Primeira Prova de Teoria da Computação
Prof. José de Oliveira Guimarães — DComp — Campus de Sorocaba da UFSCar

Ao final da prova, entregue APENAS a folha de respostas. A folha de questões não será considerada. Utilize quantas folhas de reposta forem necessárias. Não é necessário entregar as questões em ordem. Utilize lápis ou caneta, mas faça letra legível. Na correção, símbolos ou palavras ilegíveis não serão considerados.

Justifique todas as respostas.

Se você estudou com algum colega para esta prova, não se sente ao lado dele pois é possível que acidentalmente vocês produzam respostas semelhantes para alguma questão. Provas de alunos que fizeram a prova próximos uns dos outros com respostas semelhantes caracterizam cópia de questões. Lembro-os de que todos os envolvidos na utilização de métodos ilegais na realização desta prova receberão zero de nota final da disciplina (e não apenas nesta prova).

Coloque o seu nome na folha de resposta, o mais acima possível na folha, seguido do número da sua coluna de carteiras. A primeira carteira é a mais perto da porta e a última a mais perto das janelas. Não precisa colocar o RA.

1. (5,5) Seja $\Sigma = \{0, 1, b, c\}$ e

   $L_1 = \{1^n b 0^n : n \in \mathbb{N}\}$
   $L_2 = \{1^m : m \in \mathbb{N}^\star\}$
   $L_3 = \{0 b^n 1 : n \in \mathbb{N}\}$
   Baseado nestas definições, faça os itens abaixo. Não é preciso justificar

(a) (1,0) dê um exemplo de uma linguagem infinita sobre Σ que não seja L_1, L_2 ou L_3;

(b) (1,0) faça um AFND N tal que $L(N) = L_2$. Lembre-se que $\mathbb{N}^\star = \mathbb{N} - \{0\}$;

(c) (2,0) faça uma GLC G tal que $L(G) = L_1 \cup L_3$;

(d) (1,5) faça um autômato com pilha que reconheça L_1.

2. (2,5) Responda aos itens abaixo.

(a) (1,0) Uma gramática tem as produções $S \longrightarrow 0\,S\,1 \,|\, b\,A$ e $A \longrightarrow a\,A \,|\, \epsilon$. Quando produzimos um autômato com pilha $N = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, F)$ que reconhece a linguagem que esta gramática gera, haverá um estado q_1 em N que não é nem inicial nem final (assuma que este autômato foi construído de acordo com as regras do Sipser). Cite os valores de $\delta(q_1, 0, 0)$ e $\delta(q_1, \epsilon, S)$. Assuma que é possível empilhar uma cadeia na pilha de uma única vez. Isto é, $\delta(q, 0, 1)$ poderia ser $\{(q_5, 0S1A)\}$. Lembre-se de que $\delta : Q \times \Sigma_\epsilon \times \Gamma_\epsilon \longrightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma_\epsilon)$.

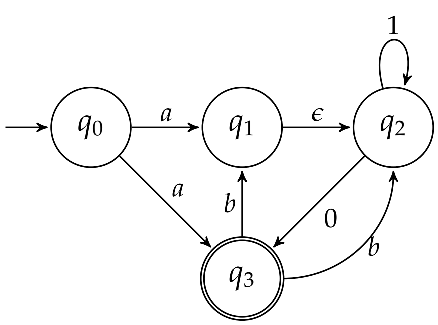
(b) (1,5) Faça uma expressão regular que gere os identificadores válidos em uma linguagem de programação hipotética LPH. Nesta linguagem, os identificadores podem começar por b ou y. Se começam por b, os símbolos seguintes podem ser 0 ou 2 qualquer número de vezes (inclusive zero vezes). Isto é, b, $b002$, $b22220202$ são válidos mas 0, $0b$, $b3$ são inválidos. Se começam por y, os símbolos seguintes podem ser 1 ou 5 sendo que o último símbolo deve ser z. Deve haver pelo menos um 1 ou um 5 após o y. Assim, $y1$, $y5$, $y3z$ e yz são inválidos mas $y1z$, $y5z$, $y151551z$ e $y5515z$ são válidos. Não é preciso justificar. A palavra "ou" usada acima é o "ou" não exclusivo.

3. (3,0) Sejam $M_A = (Q_A, \Sigma, \delta_A, q_A, F_A)$ e $M_B = (Q_B, \Sigma, \delta_B, q_B, F_B)$ dois autômatos finitos determinísticos tal que $L(M_A)$ e $L(M_B)$ são conjuntos infinitos. Baseado nestes autômatos, faça os itens a seguir.

(a) (1,5) Se $s \in L(M_A)$ com $|s| \geqslant |Q_A|$, explique que s pode ser escrita como $s = xyz$ com $xy^iz \in L(M_A)$ para $i \in \mathbb{N}$. Assuma que as outras duas restrições do lema do bombeamento, $\left|y\right| > 0$ e $\left|xy\right| \leqslant |Q_A|$ já estejam satisfeitas. Para auxiliar a sua resposta, faça o desenho de uma computação do AF M_A com a entrada xyz (como está no Sipser);

(b) (1,5) Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFND tal que $L(N) = L(M_A) \circ L(M_B)$ construído de acordo com as regras dados no Sipser. Calcule o valor de q_0, Q e $\delta(q, \epsilon)$ sendo $q \in F_A$. Lembre-se de que $\delta : Q \times \Sigma_\epsilon \longrightarrow \mathcal{P}(Q)$. Para auxiliar na resposta, é recomendável que você faça o diagrama de N usando os diagramas de M_A e M_B. Um diagrama de um AF é um retângulo com três círculos dentro: um para representar o estado inicial (do lado esquerdo) e dois para os estados finais (do lado direito do retângulo). Não é preciso justificar.

4. (1,5) Utilizando o autômato finito dado abaixo, faça a árvore de computação da cadeia $ab10$. Não é necessário justificar.



Resumo

Uma expressão regular sobre um alfabeto Σ é descrita como: a) x é uma e.r. (expressão regular) se $x \in \Sigma$; b) ϵ é uma e.r. c) $\emptyset$ é uma e.r. d) $x?$, $(x \cup y)$, (xy) (concatenação de x e y) e $(x^\star)$ são e.r. se x, y são e.r. Assume-se que a ordem de precedência dos operadores seja, do maior para o menor: $\star$, concatenação e união ($\cup$). Parenteses podem ser removidos se forem redundantes. A linguagem associada a uma expressão regular é definida indutivamente como $L(x) = \{x\}$ se $x \in \Sigma$, $L(\epsilon) = \{\epsilon\}$, $L(\emptyset) = \emptyset$, $L(R_1 \cup R_2) = L(R_1) \cup L(R_2)$, $L(R_1 \circ R_2) = L(R_1) \circ L(R_2)$, $L(R_1^\star) = (L(R_1))^\star$, $L(R?) = L(R) \cup \{\epsilon\}$.

A concatenação de duas linguagens L e K é $L \circ K = \{vw : v \in L \text{ e } w \in K\}$.

Lema do bombeamento para linguagens livres de contexto: Se A é uma linguagem livre de contexto, então existe um número p onde, se s é uma cadeia qualquer em A de comprimento pelo menos p, então s pode ser dividida em cinco partes, $s = uvxyz$ satisfazendo as condições: para cada $i \geq 0$, $uv^ixy^iz \in A$; $\left|vy\right| > 0$; $\left|vxy\right| \leqslant p$.