UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

PROJETO DE CIRCUITOS FOTÔNICOS EM SILÍCIO

Professor: Adolfo Herbster
Aluno: Caio Rodrigues Correia de Oliveira

Lista de exercícios: Guia slab assimétrico e método TMM

16 de fevereiro de 2022

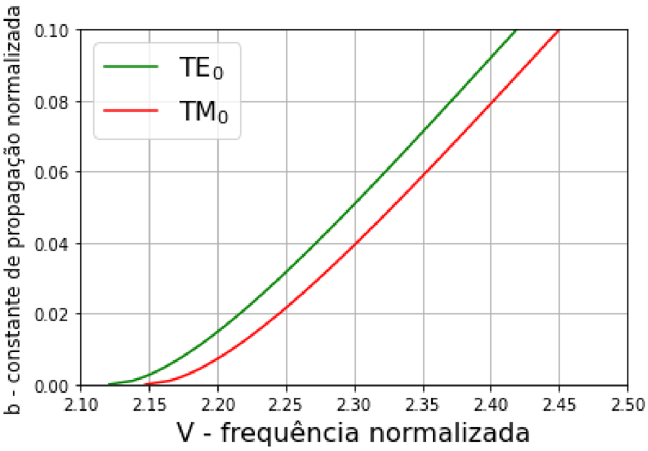
Campina grande, PB

Pasta do exercício:

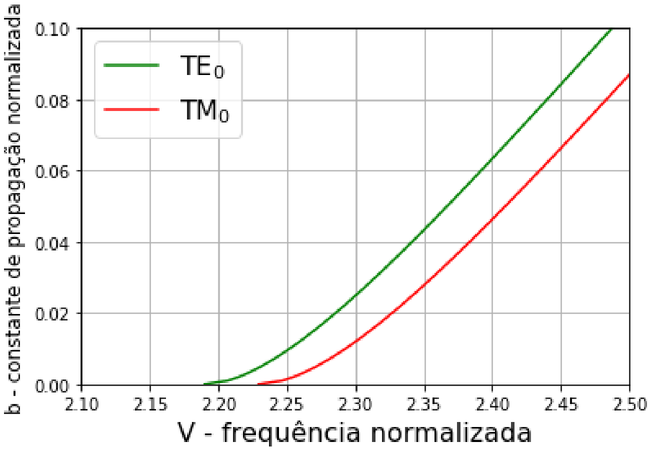
[TEEE-2021.1/Subject Exercises/Exercício 02 (Github.com)]

1. **Qual o modo fundamental em um guia slab assimétrico: TM_0 ou TE_0? Justifique sua resposta graficamente.**

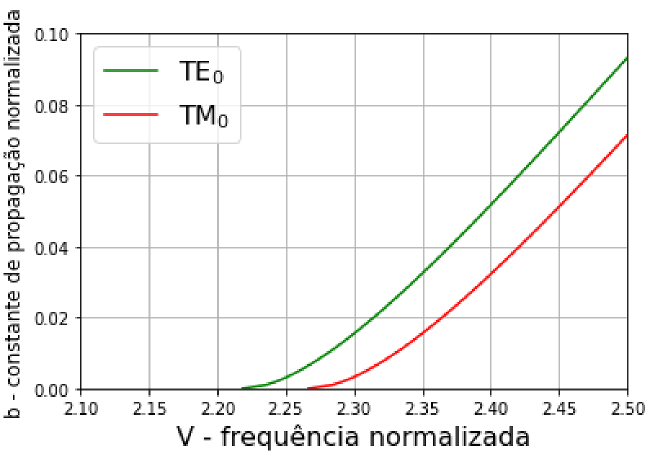
Para a determinação do modo fundamental para um guia slab assimétrico, foram dispostos 4 slabs diferentes, com um índice da casca cada vez menor. Assim é afirmável que o modo TE é modo fundamental para esse guia, pois é o primeiro a aparecer como solução ao passo do aumento da frequência normalizada.



