Segunda Prova de Teoria da Computação — Campus de Sorocaba da UFSCar
Prof. José de Oliveira Guimarães, 05 de dezembro de 2011

As questões deverão ser respondidas nas folhas de respostas e apenas estas deverão ser entregues (não entregue a folha de questões). Utilize quantas folhas forem necessárias. Não é necessário entregar as questões em ordem. Utilize lápis ou caneta, mas faça letra legível. Na correção, símbolos ou palavras ilegíveis não serão considerados. Justifique todas as respostas.

Se você estudou com algum colega para esta prova, não se sente ao lado dele pois é possível que acidentalmente vocês produzam respostas semelhantes para alguma questão. Provas de alunos que fizeram a prova próximos uns dos outros com respostas semelhantes caracterizam cópia de questões. Lembro-os de que todos os envolvidos na utilização de métodos ilegais na realização desta prova receberão zero de nota final da disciplina (e não apenas nesta prova).

Coloque o seu nome na folha de resposta, o mais acima possível na folha, seguido do número da sua coluna de carteiras. A primeira carteira é a mais perto da porta e a última a mais perto das janelas. Não precisa colocar o RA.

1. (1,5) Mostre como as fitas de uma MT com três fitas são mapeadas na fita de uma MT com uma única fita. Não é necessário escrever como a simulação é feita. Utilize o alfabeto $\Sigma = \{0, 1, \sqcup\}$.

2. (2,5) Faça uma MT com duas fitas que toma uma entrada $x \sqcup y$ na primeira fita e escreve $x + y$ na segunda fita e para. Os números $x$ e $y$ estão em unário. No início da computação, a cabeça de leitura e gravação está sobre o símbolo mais à esquerda de $x$. As células não ocupadas pela entrada têm o símbolo $\sqcup$. Apenas a fita de saída, a segunda, deve ser modificada. Ao final da computação, a cabeça da MT deve estar sobre o símbolo mais à direita da resposta. Faça apenas o desenho da MT. Use transições com labels do tipo

$0, \sqcup/0, 1, D$

3. (3,0) Sobre máquinas de Turing Universais (MTU), responda:

(a) (1,0) faça a codificação da MT dada abaixo para um inteiro. $q_0$ é estado inicial, $\Sigma = \{0, 1, \sqcup\}$ e a máquina para se não houver instrução adequada para ser executada (não existem estados finais).

$$(q_0, 0, q_0, 0, D), (q_0, 1, q_1, 0, D), (q_1, 1, q_1, 0, D)$$

(b) (1,0) o que faz a chamada $U(x, y)$, no qual $U$ é uma MTU?

(c) (1,0) uma máquina de Turing $Q$ toma um inteiro $x$ como entrada e simula a execução de $U(x, x)$. Se esta execução terminar com uma saída $y$, $Q$ retorna como saída $y + 1$. Isto é, $Q(x) = U(x, x) + 1$. O que acontece quando chamamos $Q$ passando a codificação de $Q$, $<Q>$, como entrada? Isto é, o que acontece quando chamamos $Q(<Q>)$?

4. (2,0) Sobre complexidade, faça:

(a) dê um exemplo de linguagem $L \in \mathrm{TIME}(n)$. Justifique. Não se esqueça de explicar o que é o $n$;

(b) explique porquê $\mathrm{TIME}(f) \subset \mathrm{SPACE}(f)$.

Faça uma e apenas uma das duas questões seguintes.

5. (3,0) Se $L \neq \emptyset$ é recursivamente enumerável então existe uma MT $M'$ que enumera todos os elementos de $L$. Isto é, $M'$ despreza a sua entrada e imprime na fita, um a um, os elementos de $L$. Na prova desta proposição, assume-se a existência de uma MT $M$ tal que, se $x \in L$, $M(x) = 1$ e se $x \notin L$, $M(x) \uparrow$. Defina uma MT $M'$ que simula $M$ com todas as entradas e ... vai imprimindo os $x$ pertencentes a $L$. Para facilitar, você pode assumir que as entradas são os números naturais. Isto é, uma linguagem é um subconjunto de números naturais.

6. (3,0) Prove que a linguagem $H = \{<M> \sqcup x : M(x) \downarrow\}$ é recursivamente enumerável.

**Resumo** Para facilitar a resolução dos exercícios, você pode assumir que o alfabeto da MT é composto apenas por 0, 1 e espaço. A menos de menção em contrário, todas as entradas para uma MT é um número inteiro em binário.

Usamos $<M>$ para a codificação da MT $M$ e $M(x)$ para o resultado que a MT $M$ produz com entrada $x$. Se $M$ não parar a sua execução, escrevemos $M(x) \uparrow$. Se parar, podemos escrever $M(x) \downarrow$. Um enumerador é uma MT com duas fitas que ignora a sua entrada e escreve números na segunda fita, separados por brancos. Os números da segunda fita fazem parte de um conjunto recursivamente enumerável.

Seja $S$ o conjunto de todas as linguagens sobre $\{0, 1\}$, $2^{\mathbb{N}}$ o conjunto de todas as funções de $\mathbb{N}$ em $\{0, 1\}$, $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ o conjunto de todas as funções de $\mathbb{N}$ em $\mathbb{N}$, $T$ o conjunto de todas as máquinas de Turing e $T_D$ o conjunto de todas as MT de decisão (a cada uma delas está associada uma linguagem).