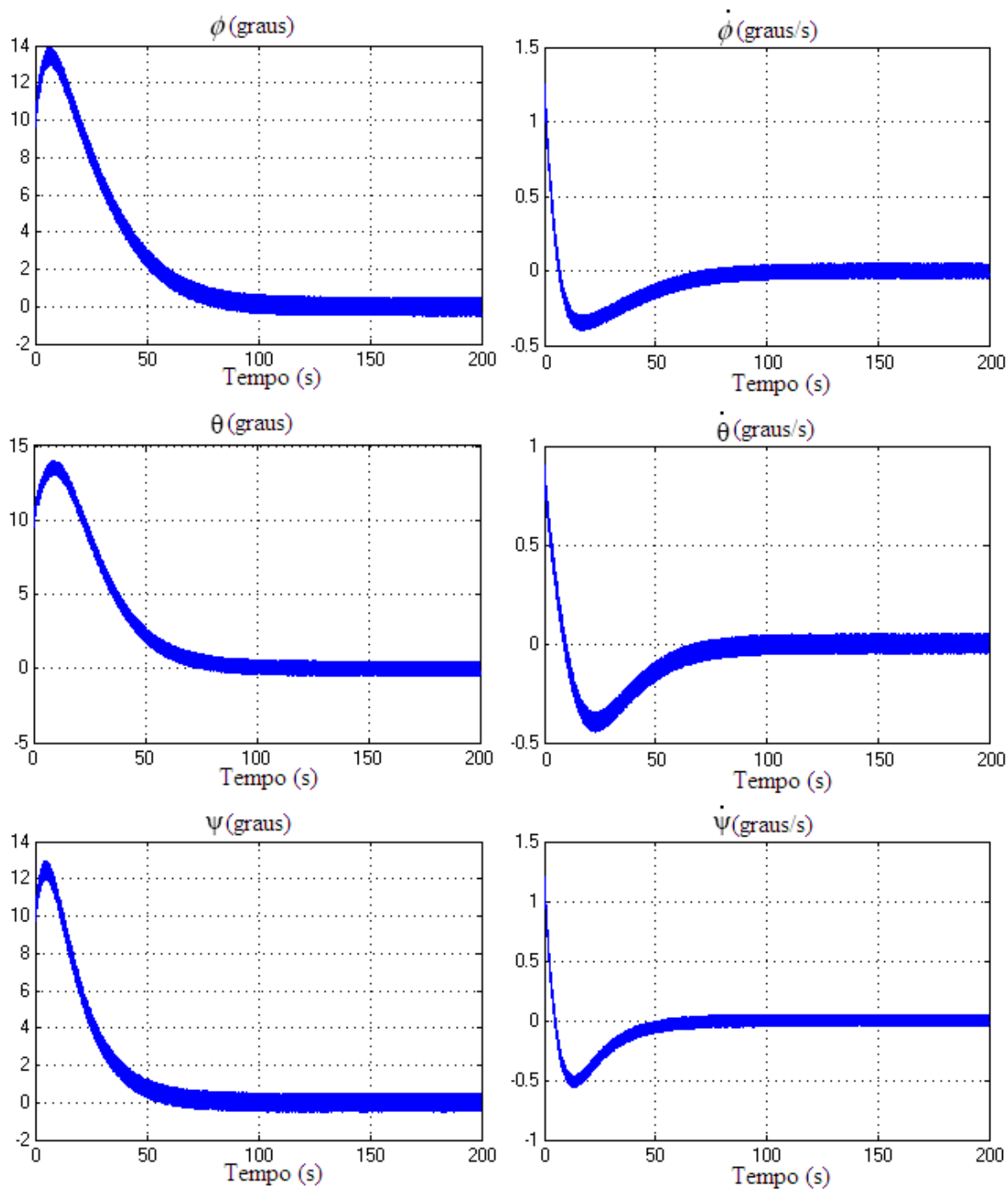


Figura 4.7 – Estados na Saída dos Sensores para a Metodologia LQG

Na figura 4.8 ilustra-se o esforço de controle para todos os estados para o controlador obtido pela metodologia do LQG.

