



#### Estrutura de Dados

Aula 06 - Pilhas

Profa. Dra. Lúcia Guimarães



• Esta aula foi baseada na Apostila de

Estrutura de Dados - PUC-RIO

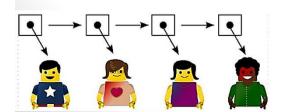
Profs. Waldemar Celes e José Lucas Rangel



#### Vimos que Lista Encadeada



- É uma estrutura onde para cada novo elemento inserido, aloca-se um espaço de memória para armazená-lo.
- O espaço total de memória gasto pela estrutura é proporcional ao número de elementos nela armazenado.
- Não é possível garantir que os elementos armazenados na lista ocuparão um espaço de memória contíguo.

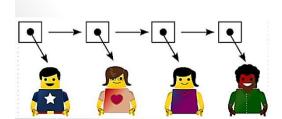




#### Vimos que Lista Encadeada



- Não há acesso direto aos elementos da lista.
- Para que seja possível percorrer todos os elementos da lista, é necessário explicitamente guardar o encadeamento dos elementos,
- O que é feito armazenando-se, junto com a informação de cada elemento, um ponteiro para o próximo elemento da lista



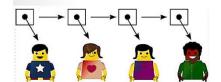




#### Vimos que Lista Encadeada



- A estrutura consiste numa sequência encadeada de elementos, em geral chamados de nós da lista.
- A lista é representada por um ponteiro para o primeiro elemento (ou nó).
- Do primeiro elemento, podemos alcançar o segundo seguindo o encadeamento, e assim por diante.
- O último elemento da lista aponta para NULL,
   sinalizando que não existe um próximo elemento

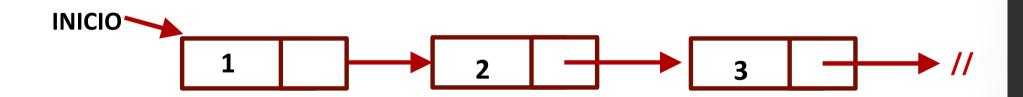




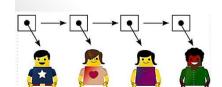
#### Listas Encadeadas

Exemplo







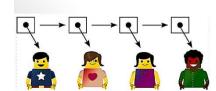




#### • Estrutura



```
struct lista
{
    int info;
    struct lista* prox;
};
typedef struct lista Lista;
```



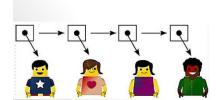




#### Listas Encadeadas



- Dentro deste conceito de lista temos 3 formas de manipulação:
  - Pilhas;
  - Filas;
  - E listas propriamente dita.







#### Pilhas



- Estrutura de dados mais simples
- Possivelmente por essa razão, é a estrutura de dados mais utilizada em programação,
- Sendo inclusive implementada diretamente pelo hardware da maioria das máquinas modernas







#### Pilha



#### • Ideia Fundamental:

- Todo o acesso a seus elementos é feito através do seu topo
- Assim, quando um elemento novo é introduzido na pilha, passa a ser o elemento do topo,
- E o único elemento que pode ser removido da pilha é o do topo



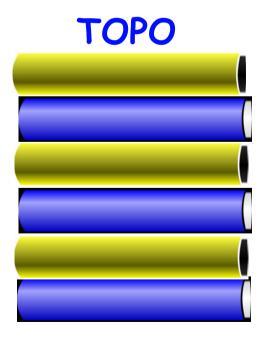






#### Pilha

- Ideia Fundamental:
  - LIFO (" Last In First Out"):
    - O Último que Entra é o Primeiro que Sai



#### Analogia com uma pilha de livros:

- Se quiser inserir um livro novo será no topo, em cima do amarelo
- Se quiser tirar o segundo livro, o azul, tenho que tirar o amarelo primeiro







#### Pilha



- Operações Básicas:
  - Existem duas operações básicas que devem ser implementadas numa estrutura de pilha:
  - A operação para Empilhar ("Push") um novo elemento, inserindo-o no topo, e



 A operação para Desempilhar ("Pop") um elemento, removendo-o do topo.

