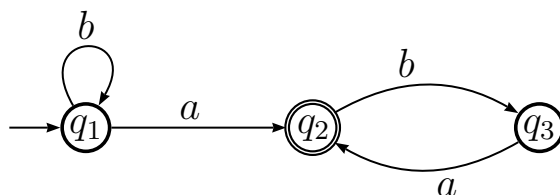


Entregue apenas a folha de respostas. As questões não precisam estar em ordem e podem ser respondidas a lápis ou caneta. Na correção, símbolos ou palavras ilegíveis não serão considerados. Justifique todas as respostas a menos de menção em contrário.

Coloque o seu nome na folha de resposta, o mais acima possível na folha, seguido do número da sua coluna de carteiras. A primeira carteira é a mais perto da porta e a última a mais perto das janelas. Não coloque o RA. Se você não quiser que a sua nota seja divulgada publicamente, escreva apenas NÃO depois do número da sua coluna.

Na resposta, coloque todos os passos do seu raciocínio.

1. (2,0) Prove que, se L e K são linguagens decidíveis, $L \cap K$ é decidível.
2. (2,0) Faça uma máquina de Turing que toma $x \in \{0, 1\}^*$ como entrada e escreva 1 depois do x (a fita ficaria com $x1$) se x possui um número par de 0's. E escreva 0 se possui um número ímpar de 0's.
3. (2,0) Prove que a linguagem $H = \{\langle M; x \rangle : M(x) \downarrow\}$ é recursivamente enumerável. $\langle M; x \rangle$ é a codificação de uma máquina de Turing M e uma entrada x , um número inteiro. Assuma que já exista uma enumeração do conjunto $\{\langle M; x \rangle : M \text{ é uma MT e } x \in \mathbb{N}\}$ (você pode utilizar esta enumeração na sua resposta).
4. (3,0) Faça a expressão regular que descreve a linguagem L reconhecida pelo autômato finito dado abaixo. Faça a gramática G livre de contexto tal que $L = L(G)$.



5. (2,0) Todas as linguagens desta questão são sobre o alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$. Dados os conjuntos

Reg = $\{L : L \text{ é uma linguagem regular} \}$
LC = $\{L : L \text{ é uma linguagem livre de contexto} \}$
R = $\{L : L \text{ é uma linguagem decidível (recursiva)} \}$
RE = $\{L : L \text{ é uma linguagem recursivamente enumerável} \}$

responda:

- (a) qual é o conjunto Σ^* ? Não é necessário justificar;
- (b) descreva com palavras o conjunto 2^{Σ^*} . Não é necessário justificar;
- (c) descreva quais conjuntos de linguagens (Reg, LC, D, RE) estão contidos em quais outros. Justifique pelo menos uma das inclusões com um teorema (não é preciso provar este teorema, apenas cite-o);
- (d) diga qual o valor de X , Y e Z sabendo-se que “ $L \in \text{Reg}$ sse algum X reconhece L ”, “ $L \in \text{LC}$ sse algum Y reconhece L ” e “ $L \in \text{R}$ sse algum Z decide L ”.

6. (2,0) Explique como funciona um autômato com pilha. Preferencialmente, dê um exemplo.

Definições básicas

Dizemos que R é uma expressão regular sobre um alfabeto Σ se R é: a) um elemento de Σ ; b) ϵ c) \emptyset d) $(R_1 \cup R_2)$ se R_1 e R_2 são expressões regulares sobre Σ e) $(R_1 \circ R_2)$ se R_1 e R_2 são expressões regulares sobre Σ e f) (R_1^*) se R_1 é uma expressão regular sobre Σ .

Uma MT é uma 7-tupla $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_A, q_R)$ na qual Q é um conjunto de estados, Σ é o alfabeto da entrada, Γ é o alfabeto da pilha, $\delta : Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, S, R\}$ é uma função de transição, $q_0 \in Q$ é o estado inicial, $q_A \in Q$ é o estado de aceitação e $q_R \in Q$ é o estado de rejeição. Todos os conjuntos são finitos. A menos de menção em contrário, $\Sigma = \{0, 1\}$ e $\sqcup \in \Gamma$. Uma MT M com uma entrada x pode produzir um resultado que será denotado por $M(x)$. Também usamos $M(x)$ para a computação de M com entrada x , a sequência de passos que a máquina realiza quando dada esta entrada. A MT possui uma fita infinita em ambas as direções. Uma MT não determinística (MTND) é uma 7-tupla como uma MT mas na qual a função delta é substituída por uma relação $\Delta \subset Q \times \Gamma \times Q \times \Gamma \times \{L, S, R\}$. Um exemplo de uma instrução de uma MTND pode ser $q_0 1 q_1 0 L$. Uma MT com k fitas possui instruções do tipo $q s_1 \dots s_k q' s'_1 \dots s'_k D_1 \dots D_k$ com o seguinte significado: estando no estado q e as células correntes das k fitas sendo s_1, \dots, s_k , o estado corrente torna-se q' , são escritos s'_1, \dots, s'_k nas células correntes e a cabeça de leitura/escrita i move-se na direção dada por D_i (que pode ser L, S ou R).

Qualquer subconjunto de Σ^* é chamado de linguagem. Uma linguagem L é recursiva (ou decidível) se existe uma MT M que sempre retorna 0 ou 1 tal que $x \in L$ se e somente se $M(x) = 1$. Uma linguagem L é recursivamente enumerável (ou Turing reconhecível) se existe uma MT M tal que, se $x \in L$, então $M(x) = 1$ e se $x \notin L$, então $M(x) = 0$ ou $M(x) \uparrow$. O conjunto de todas as linguagens recursivas é denotado por R . O conjunto de todas as linguagens recursivamente enumeráveis é denotado por RE . O complemento de uma linguagem L , denotado por L^c é $\Sigma^* - L$. Um enumerador é uma MT capaz de enumerar uma linguagem L da seguinte forma: dado $n \in \mathbb{N}$, $M(n) \in L$ e para todo $x \in L$, existe um $n \in \mathbb{N}$ tal que $M(n) = x$. Ou seja, $M(0), M(1), M(2), \dots$ é uma enumeração de L em que os elementos podem estar fora de ordem e podem aparecer elementos repetidos. Se preferir, um enumerador de uma linguagem L pode ser uma MT M que não toma nenhuma entrada e escreve a_0, a_1, a_2, \dots na fita, em ordem, tal que a_0, a_1, \dots seja uma lista contendo todos os elementos de L (possivelmente fora de ordem e com elementos repetidos). Dizemos que uma MTND N decide uma linguagem L se $x \in L$ se e somente se existir uma sequência de escolhas não determinísticas tal que $N(x) = 1$. Isto é, se $x \in L$, então existe uma sequência de escolhas para $N(x)$ tal que $N(x) = 1$. E se $x \notin L$, nenhuma sequência de escolhas não determinísticas resulta em $N(x) = 1$.