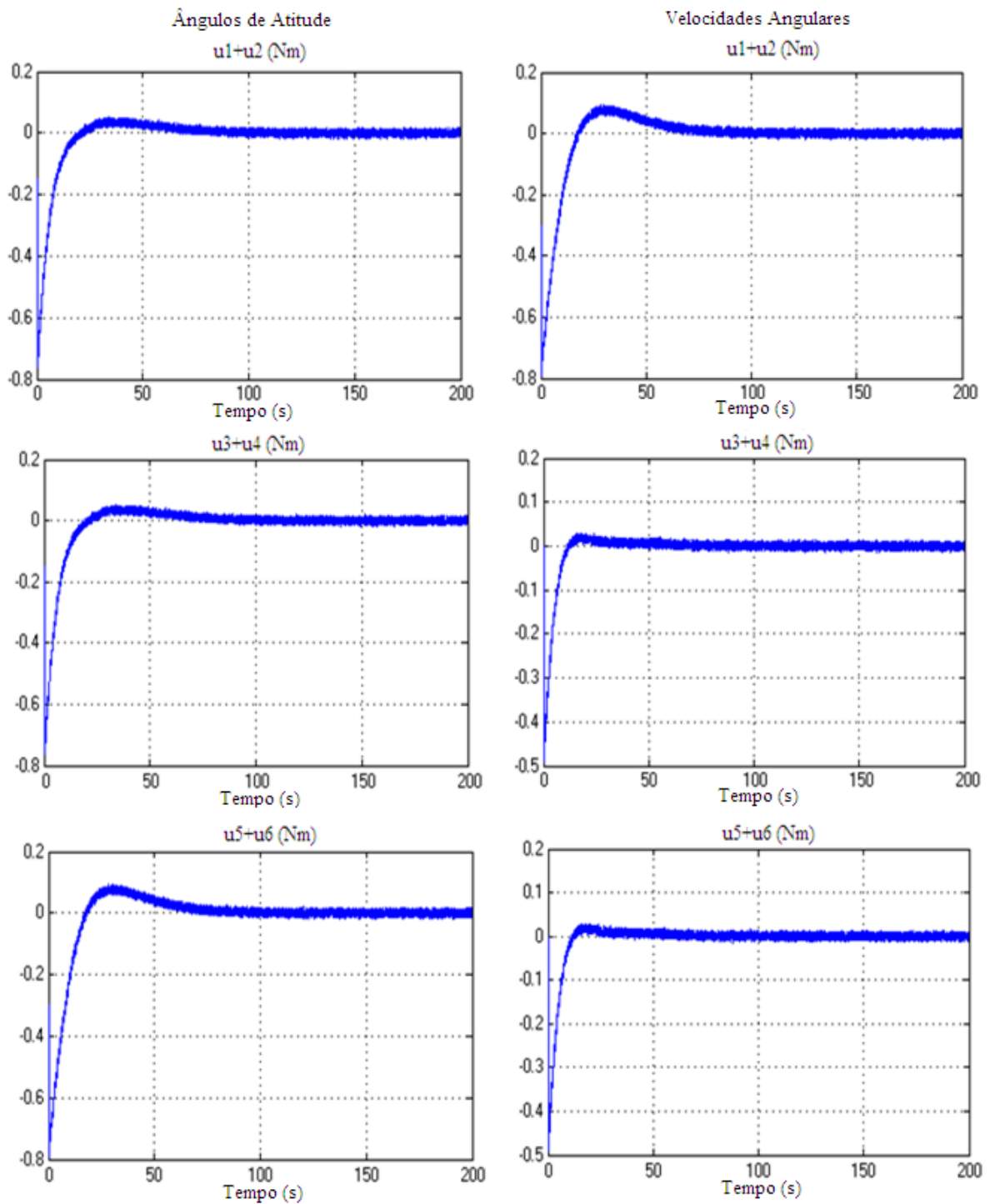


Figura 4.8 – Esforço de Controle

A defasagem máxima dos ângulos de atitude para a qual o controle baseado na metodologia LQG funciona é de 84.4 graus para velocidades angulares iniciais de 1 grau/s e sendo a referência zero para todos os estados como pode ser observado na figura 4.9.

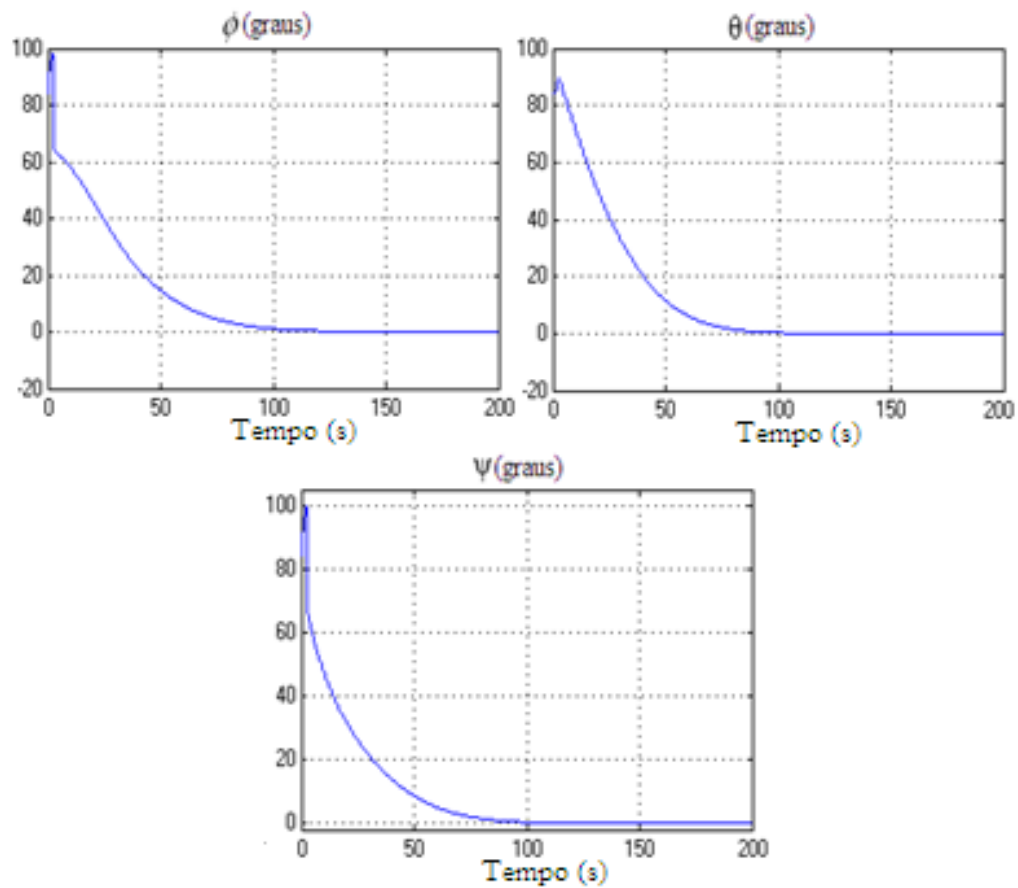


Figura 4.9 – Defasagem Máxima para a qual o Controle Funciona.

Após a injeção do satélite em órbita, este apresenta um movimento de rotação arbitrário o que corresponde a altas velocidades angulares. A operação de *detumble* (descapotamento) consiste em eliminar esse movimento de rotação. Foram feitas simulações para se analisar se o controlador baseado na metodologia LQG funciona para a operação de *detumble* e foi observado que para uma defasagem inicial de 1 grau para os três ângulos de atitude e referência zero para todos os estados, obtém-se como velocidades angulares iniciais máximas, nas quais o controle baseado na metodologia LQG estabiliza o satélite, o valor de 14.3 graus/s. Na figura 4.10 ilustra-se o comportamento das velocidades angulares no decorrer da estabilização e o esforço de controle para essa simulação.