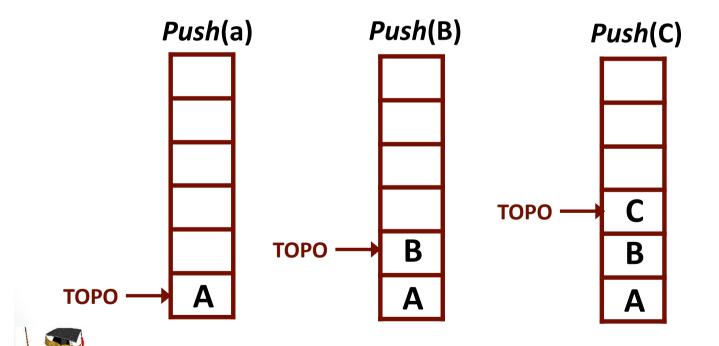




#### • Pilha







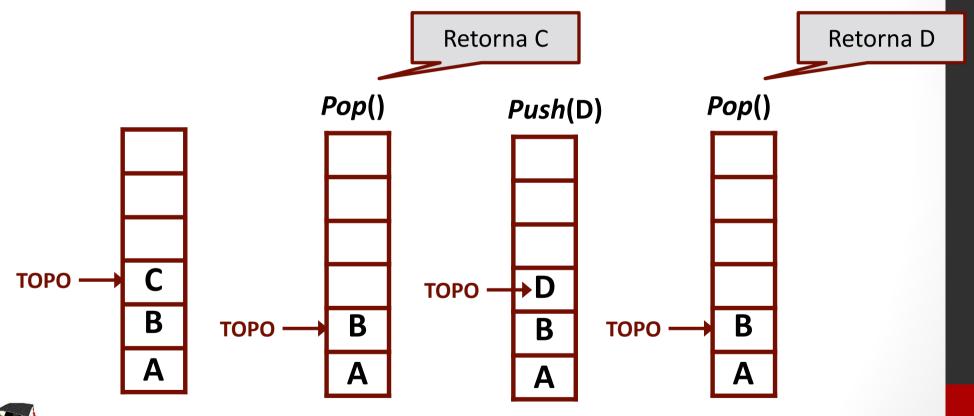




#### • Pilha















#### • Pilha Implementação:



- Há duas implementações de pilha:
  - Usando vetor e
  - Usando Lista Encadeada







#### Pilha Implementação:



- Independentemente do tipo da implementação,
   vamos considerar cinco operações:
  - Criar uma estrutura de pilha;
  - Inserir um elemento no topo (Push);
  - Remover o elemento do topo (Pop);
  - Verificar se a pilha está vazia;
  - Liberar a estrutura de pilha.







- A estrutura da pilha tem um limite conhecido (tamanho do vetor)
- A implementação com vetor é bastante simples.
- Há um vetor (vet) para armazenar os elementos da pilha.
- Os elementos inseridos ocupam as primeiras posições do vetor.
- Desta forma, há n elementos armazenados na pilha, o elemento vet[n-1] representa o elemento do topo.



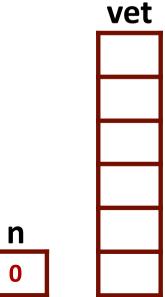






- A estrutura que representa o tipo pilha deve, portanto, ser composta:
  - pelo vetor e
  - pelo número de elementos armazenados

```
#define MAX 6
struct pilha
{
  int n;
  int vet[MAX];
};
```

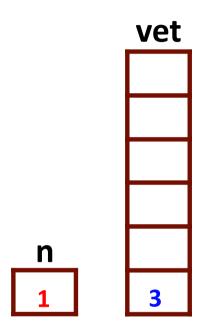












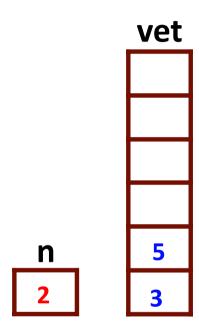
**Inserir o Elemento 3** 











**Inserir o Elemento 3** 

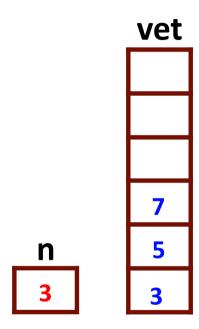












**Inserir o Elemento 3** 



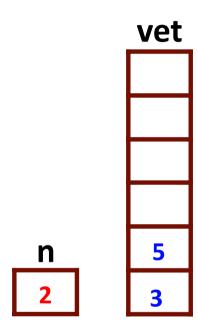
**Inserir o Elemento 7** 











**Inserir o Elemento 3** 

Remover um elemento

**Inserir o Elemento 5** 

**7** Removido

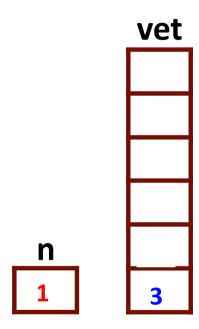












**Inserir o Elemento 3** 

**Inserir o Elemento 5** 

**Inserir o Elemento 7** 

Remover um elemento

7 Removido

Remover um elemento

**5** Removido









- O número máximo de elementos que serão armazenados na pilha NÃO é conhecido.
- Vamos considerar das implementação de cinco mesmas operações:
  - Criar uma estrutura de pilha;
  - Inserir um elemento no topo (Push);
  - Remover o elemento do topo (Pop);
  - Verificar se a pilha está vazia;
  - Liberar a estrutura de pilha.

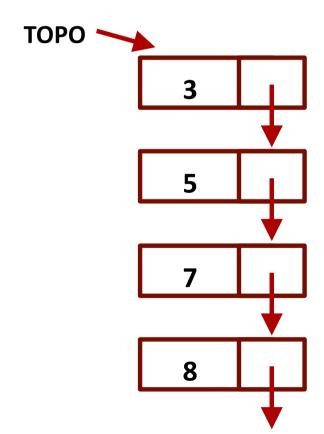








 Para facilitar a compreensão vamos desenhar a pilha dinâmica como se fosse uma pilha propriamente dita



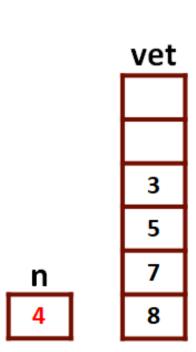


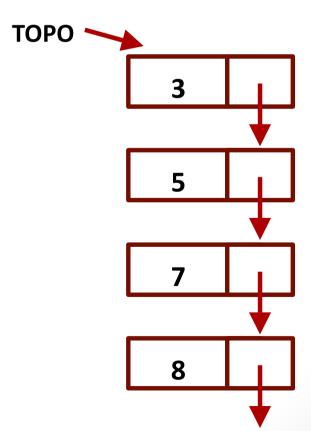




#### Observe que

 O usuário do programa não consegue perceber que tipo de TAD programa está usando, aliás que o programa usa TAD's













