Econometria I – Lista 2 - Gabarito

1)

$\mu = 500g; \sigma^2 = 400 \Longrightarrow \ \sigma = 20; N = 16.$

$$\begin{aligned} H_0&: \quad \mu = 500 \\ H_a&: \quad \mu \neq 500 \end{aligned}$$

$$X \sim N(\mu, 400) \Longrightarrow \bar{X} \sim N\left(\mu, \frac{400}{16} = 25\right), \sigma_{\bar{X}} \ = 5$$

α = 1%.

$$\begin{aligned} z_1&: \quad \frac{\overline{x_1} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} = 2{,}58 \\ z_2&: \quad \frac{\overline{x_2} - \mu}{\sigma_{\bar{X}}} = -2{,}58 \end{aligned} \Longrightarrow \begin{aligned} \overline{x_1} &= 487{,}1 \\ \overline{x_2} &= 512{,}9 \end{aligned}$$

$$RC = \{\bar{X} \ \in \ \mathbb{R} | \ \bar{X} \leq 487{,}1 \ ou \ \bar{X} \geq 512{,}9\}$$

Como $\bar{X}$ não pertence à região crítica, não rejeitamos a hipótese nula.

2)

$$\sigma = 3{,}1; \ \mu = ?\,; X = \begin{bmatrix} 30{,}5 \\ 34{,}1 \\ 27{,}9 \\ 35{,}0 \\ 26{,}9 \\ 30{,}2 \\ 28{,}3 \\ 31{,}7 \\ 25{,}8 \end{bmatrix} \Longrightarrow \bar{X} = 30; \alpha = 0.05.$$

A)

$$\begin{aligned} H_0&: \quad \mu = 30{,}0 \\ H_a&: \quad \mu > 30{,}0 \end{aligned}, \alpha = 5\%$$

$z: \quad \frac{\bar{X} - 30}{3{,}1} = 1{,}645 \Longrightarrow \overline{X_c} = 35{,}10.$

$$RC = \{\bar{X} \ \in \ \mathbb{R} | \ \bar{X} \geq 35{,}10\}$$

Portanto, como a média da amostra dos 9 anos não está na região crítica, não rejeitamos a hipótese nula. Logo, não podemos afirmar que a média pluviométrica anual é maior que 30 unidades.

B)

$S^2 = 9{,}9 \ \Rightarrow S = 3{,}1.$

$T = \frac{\sqrt{N}(\bar{X} - \mu)}{S} = \frac{\sqrt{9}(\bar{X} - 30)}{3{,}1} \sim t(8).$

$P(T > t_c) = 0{,}05 \Rightarrow t_c = 1{,}711.$

$$t_0 = \frac{\sqrt{9}(30-30)}{3{,}1} = 0$$

$$RC = \{t_c \in \mathbb{R} | \, t_c \geq 1{,}711\}$$

Como $t_0 \notin RC$, não rejeitamos a hipótese nula, não sendo possível afirmar que a média pluviométrica anual é maior que 30.

C)

$$z = \frac{35{,}1-33}{3{,}1} = 0{,}6774 \Rightarrow P[Z \leq 0{,}6774] = 0{,}248 \Longrightarrow P[erro\ II] = 0{,}5 + 0{,}245 = 77{,}48\%$$

3)

<u>Passo 1</u>: Definição do teste de hipótese

$$\begin{matrix} H_0: & \mu = 30 \\ H_a: & \mu < 30 \end{matrix}; \bar{X} = 31{,}5; \sigma = ?\,; \alpha = 0{,}05.$$

<u>Passo 2</u>: Decidir a estatística apropriada.

Como a variância/desvio-padrão da população não é conhecido, vamos adotar uma estatística t-Student.

<u>Passo 3</u>: Definição da probabilidade de cometer o erro tipo I.

Pelo enunciado, vamos adotar $\alpha = 0{,}05$.

<u>Passo 4</u>: Utilizar as informações para calcular o valor da estatística do teste.

$$T: \quad \frac{\sqrt{25}(\bar{X}-30)}{3} \sim t(24)$$

$$P[T > \; t_c] = 0{,}05 \;\; \Longrightarrow \;\; t_c = 1{,}711$$

$$RC = [1{,}711, +\infty[$$

$$t_0 = \frac{\sqrt{25}(31{,}5-30)}{3} = 2{,}5$$

<u>Passo 5</u>: A partir do resultado do passo anterior, tomar uma decisão.

Como $t_0 \in RC$, rejeitamos a hipótese nula.