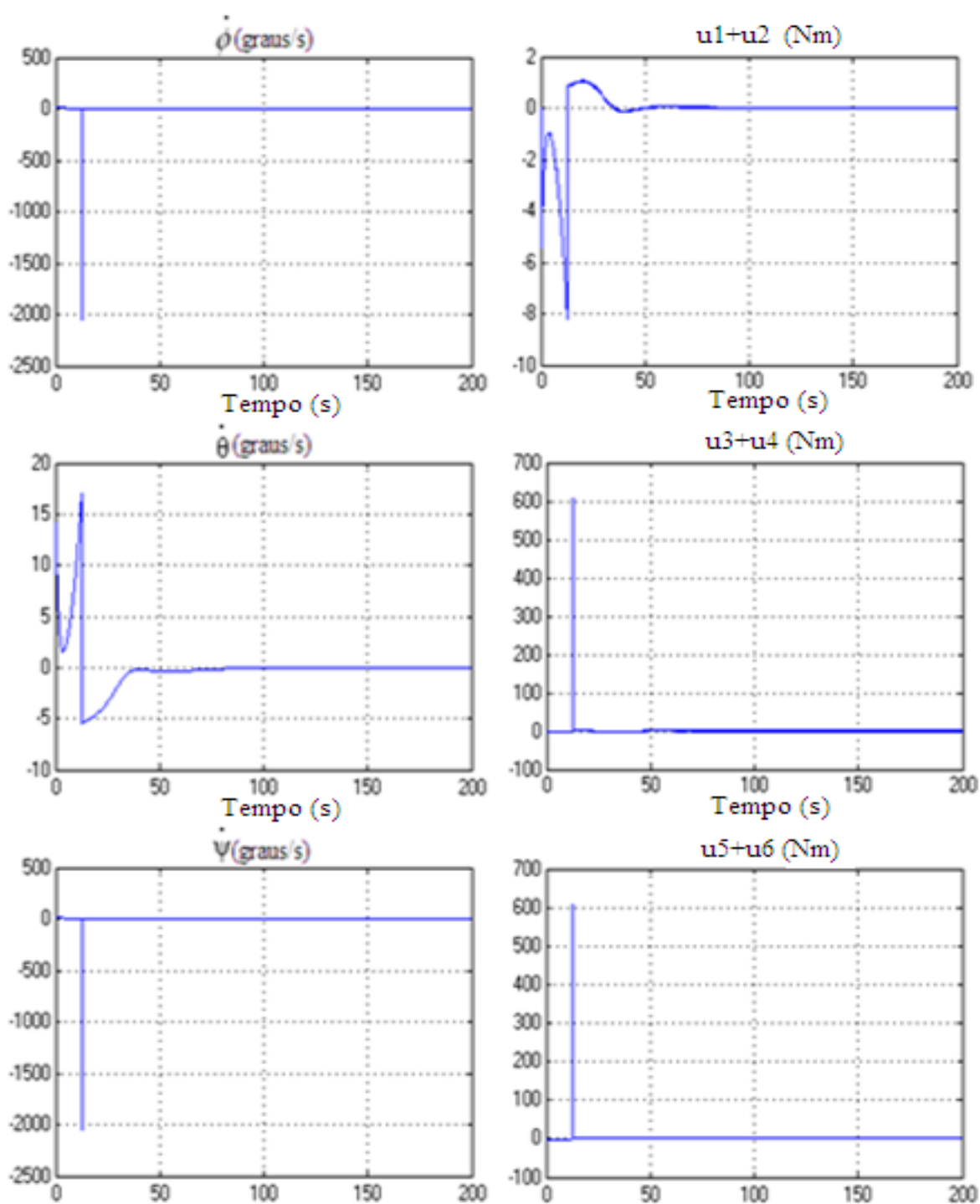


Figura 4.10 – Velocidade Angular Máxima e o Esforço de Controle.

V - CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Esse estudo do controle da atitude de satélites artificiais teve como motivação a elaboração de uma contribuição para o projeto do satélite PMM (Plataforma Multi-Missão) do INPE, uma proposta de satélite brasileira concebida para ser utilizada em um grande número e de diferentes tipos de missões.

Os resultados obtidos nas simulações numéricas levam a conclusão de que as leis de controle propostas baseadas nas estratégias de controle LQR e LQG estabilizam o sistema exponencialmente. Esse é um resultado interessante no sentido de que o problema da estabilização da atitude de um satélite é um problema de controle fortemente não-linear, e a aplicação de uma aproximação linear é uma opção muito atraente em termos da simplicidade de uma implementação experimental e em tempo-real.

O controlador obtido pela metodologia do Regulador Linear Gaussiano (LQG) possibilitou o controle da atitude para uma defasagem inicial de até 84.4 graus para os ângulos de Euler (e velocidades angulares iniciais de 1 grau/s) e num outro caso o controle para velocidades angulares iniciais de até 14.3 graus/s (e ângulos de atitude de 1 grau) caracterizando a operação de *detumble*.

A implementação do LQR *Tracking* no sistema do controlador LQ, possibilitou obter resultados satisfatórios para uma operação de aquisição e ainda assim fazer o controle da atitude na operação de estabilização que é o principal objetivo deste trabalho.

As perspectivas de continuação desse estudo incluem o controle da atitude do satélite no modo de falha (ou seja, quando o satélite pode usar somente quatro pares de jatos de gás), a análise da condição de estabilização para esta situação crítica, a simulação do modelo do satélite levando em conta outras perturbações no sistema, e a implementação do modulador PWPF (Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator) como modelo para os propulsores.

VI - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AEB. **National Space Activities Program PNAE 1998-2007**, Report Brazilian Space Agency - AEB, Brasilia, Brazil, 1998.

Arantes Jr, G. **Estudo Comparativo de Técnicas de Controle de Atitude em 3 Eixos para Satélites Artificiais**. 2005. 187 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia a Tecnologia Espaciais/ Mecânica Espacial e Controle), Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, São Paulo, Brasil, 2005.