 O nó da lista para armazenar valores inteiros pode ser dado por:

```
struct no
{
  int info;
  struct no* prox;
};
typedef struct no No;
```











• A estrutura da pilha é então simplesmente:

```
struct pilha
{
    No* TOPO;
};
typedef struct pilha Pilha;
```

Estrutura que armazena o endereço inicial da Pilha, ou seja, o topo









- O primeiro elemento da lista representa o topo da pilha.
- Cada novo elemento é inserido no início da lista e, consequentemente,
- Sempre que solicitado, retira-se o elemento também do início da lista









#### A função Cria



• É a função que inicializa o estrutura da Pilha para que o programa possa trabalhar corretamente com a

mesma

```
Pilha* CRIA ()
   Pilha* p;
   p=(Pilha*)malloc(sizeof(Pilha));
   p->Topo = NULL;
  return p;
void main()
  Pilha* P;
   P = CRIA();
```













 A função CRIA aloca a estrutura da pilha e inicializa a pilha como sendo vazia.

```
Pilha* CRIA ()
  Pilha* p;
  p=(Pilha*)malloc(sizeof(Pilha));
  p->TOPO = NULL;
 return p;
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
```

# **MEMÓRIA**









 A função CRIA aloca a estrutura da pilha e inicializa a pilha como sendo vazia.

```
Pilha* CRIA ()
  Pilha* p;
  p=(Pilha*)malloc(sizeof(Pilha));
  p->TOPO = NULL;
 return p;
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
```

## **MEMÓRIA** PILHA1 **E20**











 A função CRIA aloca a estrutura da pilha e inicializa a pilha como sendo vazia.

```
Pilha* CRIA ()
  Pilha* p;
  p=(Pilha*)malloc(sizeof(Pilha));
  p->TOPO = NULL;
 return p;
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
```

## **MEMÓRIA** PILHA1 **E20**









#### Implementação de Pilha em Lista



 A função CRIA aloca a estrutura da pilha e inicializa a pilha como sendo vazia.

```
Pilha* CRIA ()
   Pilha* p;
   p=(Pilha*)malloc(sizeof(Pilha));
  p->TOPO = NULL;
 return p;
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
```

### **MEMÓRIA LIXO E05** PILHA1 LIXO **E20**





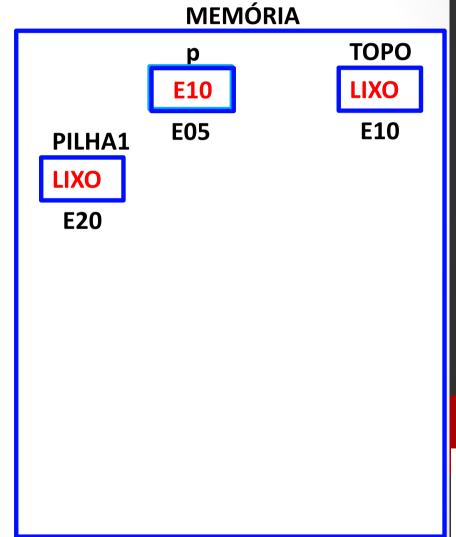






 A função CRIA aloca a estrutura da pilha e inicializa a pilha como sendo vazia.

```
Pilha* CRIA ()
  Pilha* p;
   p=(Pilha*)malloc(sizeof(Pilha));
   p->TOPO = NULL;
 return p;
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
```







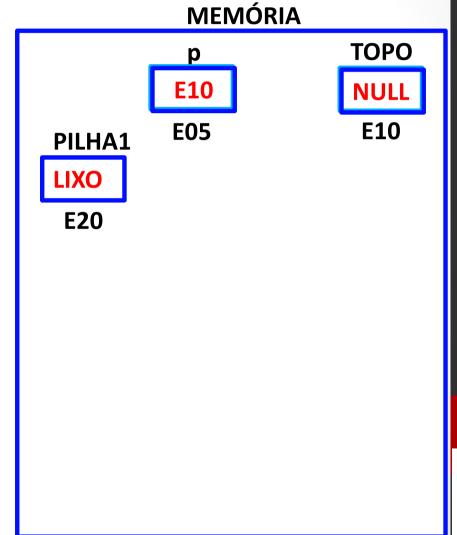






 A função CRIA aloca a estrutura da pilha e inicializa a pilha como sendo vazia.

```
Pilha* CRIA ()
  Pilha* p;
   p=(Pilha*)malloc(sizeof(Pilha));
   p->TOPO = NULL;
 return p;
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
```











# Implementação de Pilha em Lista Dinâmica



 A função CRIA aloca a estrutura da pilha e inicializa a pilha como sendo vazia.

```
Pilha* CRIA ()
  Pilha* p;
   p=(Pilha*)malloc(sizeof(Pilha));
   p->TOPO = NULL;
 return p;
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
```