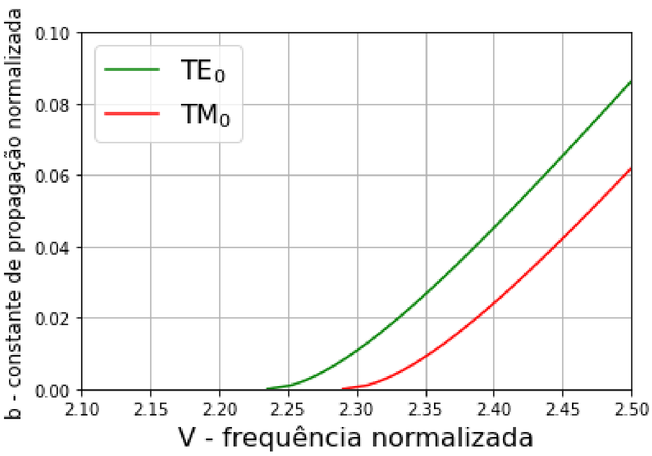
(nf, ns, nc) = (1.5, 1.48, 1.4)



(nf, ns, nc) = (1.5, 1.48, 1.3)



(nf, ns, nc) = (1.5, 1.48, 1.2)



(nf, ns, nc) = (1.5, 1.48, 1.1)

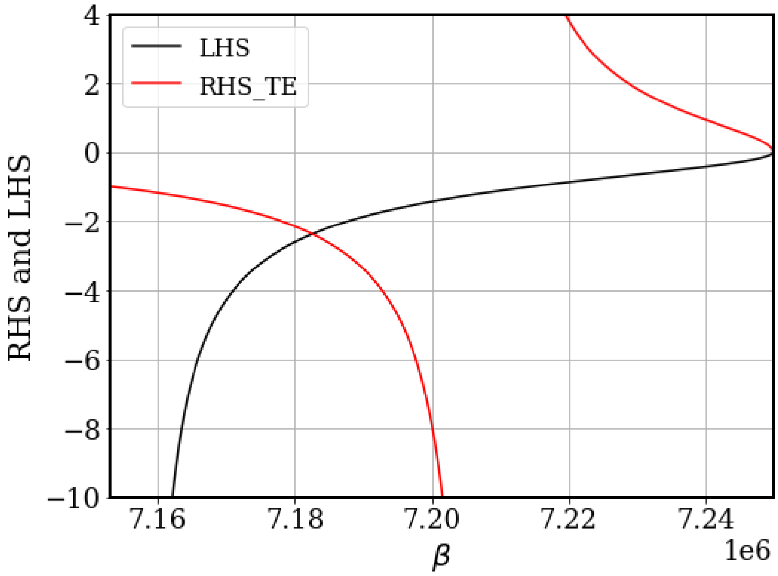
2. **Considere um guia slab assimétrico, cujo índice de refração do núcleo é igual a 1,5 (n_{cr}), o índice do substrato é 1,48 (n_s) e o índice da casca é igual a 1,0 (n_{cl}). A espessura do núcleo é igual a h = 2 μm. O comprimento de onda do sinal é 1300 nm. Para os modos TE, determine:**

a) **Qual os limites permitidos para β neste guia de onda?**
Como $\beta = K_0 \cdot n_{eff}$, determinando os limites superior e inferior de n_{eff}, no qual é nf (máximo) e ns (mínimo) temos que:
$\beta_{min} = 7249829{,}201$
$\beta_{max} = 7153164{,}811$

