Substitutiva da Segunda Prova de Teoria da Computação
Prof. José de Oliveira Guimarães — DComp — Campus de Sorocaba da UFSCar

Ao final da prova, entregue APENAS a folha de respostas. A folha de questões não será considerada. Utilize quantas folhas de reposta forem necessárias. Não é necessário entregar as questões em ordem. Utilize lápis ou caneta, mas faça letra legível. Na correção, símbolos ou palavras ilegíveis não serão considerados.

Justifique todas as respostas.

Se você estudou com algum colega para esta prova, não se sente ao lado dele pois é possível que acidentalmente vocês produzam respostas semelhantes para alguma questão. Provas de alunos que fizeram a prova próximos uns dos outros com respostas semelhantes caracterizam cópia de questões. Lembro-os de que todos os envolvidos na utilização de métodos ilegais na realização desta prova receberão zero de nota final da disciplina (e não apenas nesta prova).

Coloque o seu nome na folha de resposta, o mais acima possível na folha, seguido do número da sua coluna de carteiras. A primeira carteira é a mais perto da porta e a última a mais perto das janelas. Não precisa colocar o RA.

1. (2,5) Suponha que exista uma MT V que toma uma entrada $\langle M \rangle 2x$ e retorna 1 se $M(x) = 1$ e retorna 0 caso $M(x)$ não retorne 1 (ou seja, retorna um outro número ou não pára).

Usando V, construimos uma outra MT M que toma x como entrada e:

(a) usando o teorema da recursão, obtém a sua própria descrição $\langle M \rangle$;

(b) simula V passando $\langle M \rangle 2x$ como entrada;

(c) se V retorna 1, M retorna 0;

(d) se V retorna 0, M retorna 1.

Encontre uma contradição no texto acima e responda qual é o erro que causou esta contradição. Seja claro.

2. (2,5) Responda às questões abaixo:

(a) (1,0) cite a relação de equipotência entre os conjuntos $\Sigma, \Sigma^\star$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{N}$, $L \in \Sigma^\star$ (isto é, uma linguagem sobre $\{0, 1\}$), $\mathcal{P}(\mathbb{N})$. Não é necessário justificar. Obviamente, não há relação de equipotência entre alguns destes conjuntos;

(b) (1,0) qual o conceito da computação que mais se parece com uma MT Universal ? Há mais de uma resposta válida. Justifique;

(c) (0,5) quantas máquinas de Turing determinísticas diferentes existem com um alfabeto Σ e um conjunto de estados Q ? Não é necessário justificar.

3. (2,5) Uma MT toma como entrada um número binário x e acrescenta à direita de x (na fita) um dígito igual ao primeiro, retornando este número. Isto é, se a entrada for $d_0 d_1 d_2 \ldots d_n$, a

saída será $d_0d_1d_2\dots d_nd_0$. Faça esta MT e mostre como este primeiro bit, d_0, foi armazenado nos estados da máquina. Qual a complexidade em tempo da sua MT? E a complexidade em espaço?

4. (2,5) Prove que, se as linguagens L e L^c são computavelmente enumeráveis, então L e L^c são computáveis. Explique precisamente porque a palavra "intercaladamente" ou "passo a passo" ou algo equivalente deve obrigatoriamente aparecer na sua resposta.

5. (2,5) Faça uma MTND N com pelo menos dois estados e pelo menos três instruções. N não pode ser uma MTD. Faça uma árvore de computação para uma certa entrada para N (à sua escolha) de tal forma que a árvore tenha pelo menos altura 2 e pelo menos quatro folhas.

Resumo:

Uma máquina de Turing determinística (MT ou MTD) é uma quadrupla $(Q,\ \Sigma,\ I,\ q)$ na qual Q e Σ são conjuntos chamados de conjuntos de estados e de símbolos, I é um conjunto de instruções, $I \subset Q \times \Sigma \times Q \times \Sigma \times D$, $D = \{-1, 0, 1\}$ e $q \in Q$ é chamado de estado inicial. Há dois estados especiais: q_s e q_n, todos elementos de Q e todos diferentes entre si. Neste texto convenciona-se que o estado inicial será q_0 a menos de menção em contrário. Exige-se que $\{0, 1, \rhd, \sqcup, \square\} \subset \Sigma$. Uma instrução é da forma (q_i, s_j, q_l, s_k, d) na qual $s_k \neq \square$ e $q_i \notin \{q_s, q_n\}$. Se $(q, s, q_0', s_0', d_0), (q, s, q_1', s_1', d_1) \in I$, então $q_0' = q_1'$, $s_0' = s_1'$ e $d_0 = d_1$. Q, Σ e I são conjuntos finitos.

O símbolo $\square$ é o branco utilizado para as células ainda não utilizadas durante a execução e $\sqcup$ é utilizado para separar dados de entrada e saída.

Símbolos: Máquina de Turing Não Determinística (MTND), Máquina de Turing (MT), Máquina de Turing Determinística (MTD). A menos de menção em contrário, uma MT é uma MTD. Todas as linguagens utilizadas são subconjuntos de $\{0, 1\}^\star$.

Uma linguagem L é computável (recursiva) se existe uma MT M de decisão tal que

$$x \in L \text{ sse } M(x) = 1$$

Isto é, M decide L.

Uma linguagem L é ou computacionalmente enumerável, c.e. (recursivamente enumerável, r.e.) se existe uma MT M tal que se $x \in L$ então $M(x) = 1$. Se $x \notin L$, $M(x) \uparrow$. Dizemos que M *aceita* L.

A *complexidade em tempo* de uma MT M é uma função de $n = |x|$ que retorna o máximo número de passos que ela leva do início até a parada com uma entrada de tamanho n. Assume-se que M sempre pára a sua execução para qualquer entrada x. Se M não pára para alguma entrada, qualquer delas, esta definição não se aplica.

A *complexidade em espaço* de uma MT M com uma fita é uma função de $n = |x|$ que retorna o máximo número de células que ela utiliza do início até a parada com uma entrada de tamanho n. Assume-se que M sempre pára a sua execução para qualquer entrada x. Se M não pára para alguma entrada, qualquer delas, esta definição não se aplica.