# **MEMÓRIA TOPO NULL E10** PILHA1 **E10 E20**









- É a função de inserção de um elemento na pilha
- Esse elemento é inserido no topo (início) da pilha e o topo passa a apontar para ele

- É a função de remove um elemento da pilha
- A função retorna o elemento removido
- Esse elemento é removido do topo (início) da pilha e o topo passa a apontar para o próximo









#### Exercícios

#### **1.** .

```
Considerando as funções/procedimentos abaixo
Pilha* CRIA (void);
void push (Pilha* p, int v)
int pop (Pilha* p)
```

### Faça o teste de mesa para o programa abaixo

```
int main()
{
    Pilha *um, *dois; int a;
    um=<u>CRIA()</u>; dois=CRIA();
    push(um,1)
    push(dois,3)
```

push(um,4)



```
push(dois,5)
push(um,6)
push(dois,7)
a=pop(dois)
push(dois,pop(um))
a=pop(dois)
push(dois,pop(dois))
push(dois,pop(um))
push(dois,pop(dois))
push(um,pop(um))
push(um,pop(dois))
```







### Exercícios

2. Observe os quadros I e II, relacionados à estrutura de dados pilha

QUADRO I - Operações permitidas pela estrutura de dados pilha

Operação	Descrição
Push(PILHA,w)	• Insere um elemento <u>w</u> na pilha
Pop(PILHA)	• Remove o elemento de topo da pilha
Top(PILHA)	• Acessa, sem remover, o elemento de topo da pilha

Determine o elemento de topo da pilha, após a execução de todas as operações indicadas no **quadro II** 

### QUADRO II - operações realizadas

- a) Push(STE, SANTO\_ANTÔNIO)
- b) Push(STE, SANTA\_FILOMENA)
- c) Pop(STE)
- d) Push(STE, SANTO\_AGOSTINHO)
- e) Top(STE)
- f) Push(STE, SANTA\_CATARINA)
- g) Top(STE)
- h) Push(STE, SANTO\_EXPEDITO)
- i) Pop(STE)
- j) Push(STE, Top(STE))
- k) Push(STE, Pop(STE))
- I) Push(STE, SANTA\_GENOVEVA)
- m) Pop(STE)
- n) Push(STE, Top(STE))











- É a função de inserção de um elemento na pilha
- Esse elemento é inserido no topo (início) da pilha e o topo passa a apontar para ele
- Sintaxe da função:

void push (Pilha\*p, int v)

Função que não retorna nada Passa uma
estrutura do tipo
pilha para ser
atualizada

Valor a ser inserido na pilha









#### **Dado as Estruturas:**



```
struct no
{
   float info;
   struct no* prox;
};

typedef struct no No;
```

```
/* função inserir um elemento na pilha*/

void push (Pilha* p, float v)
{

p->TOPO = ins_ini(p->TOPO,v);
}
```









```
/* função inserir um elemento na pilha*/

void push (Pilha* p, float v)
{

p->TOPO = ins_ini(p->TOPO,v);
}
```





```
/* função auxiliar: insere no início */
    No* ins_ini (No* t, float a)
    {
        No* p = (No*) malloc(sizeof(No));
        p->info = a;
        p->prox = t;
        return p;
    }
```









```
No* ins_ini (No* t, float a)
  No* aux = (No*) malloc(sizeof(No))
  aux->info = a;
  aux->prox = t;
  return aux;
void push (Pilha* p, float v)
  p->TOPO = ins_ini(p->TOPO,v);
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
  push(PILHA1,23)
```



### **MEMÓRIA**

TOPO
NULL
E10

PILHA1

**E10** 









```
No* ins_ini (No* t, float a)
  No* aux = (No*) malloc(sizeof(No))
  aux->info = a;
  aux->prox = t;
  return aux;
void push (Pilha* p, float v)
  p->TOPO = ins_ini(p->TOPO,v);
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
  push(PILHA1,23);
```



#### **MEMÓRIA**

TOPO
NULL
E10

PILHA1

**E10** 









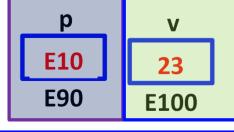
```
No* ins_ini (No* t, float a)
  No* aux = (No*) malloc(sizeof(No))
  aux->info = a;
  aux->prox = t;
  return aux;
void push (Pilha* p float v)
  p->TOPO = ins_ini(p->TOPO,v);
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
  push(PILHA1,23);
```



#### **MEMÓRIA**

PILHA1
E10











```
No* ins_ini (No* t, float a)
  No* aux = (No*) malloc(sizeof(No))
  aux->info = a;
  aux->prox = t;
  return aux;
void push (Pilha* p, float v)
  p->TOPO = ins_ini(p->TOPO,v);
void main()
  Pilha *PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
  push(PILHA1,23);
```