Arantes Jr, G. **Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator For Attitude Control: Application to the Brazilian Multi-Mission Platform Spacecraft**, Report Center of Applied Space Technology - ZARM, Universität Bremem, Bremem, Germany, 2008.

Arantes, J. G.; Fonseca, I. M. da. **A comparasion between quaternions and euler angles for satellite attitude dynamics**. In: XII COLÓQUIO BRASILEIRO DE DINÂMICA ORBITAL. Ubatuba, SP, 2004.

Athans, M. **The role and use of stochastic linear quadratic gaussian problem in control system design**. IEEE Transactions on Automatic Control, 1971. v. 6, p. 529–552.

Buck, N.V. **Minimum Vibration Maneuvers Using Input Shaping and Pulse-Width, Pulse-Frequency Modulated Thruster Control**. 1996. 164 f. Master Thesis (Aeronautical and Astronautical Engineer), Naval Postgraduate School, Monterey, California, USA, 1996.

Dorato, C.A.P. and Cerone, V. **Linear Quadratic Control: an Introduction**. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1995.

Doyle, J. C., 1978. **Guaranteed Margins for LQG Regulators**. IEEE Transactions on Automatic Control, v. 4, n. 23, p. 756–757.

Hespanha, J. P. **LQG/LQR controller design**. 2007. 37 f. Undergraduate Lecture Notes, 2007.

Kaplan, M.H. **Modern Spacecraft Dynamics and Control**, New York, USA: John Wiley and Sons, 1976.

Kirk, D. E. **Optimal Control Theory: An Introduction**, Englewood Cliffs, New Jersey: Princeton Hall, 1970.

Krovel, T. D. **Optimal Tuning of PWPF Modulator for Attitude Control**. 2005. 112 f. Dissertação (Master of Science in Engineering Cybernetics), Norwegian University of Science and Technology, Department of Engineeering Cybernetics, Trondheim, Norwegian, 2005.

Kulcsár, B. LQG/LTR Controller Design for an Aircraft Model. **Paper of Periodica Polytechnica Ser. Transp. Eng.**, Department of Control and Transport Automation, Budapest University of Technology and Economics, Budapest, Hungary, v. 28, n. 1–2, p. 131–142, 2000.

Maciejowski, J.M. **Multivariable Feedback Design**. New York, USA: Addison Wesley Publishing, 1989.

McClelland, R.S. **Spacecraft Attitude Control System Performance Using Pulse-Width Pulse-Frequency Modulated Thrusters**. 1994. Master Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, California, U.S.A, 1994.

Morin, P., Samson, C., Pomet, J.B. and Jiang, Z.P. Time-varying Feedback Stabilization of the Attitude of a Rigid Spacecraft with Two Controls. **Systems and Control Letters**, v. 25, n. 5, p. 375–385, 1995.

Moscatti, N. R. **Projeto de um Sistema de Controle de Atitude (três eixos) de Satélites Utilizando a Metodologia LQG/LTR**. 1992. Dissertação (Mestrado em Ciência Espacial) INPE-5473-TDI/504, INPE, São José dos Campos, Brasil, 1992.

Phillips, W. F., Hailey, C. E. and Gebert, G. A. Review of Attitude Representations Used for Aircraft Kinematics. **Journal of Aircraft**, v. 38, n. 4, p.718-737, 2001.

Salles, C. E. R., Rodrigues, J. A. J., Zacharias, M. A., Cunha, D. S., Cruz, G. M., Monteiro, W. R., Soares, T. G. N., Serra, A. M., Ribeiro, G. L. S., Gonçalves, J. N., Cardosa, H. P., Hinckel, N., Bastos, D. N. Sistemas Propulsivos para Satélites: Desenvolvimento e Qualificação. In: ENCONTRO PARA A QUALIDADE DE LABORATÓRIOS, 2005, São Paulo. **Trabalhos Técnicos do ENQUALAB 2005**. São Paulo: ENQUALAB, 2005. p. 1-8.

Santana, C. A. de., Arantes Jr, G., Martins Filho, L. Dynamics and Control of Three Axis Satellites by Thruster Actuators Using a Linear Quadratic Regulator. In: 19th INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, 2007, Brasília, DF. **Proceedings of COBEM 2007**. Brasília: COBEM, 2007, CD-ROM, pdf, COBEM2007-1840.pdf.

Sene, L.T.F., Orlando, V. and Zanardi, M.C., 2006. **Propagação da atitude de satélites artificiais com quatérnions incluindo torques mágnéticos e torque gradiente de gravidade**, Technical Report INPE-14020-PRE/9195, INPE, S.Jose dos Campos, Brasil, 79 p.

Show, L.L., Juang, J.C., Lin, C.T. and Jan, Y.W., 2002. Spacecraft Robust Attitude Tracking Design: PID Control Approach. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2002, Anchorage, AK, USA. **Proceedings of the American Control Conference**. Anchorage, AK, USA: American Control Conference, 2002, p. 1360-1365.

Tsiotras, P., Corless, M. and Longuski, J.M. A Nouvel Approach to the Attitude Control of Axisymmetric Spacecraft. **Automatica**, Vol. 31, No. 8, p. 1099-1112, 1995.

Yang, C.D. and Kung, C.C. Nonlinear H1 Flight Control of General Six Degree-of-Freedom Motions. **Journal of Guidance Control and Dynamics**, Vol. 23, No. 2, p. 278-288, 2000.

Wertz, J.R. **Spacecraft Attitude Determination and Control**. London, England: D. Reideil Publishing Company, 1978. ISBN:9027709599.

Wie, H.W.B. and Arapostathis, A. Quaternion Feedback Regulator for Spacecraft Eigenaxis Rotations. **Journal of Guidance Control and Dynamics**, Vol. 12, No. 3, p. 375-380, 1989.

Wu, C.S. and Chen, B.S. Unified Design for H2,H1 and Mixed Control of Spacecraft. **Journal of Guidance Control and Dynamics**, Vol. 22, No. 6, p. 884-896, 1999.