b) **Qual a abertura numérica para este guia de onda?**
Na = 0.24413

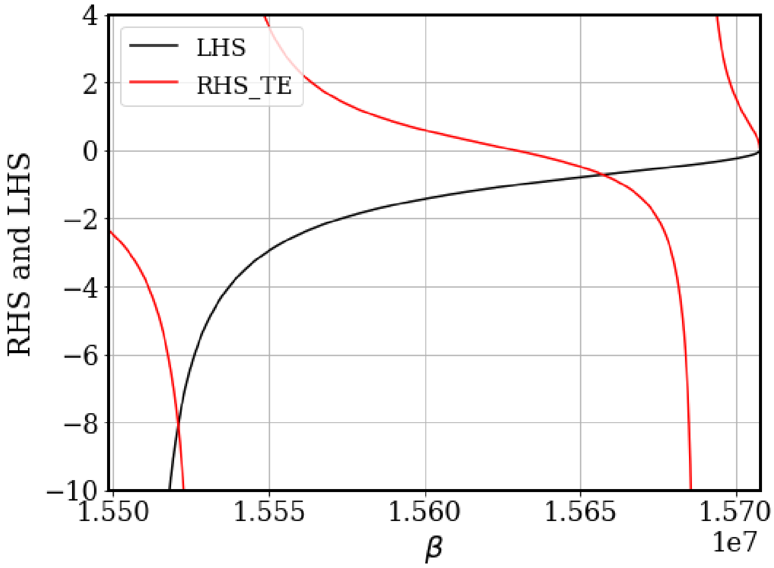
c) **Numericamente ou graficamente, determine os valores de β e K_x para h = 2 μm.**

$\beta = 7{,}182*10^6$
K_f = 989393,47 ; K_s = 642928,60j ; K_c = -5312354,81j



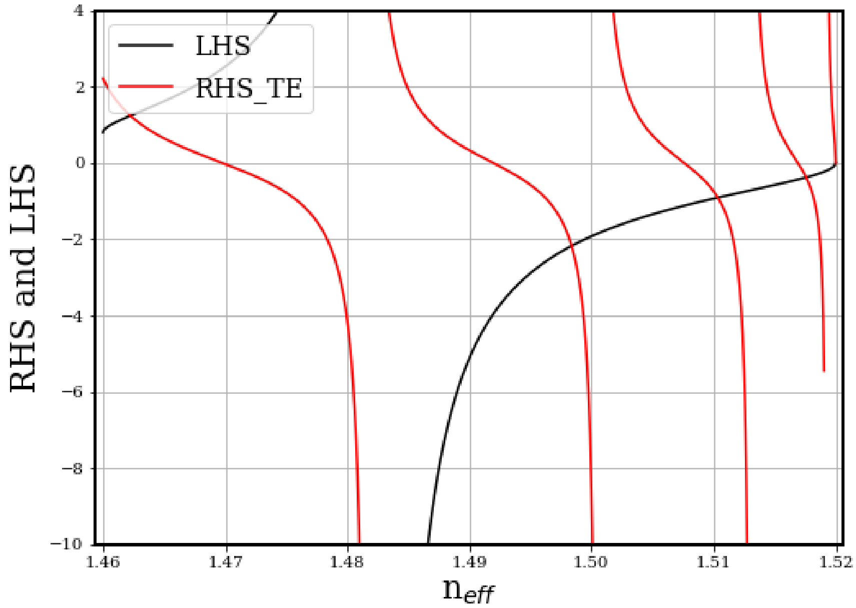
d) **Quantos modos TE haverá no guia de onda se o comprimento de onda for 600 nm?**

Percebe-se duas soluções TE



3. Considere um guia slab assimétrico com parâmetros: n_{cr} = 1,52; n_s = 1,46; n_{cl} = 1,42; λ = 1550 μm e altura do núcleo de h = 8 μm. Considerando os modos TE determine:

a) O índice efetivo;