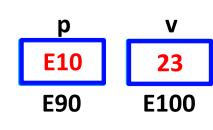
**TOPO** 

#### **MEMÓRIA**

PILHA1 E10



**E10** 

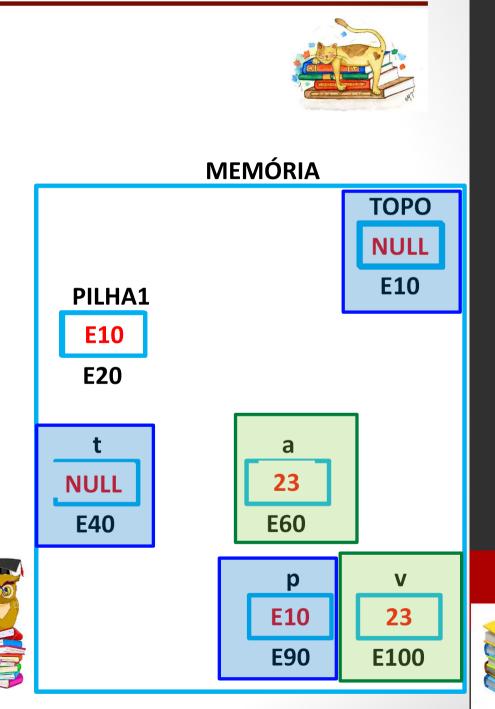








```
No* ins_ini (No* t. float a)
  No* aux = (No*) malloc(sizeof(No))
  aux->info = a;
  aux->prox = t;
  return aux;
void push (Pilha* p, float v)
  p->TOPO = ins_ini p->TOPO v);
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
  push(PILHA1,23);
```

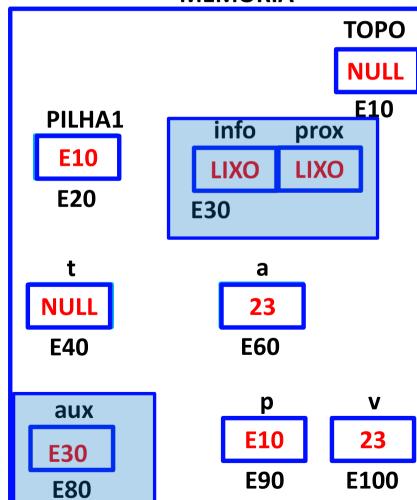






```
No* ins_ini (No* t, float a)
 No* aux = (No*) malloc(sizeof(No))
  aux->info - a;
  aux->prox = t;
  return aux;
void push (Pilha* p, float v)
  p->TOPO = ins_ini(p->TOPO,v);
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
  push(PILHA1,23);
```





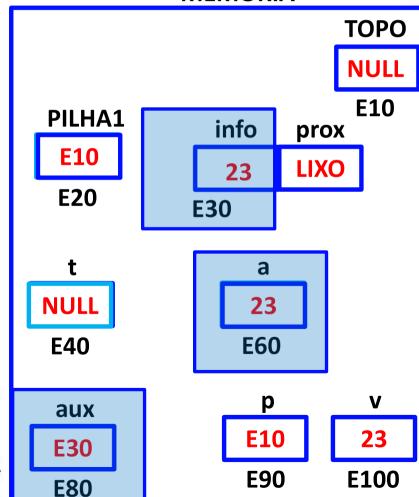






```
No* ins_ini (No* t, float a)
  No* aux = (No*) malloc(sizeof(No))
  aux->info = a;
  aux->prox = t;
  return aux;
void push (Pilha* p, float v)
  p->TOPO = ins_ini(p->TOPO,v);
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
  push(PILHA1,23);
```





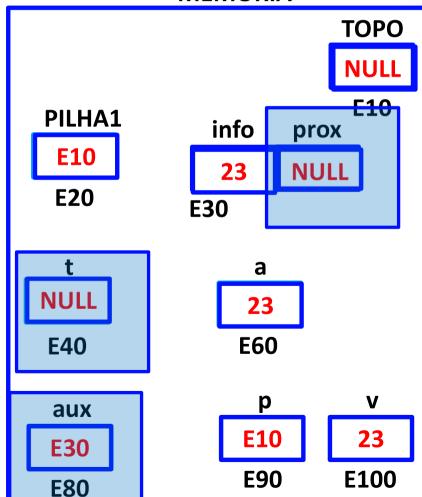






```
No* ins_ini (No* t, float a)
  No* aux = (No*) malloc(sizeof(No))
  aux->info = a:
  aux->prox = t;
  return aux;
void push (Pilha* p, float v)
  p->TOPO = ins_ini(p->TOPO,v);
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
  push(PILHA1,23);
```



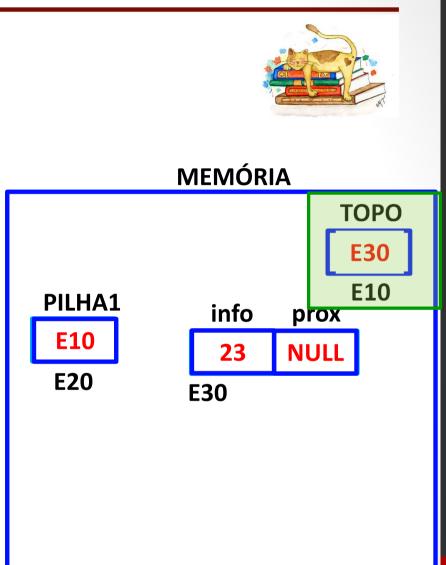








```
No* ins_ini (No* t, float a)
  No* aux = (No*) malloc(sizeof(No));
  aux->info = a;
  aux->prox = t:
  return aux;
void push (Pilha* p, float v)
  p->TOPO = ins_ini(p->TOPO,v);
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PILHA1 = CRIA();
  push(PILHA1,23);
```