ANEXOS

ANEXO A

AJUSTE DAS MATRIZES DE PONDERAÇÃO DO LQR

Nesse anexo é mostrado como foi feito o ajuste das matrizes \mathbf{Q}_c e \mathbf{R}_c para o controlador desenvolvido pela metodologia do LQR na seção 3.2.

Inicialmente é feita uma análise do comportamento dos ângulos de atitude para diferentes valores de \mathbf{Q}_c mantendo um valor fixo para a matriz \mathbf{R}_c de 2.5 Nm. Tais matrizes apresentam a seguinte estrutura:

$$\begin{bmatrix} qc1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & qc1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & qc1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & qc2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & qc2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & qc2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} rc & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & rc & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & rc & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & rc & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & rc & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & rc \end{bmatrix} \quad (A.1)$$

Os valores de qc1 foram variados de 0.01 até 10 e qc2 de 0.001 até 1 formando então a matriz \mathbf{Q}_c . As simulações foram feitas no sistema apenas com o controlador obtido pela metodologia LQR sem considerar o ruído.

Na figura A.1 ilustra-se o comportamento dos ângulos ϕ , θ e ψ para as primeiras 10 variações dos valores de \mathbf{Q}_c , ou seja, qc1 variando de 0.01 a 0.1 e qc2 variando de 0.001 até 0.01 sendo que $qc2 = qc1/10$. A legenda varia de 1 a 10 na ordem crescente da variação de \mathbf{Q}_c , ou seja, a curva 1 corresponde a um qc1=0.01 e qc2=0.001 e a curva 10 corresponde a um qc1=0.1 e qc2=0.01. Essa simulação foi feita com um tempo de 120 segundos e verificou-se que nesse tempo não ocorreu a estabilização do sistema para nenhum dos valores de \mathbf{Q}_c dado um ângulo de defasagem inicial de 10 graus e referência zero para os três estados. O mesmo se verifica para as três velocidades angulares.

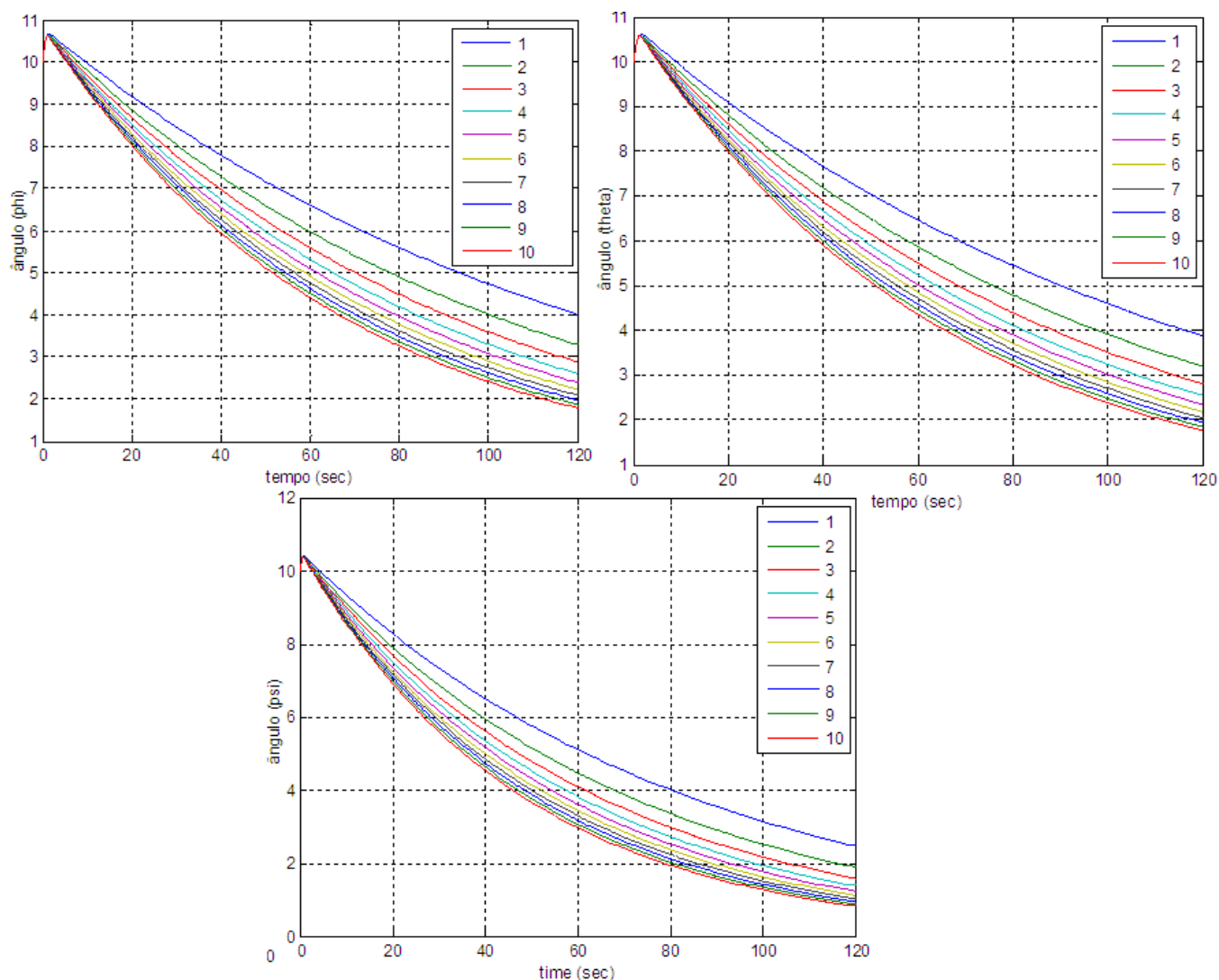


Figura A.1 – Comportamento dos Estados para q_{c1} Variando de 0.01 a 0.1.

Uma vez que foram testados 1000 valores diferentes de Q_c , foram geradas 1000 curvas para cada estado. Para agilizar essa análise, serão plotados gráficos com 100 curvas cada um apenas para o ângulo ϕ . Quando foi observada uma maior aproximação da referência (zero) pelo estado analisado, uma busca mais detalhada pelo valor ótimo de Q_c foi feita e posteriormente esse valor foi verificado para os demais estados.