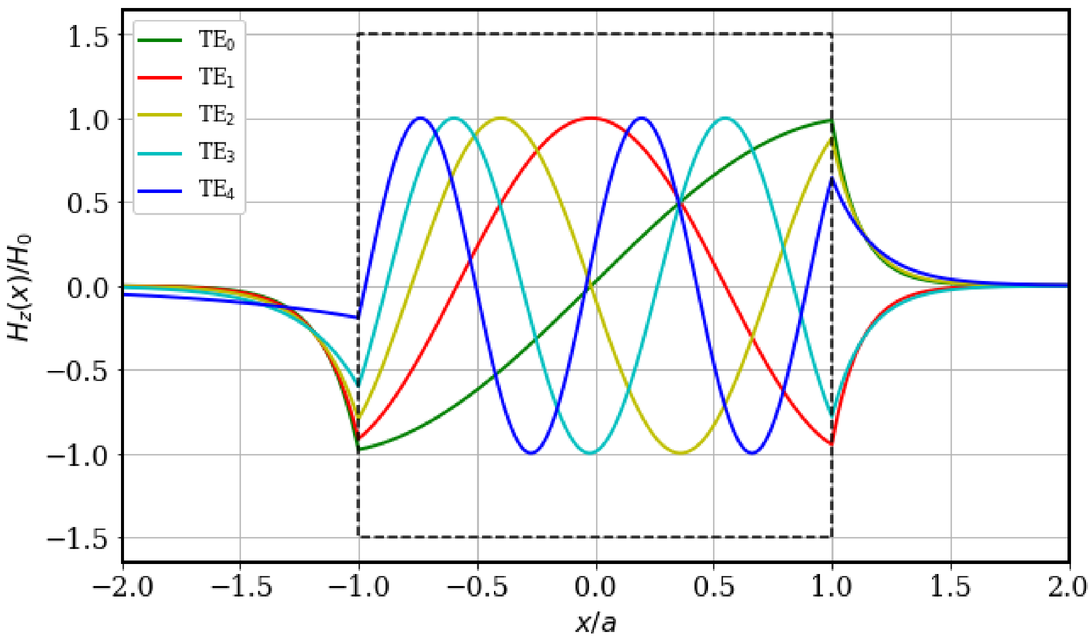
Observando o gráfico, percebe-se que há 5 soluções de modo TE. Assim, extraindo os seus índices efetivos (para os modos TE_0, TE_1, TE_2, TE_3, TE_4, respectivamente):

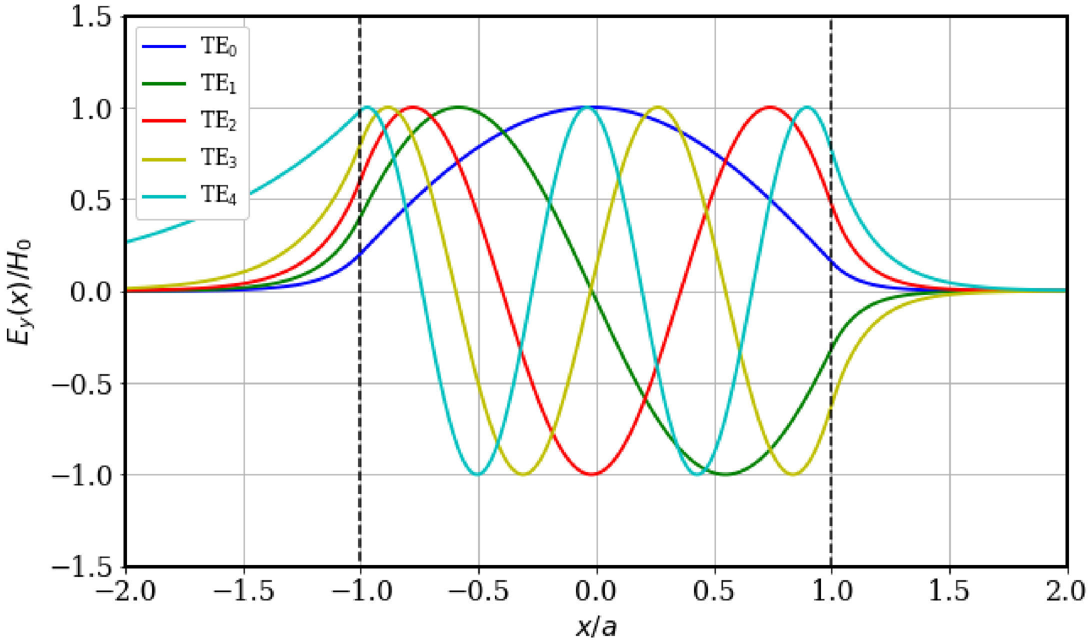
n_{eff} = {1.462, 1.498, 1.511, 1.517, 1.519}