**E10** 

E90

**23** 

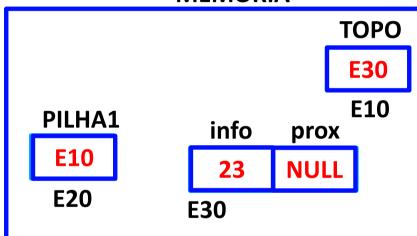






```
No* ins_ini (No* t, float a)
  No* aux = (No*) malloc(sizeof(No));
  aux->info = a;
  aux->prox = t;
  return aux;
void push (Pilha* p, float v)
  p->TOPO = ins_ini(p->TOPO,v);
void main()
  Pilha* PILHA1;
  PIIHA1 = CRIA():
  push(PILHA1,23);
```















- É a função de remove um elemento da pilha
- A função retorna o elemento removido
- Esse elemento é removido do topo (início) da pilha e o topo passa a apontar para o próximo
- Sintaxe da função:

int pop (Pilha\* p)



Função que retorna o valor removido da pilha

Passa uma estrutura do tipo pilha para ser atualizada







#### **Dado as Estruturas:**



```
struct no
{
    float info;
    struct no* prox;
};

typedef struct no No;
```



```
float pop (Pilha* p)
  float v;
  if (vazia(p))
     printf("Pilha vazia.\n");
     exit(1); /* aborta programa
  v = p->TOPO->info;
  p->TOPO = ret_ini(p->TOPO);
  return v;
```







```
float pop (Pilha* p)
  float v;
  if (vazia(p))
     printf("Pilha vazia.\n");
     exit(1); /* aborta programa
  v = p->TOPO->info;
  p->TOPO = ret_ini(p->TOPO);
  return v;
```





```
/* função auxiliar: retira no início */
No* ret_ini (No* l)
{
No* p = l->prox;
free(l);
return p;
}
```

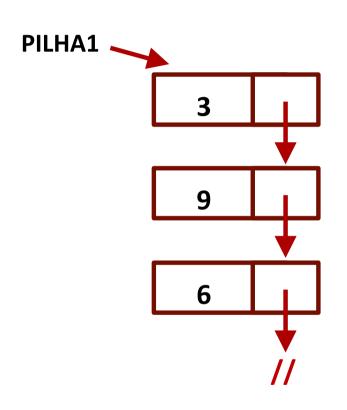


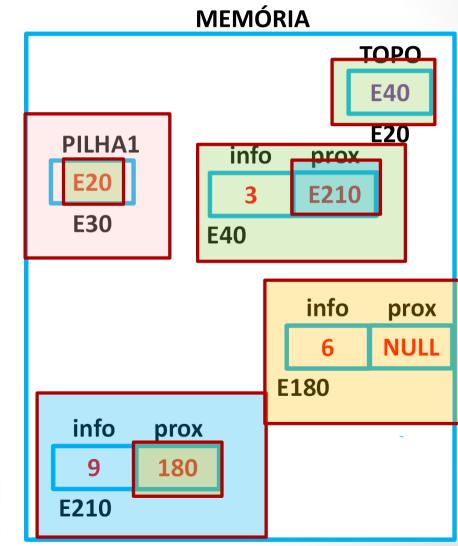




# Pilhas







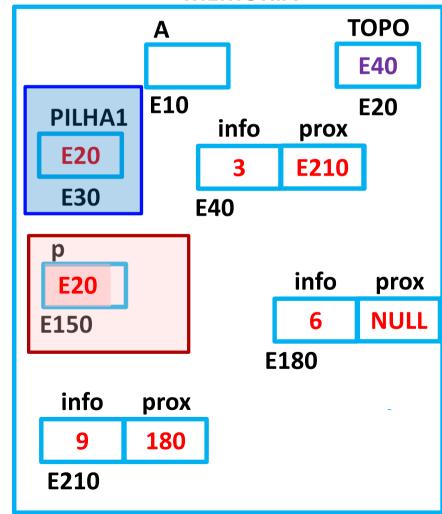


```
/* função auxiliar: retira no início */
No* ret_ini (No* I)
{
No* p = I->prox;
free(I);
return p;
}
```

```
float pop (Pilha* p)
  float v;
  if (vazia(p))
     printf("Pilha vazia.\n");
     exit(1); /* aborta programa
  v = p->TOPO->info;
  p->TOPO = ret_ini(p->TOPO);
  return v;
```

```
float A = pop(PILHA1); Pilhas
```







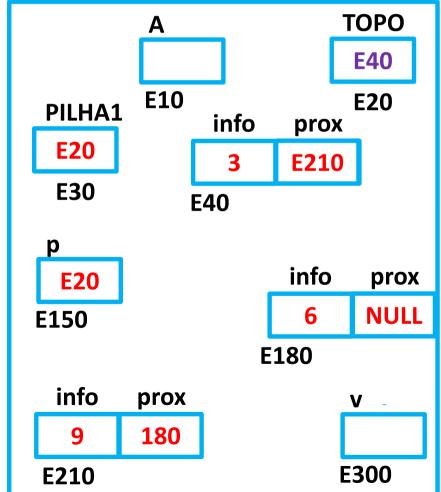


```
/* função auxiliar: retira no início */
No* ret_ini (No* I)
{
No* p = I->prox;
free(I);
return p;
}
```

```
float pop (Pilha* p)
 float v;
  if (vazia(p))
     printf("Pilha vazia.\n");
     exit(1); /* aborta programa
  v = p->TOPO->info;
  p->TOPO = ret_ini(p->TOPO);
  return v;
```

```
float A = pop(PILHA1); Pilhas
```