Na figura A.2 ilustra-se alguns desses gráficos. Observe a influência de Q_c no desempenho do controlador através da sua influência no comportamento do ângulo ϕ .

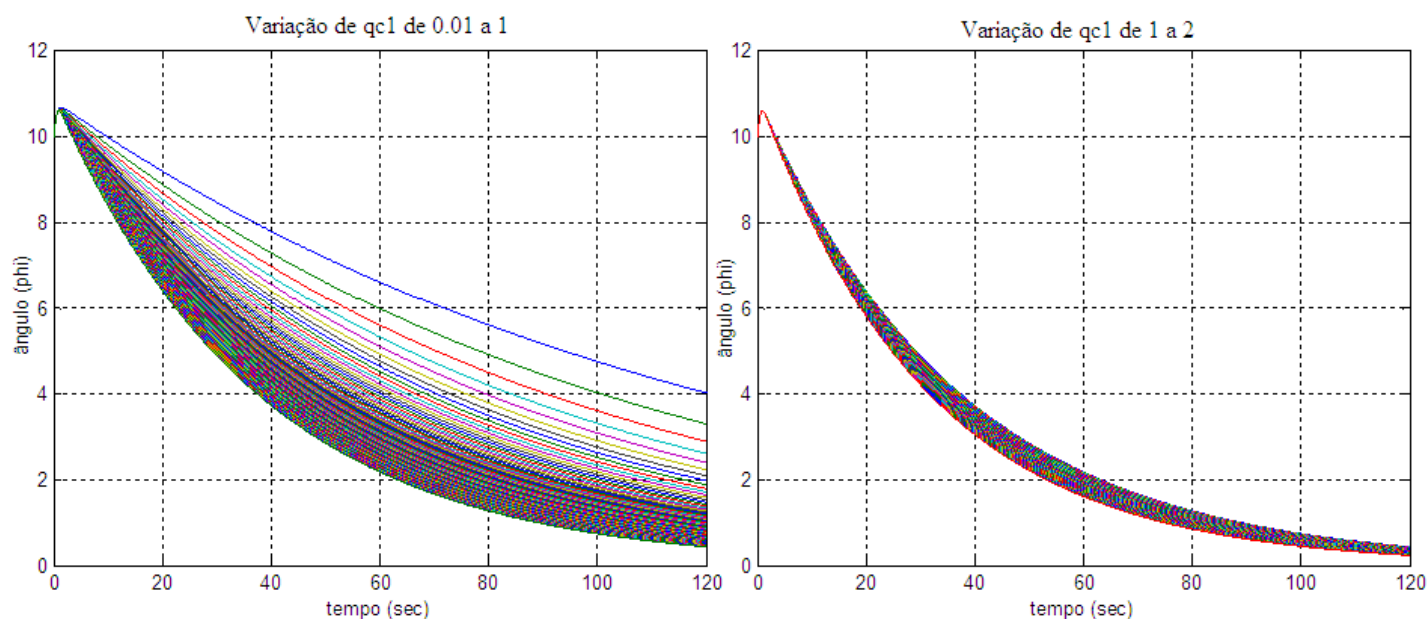


Figura A.2 – Comportamento do Ângulo ϕ para as 200 Primeiras variações de Q_c

Observando os gráficos acima e os demais gráficos gerados concluiu-se que quanto maior o valor de $qc1$ mais próximo da referência se encontra o estado analisado após os 120 segundos de simulação. Esse é um resultado esperado uma vez que se está aumentando o peso associado ao vetor de estados. A figura A.3 ilustra as últimas 100 curvas plotadas as quais comprovam que o melhor valor para Q_c é aquele em que $qc1$ vale 10.

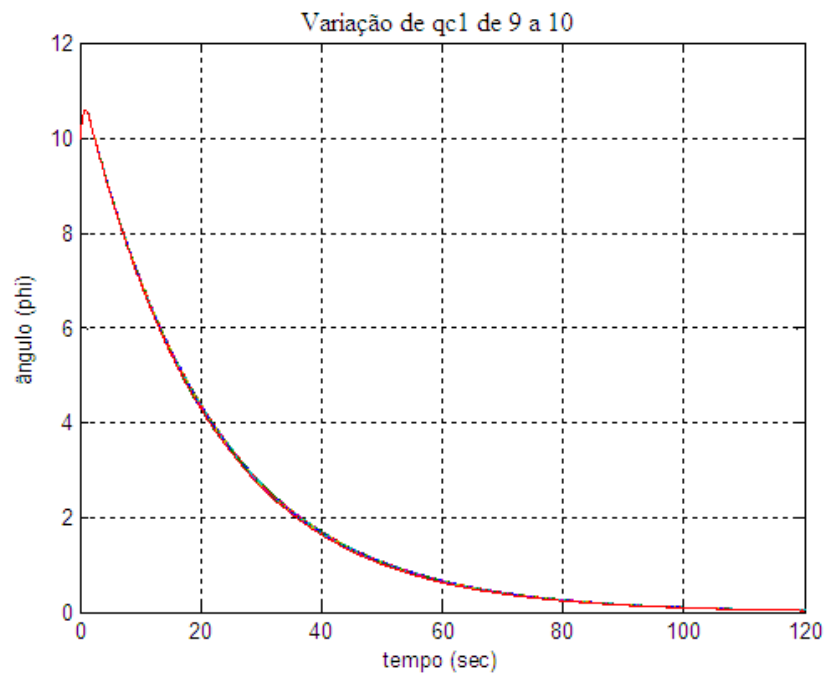


Figura A.3 - Comportamento do Ângulo ϕ para as 100 últimas Variações de Q_c

Simulações feitas para valores de q_{c1} maiores que 10 mostram que a aproximação pelos estados do valor da referência tende a aumentar, porém, um valor alto para a matriz Q_c prejudicaria o desempenho do controle uma vez que o vetor de estados teria um peso maior.