b) O índice de grupo;

n_g = {1.475, 1.520, 1.527, 1.528, 1.525}

c) A distribuição espacial dos campos E_y e H_z, normalizados para amplitude máxima unitária.





TE0
TE1
TE2
TE3
TE4
1.5
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
$E_y(x)/H_0$
−2.0
−1.5
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
x/a

4. Considerando um guia slab assimétrico, determine a equação característica para o modo TM. É sugerido iniciar com o campo H_y e resolver a equação de onda correspondente. Ao final apresente as expressões dos campos H_y e E_z.

as equações das componentes do campo são dadas no modo por

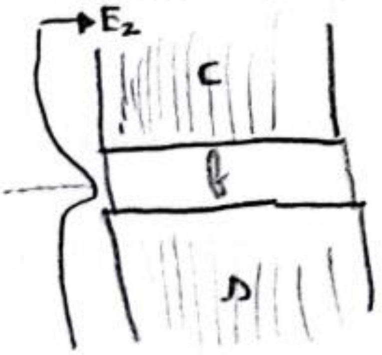
$$\begin{cases} \dfrac{d^2E_z}{dx^2} + K_i^2 \cdot E_z = 0 \\ E_x = -j\dfrac{\beta}{K_i^2}\dfrac{dE_z}{dx} \\ H_y = -j\dfrac{\omega \cdot \epsilon}{K_i^2}\dfrac{dE_z}{dx} \end{cases}$$

Sabendo que há três dielétricos distintos, E_z pode ser representado em cada região como:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2E_z}{dx^2} - \alpha_c^2 E_z = 0, & x \geq a \\ \dfrac{d^2E_z}{dx^2} + K_f^2 E_z = 0, & |x| \leq a \\ \dfrac{d^2E_z}{dx^2} - \alpha_s^2 E_z = 0, & x \leq -a \end{cases}$$

onde $K_c = -j\alpha_c$ e $K_s = j\alpha_s$

$E_z(x)$ deve satisfazer as condições de fronteira de forma a aumentar o confinamento do campo:



$$E_z = \begin{cases} A e^{-\alpha_c x}, & x > a \\ B\cos(K_f x) + C\,\mathrm{Sen}(K_f x) & |x| \leq a \\ D e^{\alpha_s x} & x \leq -a \end{cases}$$

assim utilizando as condições de fronteira:

$$E_z(x) = E_0 \begin{cases} \operatorname{sen}(K_f \cdot a + \phi)\, e^{-\alpha_c (x-a)}, & x \geq a \\ \operatorname{sen}(K_f \cdot x + \phi), & |x| \leq a \\ -\operatorname{sen}(K_f a - \phi)\, e^{\alpha_s (x+a)}, & x \leq -a \end{cases}$$

e com isso, determina-se H_y e E_x como

$$H_y(x) = -j E_0 \omega \begin{cases} \dfrac{n_c^2}{\alpha_c} \operatorname{sen}(K_f a + \phi)\, e^{-\alpha_c (x-a)}, & x \geq a \\ \dfrac{n_f^2}{K_f} \cos(K_f x + \phi) & |x| \leq a \\ \dfrac{n_s^2}{\alpha_s} \operatorname{sen}(K_f a - \phi)\, e^{\alpha_s (x+a)} & x \leq -a \end{cases}$$

$$E_x(x) = -j E_0 \beta \begin{cases} \dfrac{1}{\alpha_c} \operatorname{sen}(K_f a + \phi)\, e^{-\alpha_c (x-a)}, & x \geq a \\ \dfrac{1}{K_f} \cos(K_f x + \phi), & |x| \leq a \\ \dfrac{1}{\alpha_s} \operatorname{sen}(K_f a - \phi)\, e^{\alpha_s (x+a)}, & x \leq -a \end{cases}$$

