Primeira Prova de Teoria da Computação — 2016/2
Prof. José de Oliveira Guimarães — DComp — Campus de Sorocaba da UFSCar

Ao final da prova, entregue APENAS a folha de respostas. A folha de questões não será considerada. Utilize quantas folhas de reposta forem necessárias. Não é necessário entregar as questões em ordem. Utilize lápis ou caneta, mas faça letra legível. Na correção, símbolos ou palavras ilegíveis não serão considerados.

Justifique todas as respostas.

Se você estudou com algum colega para esta prova, não se sente ao lado dele pois é possível que acidentalmente vocês produzam respostas semelhantes para alguma questão. Provas de alunos que fizeram a prova próximos uns dos outros com respostas semelhantes caracterizam cópia de questões. Lembro-os de que todos os envolvidos na utilização de métodos ilegais na realização desta prova receberão zero de nota final da disciplina (e não apenas nesta prova).

Coloque o seu nome na folha de resposta, o mais acima possível na folha, seguido do número da sua coluna de carteiras. A primeira carteira é a mais perto da porta e a última a mais perto das janelas. Não precisa colocar o RA.

1. (3,0) Esta questão utiliza a linguagem $L_f = \{w0^{f(w)} \,|\, w \in \{0,1\}^\star\}$, sendo $f(w) = 2$ para todo w. Baseado nesta linguagem, responda:

(a) (1,0) L_f é uma linguagem regular. Prove fazendo um autômato finito que a reconheça;

(b) (1,0) faça uma gramática G tal que $L(G) = L_f$. Não é necessário justificar;

(c) (1,0) faça uma expressão regular R tal que $L(R) = L_f$. Não é necessário justificar.

2. (4,5) Esta questão utiliza a linguagem $L_f = \{0^{f(w)}w \,|\, w \in \{1,2\}^\star\}$, sendo $f(w) = |w|$. Utilizamos o alfabeto $\{0,1,2\}$ nesta questão. Baseado nesta linguagem, responda:

(a) (0,5) dê o domínio e contra-domínio de f. Não é necessário justificar;

(b) (2,0) prove que L_f não é uma linguagem regular utilizando o Lema do bombeamento;

(c) (2,0) prove que L_f é uma linguagem livre de contexto fazendo um autômato com pilha que a reconheça. A etiqueta de cada seta do diagrama é do tipo $a, b \longrightarrow c$ sendo a o símbolo corrente, b o topo da pilha, que é desempilhado, c o símbolo da pilha a ser empilhado.

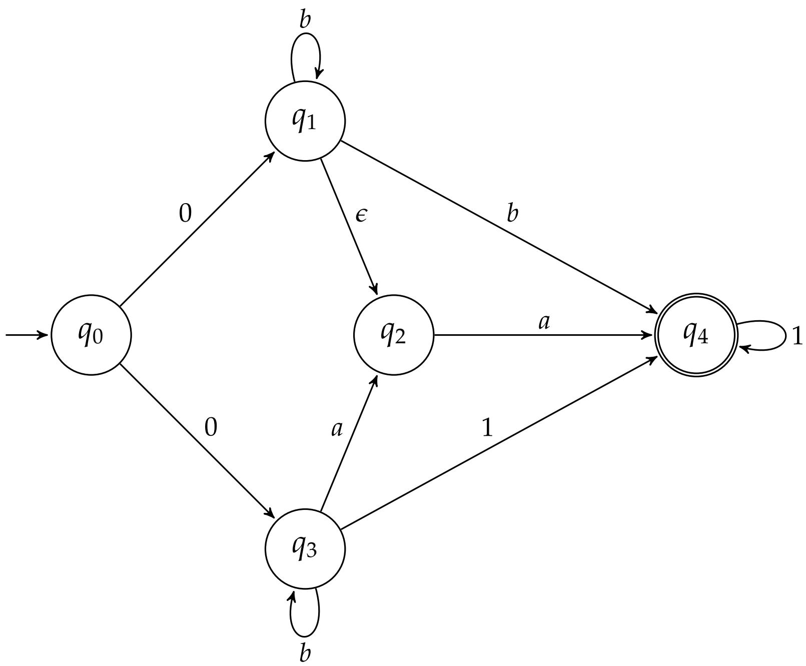
3. (3,0) Sejam $N_A = (Q_A, \Sigma, \delta_A, q_A, F_A)$ e $N_B = (Q_B, \Sigma, \delta_B, q_B, F_B)$ autômatos finitos não determinísticos e $G_A = (V_A, \Sigma, R_A, S_A)$ e $G_B = (V_B, \Sigma, R_B, S_B)$ gramáticas livres de contexto. Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um AFND tal que $L(N) = L(N_A) \circ L(N_B)$ e $G = (V, \Sigma, R, S)$ uma gramática tal que $L(G) = L(G_A) \cup L(G_B)$. Assuma que N foi construído segundo as regras dadas no livro do Sipser. Baseado nestas informações, responda:

(a) (1,0) faça o diagrama de N baseado nos diagramas de N_A e N_B;

(b) (1,0) dê o valor de $\delta(q, a)$ quando $q \in F_A$ e $a = \epsilon$;

(c) (1,0) defina as regras de G. Obviamente, você utilizará as regras de G_A e G_B, que não precisam estar na resposta. Note que o símbolo inicial de G é S;

4. (1,5) Utilizando o autômato finito dado abaixo, faça a árvore de computação da cadeia $0b$. Siga as setas ϵ depois que chegar a um estado. Não é necessário justificar.



Resumo

Uma expressão regular sobre um alfabeto Σ é descrita como: a) x é uma e.r. (expressão regular) se $x \in \Sigma$; b) ϵ é uma e.r. c) $\emptyset$ é uma e.r. d) $x?$, $(x \cup y)$, (xy) (concatenação de x e y) e $(x^\star)$ são e.r. se x, y são e.r. Assume-se que a ordem de precedência dos operadores seja, do maior para o menor: $\star$, ?, concatenação e união ($\cup$). Parenteses podem ser removidos se forem redundantes. A concatenação de duas linguagens L e K é $L \circ K = \{vw : v \in L \text{ e } w \in K\}$. E $L^\star = \{w_1 w_2 \ldots w_n | n \geqslant 0\}$.

O lema do bombeamento para linguagens regulares: se A é uma linguagem regular, então existe um inteiro p dependente de A tal que, se $s \in A$ e $|s| \geq p$, então s pode ser dividida em três partes, $s = xyz$, satisfazendo (a) $xy^iz \in A$ para todo $i \geq 0$; (b) $|y| > 0$ e (c) $|xy| \leq p$.