Os gráficos utilizados no ajuste da matriz Q_c foram gerados a partir do seguinte código:

```
clc
clear all
load pmmconfig2
[A B C D]= matrizpmm(J,w,d);
inertia=[305.8913 0 0; 0 314.0649 0; 0 0 167.3392];
rc = 2.5; % u = 2.5Nm
Rc = rc*diag([1,1,1,1,1,1]); %peso do controle
for i=1:1000,

    qc = i*(1/100);
    Qc = diag([qc,qc,qc,qc/10,qc/10,qc/10]); %peso do estado
    [Kc,S,E] = LQR(A,B,Qc,Rc);

    sim('sim_satelliteControl2');

% save
t = x.time; %time
x1(:,i) = x.signals.values(:,1); %row
b(1,i)=x1(1201,i);%vetor linha com os últimos valores de x1 para cada i
x2(:,i) = x.signals.values(:,2); %pitch
c(1,i)=x2(1201,i);
```

```

x3(:,i) = x.signals.values(:,3); %yaw
d(1,i)=x3(1201,i);

x1_pto(:,i)=x_pto.signals.values(:,1);
e(1,i)=x1_pto(1201,i);
x2_pto(:,i)=x_pto.signals.values(:,2);
f(1,i)=x2_pto(1201,i);
x3_pto(:,i)=x_pto.signals.values(:,3);
g(1,i)=x3_pto(1201,i);

a(1,i)=i/100; %vetor linha com todos os valores de qc

end

```

A próxima etapa consiste no ajuste da matriz de ponderação do vetor de controle, \mathbf{R}_c . Foram feitas simulações para a escolha de r_c variando o valor de r_c de 0.01 a 1 e fixando q_c em 10. Nos gráficos da figura A.4 ilustra-se a proximidade de zero do ângulo ϕ e de outros três estados para cada valor de r_c , ou seja, dado o valor de r_c , qual o valor do ângulo ϕ mais próximo de zero (referência) para uma curva ângulo ϕ versus tempo.

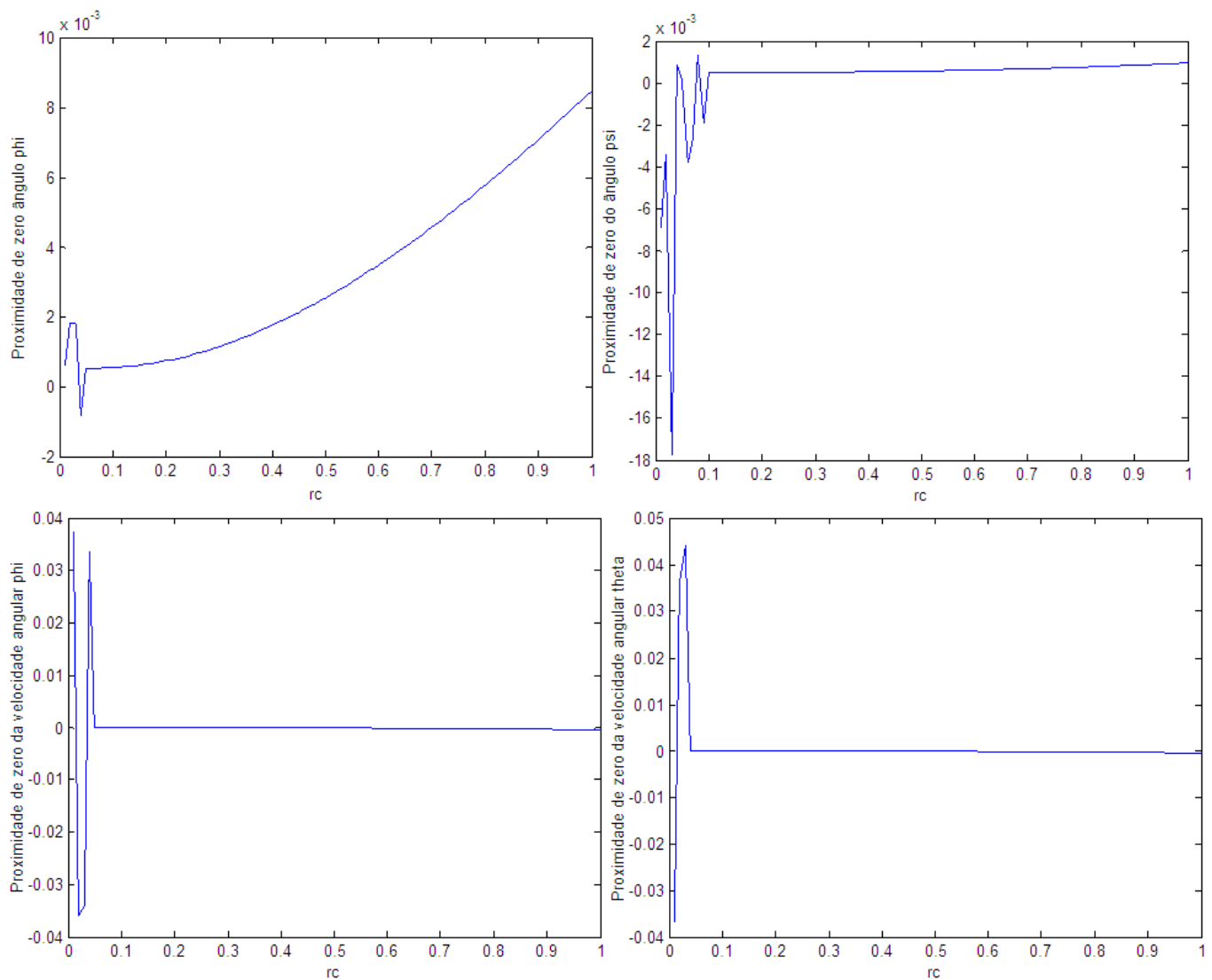


Figura A.4 – Relação do Valor de rc com a Proximidade de Zero para Alguns Estados

Observando os gráficos na figura A.4 se verifica uma faixa de valores de rc em que os valores dos estados se aproximam mais de zero. A tabela A.1 nos fornece dados numéricos dessa observação para que sejam comparados e assim forneçam o melhor valor de rc . Por essa análise verificou-se que o melhor valor para rc é de 0.12.