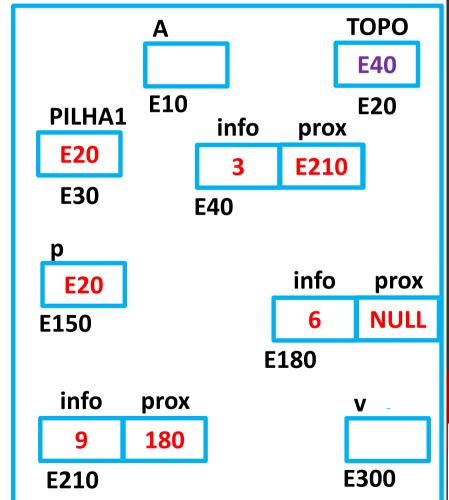


```
/* função auxiliar: retira no início */
No* ret_ini (No* I)
{
No* p = I->prox;
free(I);
return p;
}
```

```
float pop (Pilha* p)
  float v;
  if (vazia(p))
     printf("Pilha vazia.\n");
     exit(1); /* aborta programa
  v = p->TOPO->info;
  p->TOPO = ret_ini(p->TOPO);
  return v;
```

```
float A = pop(pilha1); Pilhas
```







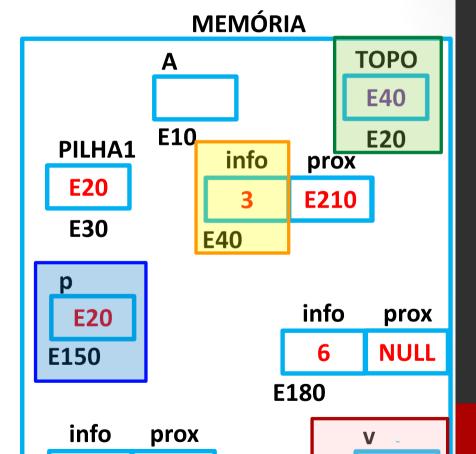


```
/* função auxiliar: retira no início */
No* ret_ini (No* I)
{
No* p = I->prox;
free(I);
return p;
}
```

```
float pop (Pilha* p)
  float v;
  if (vazia(p))
     printf("Pilha vazia.\n");
     exit(1); /* aborta programa
     p-> TOPO-1 info;
  p->TOPO = ret_ini(p->TOPO);
  return v;
```

```
float A = pop(pilha1); Pilhas
```





**180** 

**E210** 





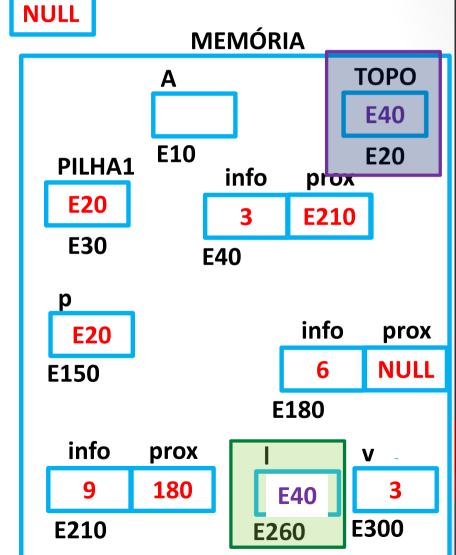
```
/* função auxiliar: retira no início */
No* ret_ini (No* I)

{
No* p = I->prox;
free(I);
return p;
}
```

```
float pop (Pilha* p)
  float v;
  if (vazia(p))
     printf("Pilha vazia.\n");
     exit(1); /* aborta programa
  v = p->TOPO->info;
  p->TOPO = ret_ini p->TOP
  return v;
```

```
float A = pop(pilha1); Pilhas
```





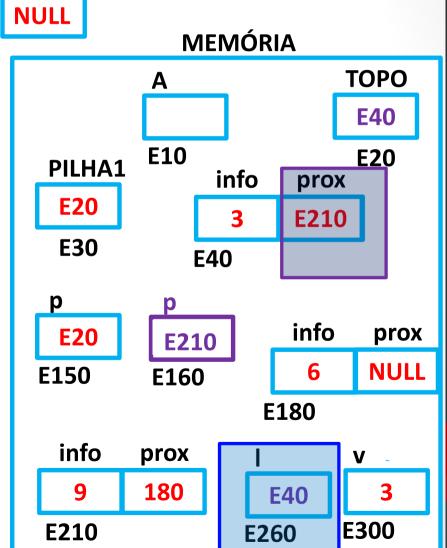


```
/* função auxiliar: retira no início */
No* ret_ini (No* I)
{
No* p = I->prox;
free(I);
return p;
}
```

```
float pop (Pilha* p)
  float v;
  if (vazia(p))
     printf("Pilha vazia.\n");
     exit(1); /* aborta programa
  v = p->TOPO->info;
  p->TOPO = ret_ini(p->TOPO);
  return v;
```

```
float A = pop(pilha1); Pilhas
```





