Primeira Prova de Teoria da Computação — 2020/1 Prof. José de Oliveira Guimarães — DComp — Campus de Sorocaba da UFSCar

Utilize lápis ou caneta, mas faça letra legível. Na correção, símbolos ou palavras ilegíveis não serão considerados. Verifique se a foto da resposta está em uma definição adequada e o texto está legível.

Justifique todas as respostas a menos de menção em contrário

Lembro-os de que todos os envolvidos na utilização de métodos ilegais na realização desta prova receberão zero de nota final da disciplina (e não apenas nesta prova).

Não é necessário colocar o seu nome nem o RA nas folhas de resposta.

Coloque cada questão em um arquivo com extensão jpg cujo nome é composto da seguinte forma: se o seu nome é Isaac Newton, o nome do arquivo contendo a resposta da questão 2 é

Isaac Newton-2.jpg

Siga rigorosamente este esquema de nomes porque um program de script irá manipular os arquivos. Então, qualquer alteração mínima fará este programa falhar. Então, por exemplo, não coloque espaços antes ou depois de -. Se precisar mais de uma página para uma questão, coloque o número da página **antes** do número da questão:

Isaac Newton-1-2.jpg

Isaac Newton-2-2.jpg

Estes arquivos são das páginas 1 e 2 da questão 2.

Algumas das questões abaixo podem utilizar as abreviaturas TN(n) e CN(n), calculadas a partir do seu nome da seguinte forma:

- (a) escreva o seu nome completo sem espaços, em letras minúsculas. Então, se você se chama "Ana Maria Silva", o resultado é "anamariasilva";
- (b) partindo da primeira letra, vá eliminando as letras repetidas que encontrar, resultando em uma cadeia que chamaremos de SN. Neste exemplo, SN é anmrislv. Usaremos SN(n) para cadeia contendo as primeiras n letras de SN. Neste exemplo, SN(2) é an e SN(5) é anmri. Usaremos SN_n para a n-ésima letra de SN, com o índice começando em 0. Assim, neste exemplo, SN₀ é "a", SN₂ é "m";
- (c) TN(n) é uma n-tupla composta pelas primeiras n letras de SN. Assim, T(1) é (a), T(2) é (a, n), T(3) é (a, n, m), etc;
- (d) CN(n) é o conjunto composto pelas primeiras n letras de SN. Assim, neste exemplo, CN(1) é { a }, CN(2) é { a, n }, CN(3) é { a, n, m }, etc.

Se o seu nome tiver menos letras do que o pedido, o que a princípio não vai acontecer, acrescente ao final do seu nome, no item (a) acima, a cadeia abcde...z.

1. (3,0) Uma linguagem misteriosa L_{el} é reconhecida por um AF M:

$$M = (\{q_0, q_1, \dots, q_{20}\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1\})$$

No reconhecimento da cadeia $w = w_1 w_2 \dots w_n$, o reconhecedor¹ passa pelos estados

$$q_0, q_2, q_4, q_6, q_8, q_2, q_1$$

No reconhecimento da cadeia $v = v_1 v_2 \dots v_p$, o reconhecedor passa pelos estados

$$q_0, q_1, q_3, q_5, q_6, q_1$$

Pergunta-se:

- (a) quais os valores de *n* e *p*? Não é necessário justificar;
- (b) Cite uma cadeia contendo símbolos tanto de w quanto de v que pertença a L_{el} . Justifique;
- (c) Cite uma linguagem $L \subset L_{el}$ que seja infinita. Cada elemento de L deve conter símbolos tanto de w quanto de v. Não é necessário justificar explicitamente com palavras, mas coloque na resposta os diagramas que você usou para chegar a esta conclusão.²
- 2. (3,0) Faça o diagrama de uma MT M que tome uma cadeia como entrada e dê como saída:
- (a) 0, terminando no estado q_n , se a entrada for SN(2), sendo SN calculada baseada em seu nome;
- (b) 1, terminando no estado q_s , se a entrada for diferente de SN(2).
- 3. (5,0) As afirmações abaixo utilizam as gramáticas livres de contexto $G_A = (V_A, \Sigma, R_A, S_A)$ e $G_B = (V_B, \Sigma, R_B, S_B)$, as expressões regulares r_1 e r_2 , os autômatos finitos determinísticos M_1 e M_2 , os autômatos finitos não determinísticos N_1 e N_2 e os autômatos com pilha N_1 e N_2 As afirmações também usam as seguintes abreviações: N_1 e o conjunto de todas as linguagens regulares, N_1 e o conjunto de todas as linguagens livres de contexto, N_2 e o conjunto

{
$$L \mid L = L(r)$$
 para alguma expressão regular r }

LAP é o conjunto de todas as linguagens reconhecidas por autômatos com pilha não determinísticos e LND o conjunto de todas as linguagens reconhecidas por autômatos finitos não determinísticos.

Considere as seguintes afirmações:

- (A) a linguagem $L(G_A) \cup L(G_B)^*$ é livre de contexto;
- (B) existe uma gramática livre de contexto G tal que $L(G) = L(r_1) \circ L(r_2)$;
- (C) como A_1 utiliza uma pilha, necessariamente $L(A_1)$ não é regular;
- (D) $L(G_A) \cup L(r_1) \cup L(A_2)$ é livre de contexto;

¹Que pode ser você, um humano.

²Sim, usando diagramas fica mais fácil de resolver esta questão.

- (E) é possível que não exista um autômato finito M tal que $L(M) = L(N_1)$;
- (F) se $V_A \cap V_B = \emptyset$ e $G = (V_A \cup V_B, \Sigma, R_A \cup R_B, S_A)$, então $L(G) = L(G_A)$;
- (G) a árvore de derivação de N_1 com a entrada 0001 pode ser infinita já que não há limites para as escolhas não determinísticas;
- (H) se $r_1 \notin 0^*1$, então existe um AFND N com apenas dois estados tal que $L(N) = L(r_1)$;
- (I) usando $A \sim B$ para "A é equipotente a B", podemos afirmar que $(0,1) \sim (0,10)$. Considere (a,b) como o intervalo real aberto entre a e b;
- (J) $R \subset LLC$, R = LAP, E = LND e $LLC \subset R$;

Baseado nestas afirmações, responda os itens abaixo.

- (a) (1,0) Quais as afirmativas estão corretas? Não é necessário justificar a sua resposta, mas coloque as letras, na resposta, na ordem alfabética.³ Utilize letras maiúsculas.
- (b) (2,0) Prove a afirmação (D), se ela é verdadeira, ou a negação de (D), se ela é falsa. Cite as proposições e teoremas que você usou. Explicando: você não poderá construir novas gramáticas, autômatos e expressões regulares a partir dos elementos existentes nesta questão, que são abstratos (apenas letras). Contudo, você pode citar proposições e teoremas que garantem correspondências entre autômatos, por exemplo, e propriedades de gramáticas e autômatos.
- (c) (1,0) Prove uma outra afirmação de sua escolha, se ela for verdadeira, ou a negação dela, se for falsa. Não se esqueça de citar a letra desta afirmação na sua resposta. Veja as observações sobre como responder no item anterior, sobre (D).

 $^{^3}$ Isto é, "A, C, D" é uma resposta válida mas "C, A, D" será considerada errada.