Tabela A.1 – Valores de ρ_c e Valores Mais Próximos de Zero de Cada Estado

$\rho_c/\text{estados}$	ϕ	θ	ψ	ϕ_{ponto}	θ_{ponto}	ψ_{ponto}
0.05	5.246e-004	5.249e-004	0.0002	-8.650e-004	-8.083e-004	0.0695
0.06	5.211e-004	5.262e-004	-0.0038	-6.835e-004	-6.300e-004	0.0037
0.07	5.257e-004	5.295e-004	-0.0026	-5.579e-004	-5.180e-004	0.0017
0.08	5.314e-004	5.347e-004	0.0013	-4.678e-004	-4.542e-004	0.0820
0.09	5.373e-004	5.425e-004	-0.0019	-4.283e-004	-4.122e-004	0.0618
0.1	5.452e-004	5.520e-004	0.0005	-3.958e-004	-3.869e-004	-0.0006
0.11	5.552e-004	5.639e-004	0.0005	-3.799e-004	-3.764e-004	-0.0001
0.12	5.666e-004	5.782e-004	0.0005	-3.730e-004	-3.750e-004	-0.0001
0.13	5.807e-004	5.949e-004	0.0005	-3.739e-004	-3.804e-004	-0.0001
0.14	5.964e-004	6.140e-004	0.0005	-3.800e-004	-3.913e-004	-0.0001
0.15	6.145e-004	6.356e-004	0.0005	-3.910e-004	-4.067e-004	-0.0001

ANEXO B

O MODULADOR PWPF

O modulador por largura e frequência de pulso (Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator - PWPF) é projetado para fornecer uma propulsão na saída, proporcional ao comando da entrada (BUCK, 1996). O modulador otimiza o uso dos propulsores através do controle de cada um deles possibilitando assim um uso mais eficiente do propelente, um controle mais suave e o aumento da vida útil do equipamento.

Um modulador PWPF é considerado como uma provável opção para o sistema de controle dos propulsores da PMM, devido às vantagens que ele tem sobre outros controladores *bang-bang* possibilitando um controle suave para diferentes modos de operação, como por exemplo, aquisição de atitude, bom apontamento e uma grande quantidade de manobras. O modulador PWPF traduz um sinal contínuo de comando em um sinal liga-desliga (ARANTES JR, 2008).

Dispositivos liga-desliga, tais como propulsores, fornecem uma ação de controle não-linear e descontínua, mas com torques fixos. Assim os sinais de controle dados pelo controlador necessitam ser implementados em conjunto com os atuadores liga-desliga. Para tal atuador discreto, sinais contínuos podem ser convertidos em sinais discretos equivalentes por modulação PWPF. O modulador PWPF produz uma sequência de comandos de pulsos para o propulsor ajustando a largura e a frequência do pulso. Sua estrutura é mostrada na figura B.1 (ARANTES JR, 2008).

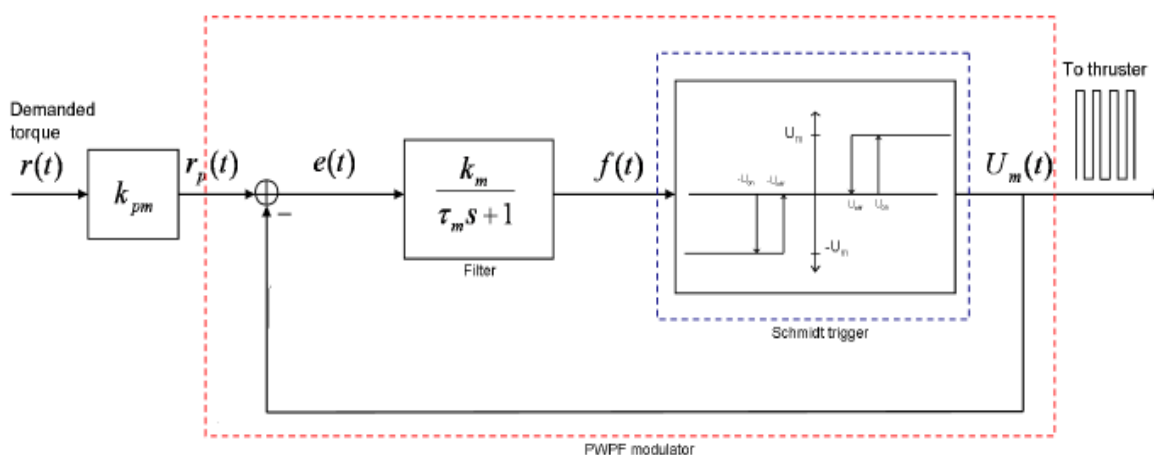


Figura B.1 – Modulador por Freqüência e Largura de Pulso (PWWPF)

FONTE: ARANTES JR, 2008

O modulador inclui um relé com zona morta e histerese (*Schmitt trigger*), um filtro de primeira ordem e uma realimentação negativa. Quando a entrada positiva no *Schmitt trigger* é maior que U_{on} , a entrada do *trigger* é U_m . Se a entrada cai abaixo de U_{off} , a saída do *trigger* é 0. Essa resposta é também refletida para entradas negativas. O sinal de erro $e(t)$ é a diferença entre a saída do *Schmitt trigger* U_{on} e a entrada do sistema $r(t)$. Esse erro é alimentado num pré-filtro cuja entrada $f(t)$ alimenta o *Schmitt trigger* (ARANTES JR, 2008).

No caso de uma entrada constante, o modulador PWWPF conduz a válvula do propulsor com uma seqüência de pulsos liga-desliga tendo um ciclo de trabalho aproximadamente linear com a amplitude da entrada. Ressalta-se que o modulador tem um comportamento independente do sistema no qual ele é utilizado (MCCLELLAND, 1994).