

```

# Distribuição Exponencial - Exemplo da Vida Útil de uma Bomba

import numpy as np
import sympy as sp
import matplotlib.pyplot as plt

# -----
# Vida útil média
media_anos = 16
# Parâmetro lambda da distribuição exponencial
lambd = 1 / media_anos

# -----
# Questão (a) -  $P(X \geq 5)$ 
# -----
x_a = 5
P_X_maior_igual_5 = np.exp(-lambd * x_a)

print(f"(a)  $P(X \geq 5) = e^{-\{lambd:.4f\} * 5} = \{P\_X\_maior\_igual\_5:.4f\}")$ )

# -----
# Questão (b) -  $P(X \geq 10 \mid X \geq 5)$ 
# Pela falta de memória:  $P(X \geq 10 \mid X \geq 5) = P(X \geq 5)$ 
# -----
P_condicional = P_X_maior_igual_5
print(f"(b)  $P(X \geq 10 \mid X \geq 5) = \{P\_condicional:.4f\}")$ )

# -----
# Cálculo simbólico para documentação
# -----
x, l = sp.symbols('x lambda', positive=True, real=True)
F_x = sp.Piecewise((0, x < 0), (1 - sp.exp(-l * x), x >= 0))
F_5 = F_x.subs({l: lambd, x: 5})
P_X_maior_igual_5_simbolico = 1 - F_5

print("\nCálculo simbólico:")
sp.pprint(P_X_maior_igual_5_simbolico)

# -----
# Visualização da função de densidade
# -----
x_vals = np.linspace(0, 50, 500)
fx_vals = lambd * np.exp(-lambd * x_vals)

plt.figure(figsize=(8, 4))
plt.plot(x_vals, fx_vals, label='f(x)', color='blue')
plt.fill_between(x_vals, fx_vals, where=(x_vals >= 5), color='skyblue', alpha=0.4, label='P(X >= 5)')
plt.title('Densidade da Distribuição Exponencial (vida útil da bomba)')
plt.xlabel('Anos')
plt.ylabel('f(x)')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()

```

(a) $P(X \geq 5) = e^{(-0.0625 * 5)} = 0.7316$
(b) $P(X \geq 10 \mid X \geq 5) = 0.7316$

Cálculo simbólico:
0.731615628946642