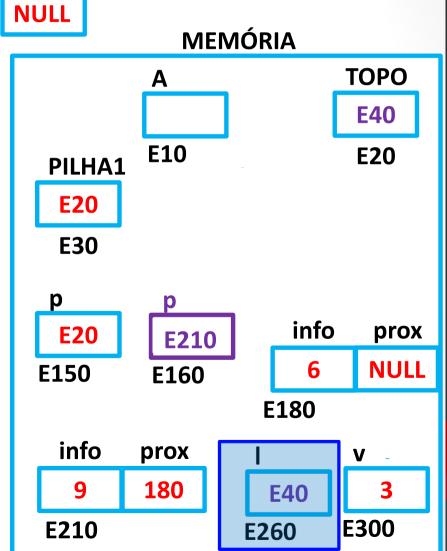


```
/* função auxiliar: retira no início */
No* ret_ini (No* I)
{
No* p = I->prox;
free(I);
return p;
}
```

```
float pop (Pilha* p)
  float v;
  if (vazia(p))
     printf("Pilha vazia.\n");
     exit(1); /* aborta programa
  v = p->TOPO->info;
  p->TOPO = ret_ini(p->TOPO);
  return v;
```

```
float A = pop(pilha1); Pilhas
```





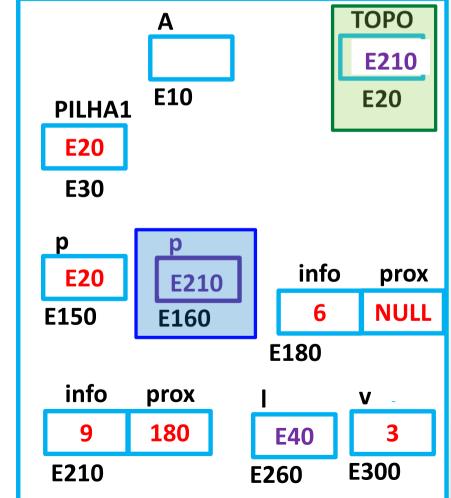


```
/* função auxiliar: retira no início */
No* ret_ini (No* I)
{
No* p = I->prox;
free(I);
return p;
}
```

```
float pop (Pilha* p)
  float v;
  if (vazia(p))
     printf("Pilha vazia.\n");
     exit(1); /* aborta programa
  v = p - > TOPO - > info;
  p->TOPO = ret_ini(p->TOPO);
  return v;
```

```
float A = pop(pilha1); Pilhas
```









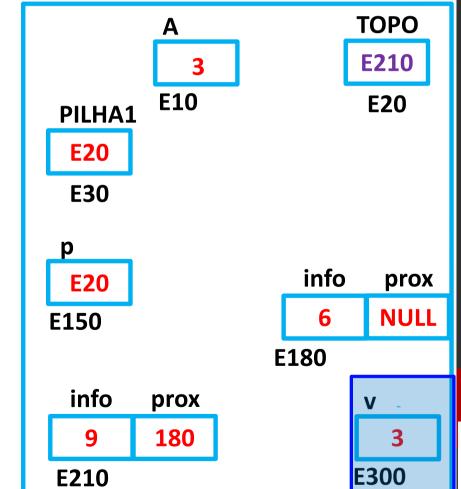
```
/* função auxiliar: retira no início */
No* ret_ini (No* I)
{
No* p = I->prox;
free(I);
return p;
}
```

```
float pop (Pilha* p)
  float v;
  if (vazia(p))
     printf("Pilha vazia.\n");
     exit(1); /* aborta programa
  v = p->TOPO->info;
  p->TOPO = ret_ini(p->TOPO);
  return v;
```

```
float A = pop(pilha1); Pilhas

A função pop()
```



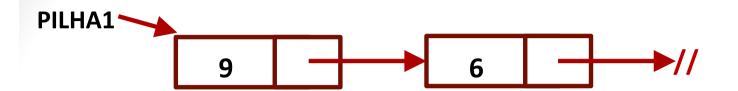




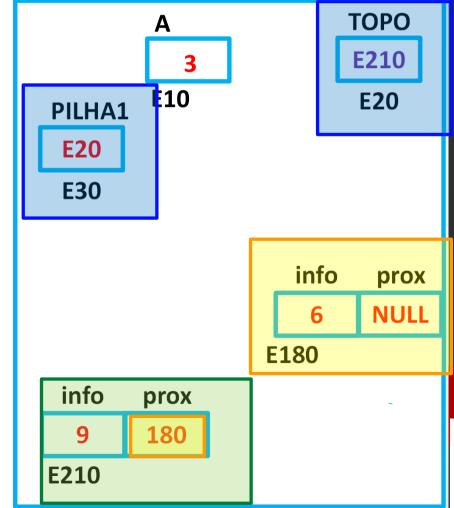




# Pilhas















#### Exercícios

Dada as seguintes Estruturas e Funções / Procedimentos

```
typedef struct no
{

int info;

struct no *p;

} No;
```

```
typedef struct pilha
{
    struct no *Topo;
} Pilha;
```

### **FUNÇÕES / PROCEDIMENTOS:**

```
Pilha * <u>cria();</u>
push(Pilha *, int);
int pop(Pilha *);
```

#### Pede-se:

- Elabore um procedimento / função que inverta uma pilha
- Elabore um procedimento / função que conte quantos números pares possui uma pilha e retorne esta quantidade
- Elabore um procedimento / função que apague a informação 15 de uma pilha se ela existir