Sabe-se que E_x é normal à fronteira, assim como H_y é tangencial. Aplicando as condições de fronteira em H_y, tem-se que $H_{y_1} = H_{y_2}$:

$$\begin{cases} \dfrac{n_c^2}{\alpha_c} \operatorname{sen}(K_f a + \phi) = \dfrac{n_f^2}{K_f} \cos(K_f a + \phi) \\ \dfrac{n_s^2}{\alpha_s} \operatorname{sen}(K_f a - \phi) = \dfrac{n_f^2}{K_f} \cos(K_f \cdot a - \phi) \end{cases}$$

O que implica em

$$\begin{cases} \tan(k_f \cdot a + \phi) = \dfrac{\alpha_c}{k_f}\left(\dfrac{m_f}{m_c}\right)^2 \\ \tan(k_f \cdot a - \phi) = \dfrac{\alpha_s}{k_f}\left(\dfrac{m_f}{m_s}\right)^2 \end{cases}$$

Chamando $\left(\frac{m_f}{m_c}\right)^2$ de p_c e $\left(\frac{m_f}{m_s}\right)^2$ de p_s, aplicando a tangente inversa em ambas as equações:

$$\begin{cases} k_f \cdot a + \phi = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{\alpha_c\, p_c}{k_f}\right) + m\pi \\ k_f \cdot a - \phi = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{p_s \cdot \alpha_s}{k_f}\right) \end{cases}$$

assim:

$$2k_f a = m\pi + \operatorname{arctg}\left(\frac{\alpha_c\, p_c}{k_f}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{p_s \cdot \alpha_s}{k_f}\right)$$

e

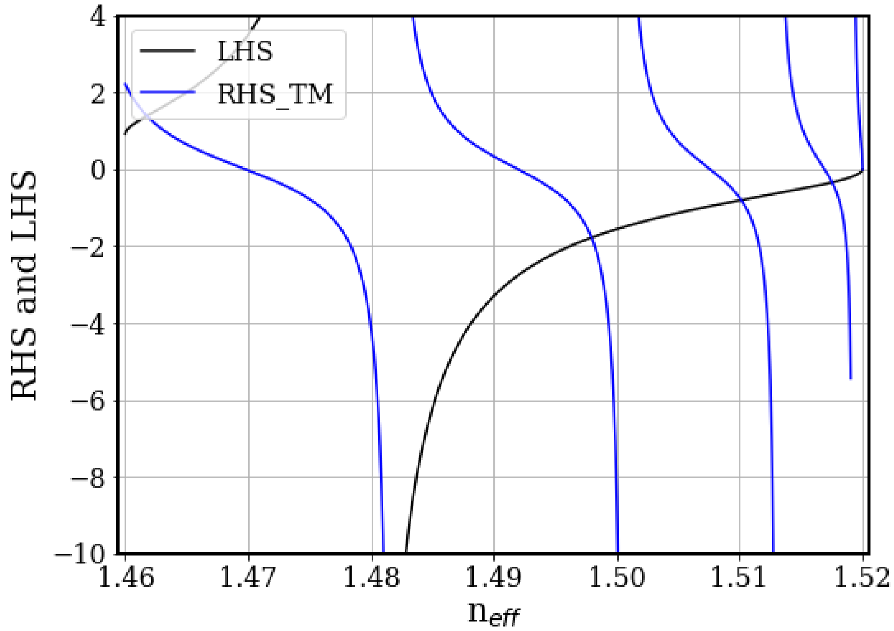
$$2\phi = m\pi + \operatorname{arctg}\left(\frac{\alpha_c \cdot p_c}{k_f}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{p_s \cdot \alpha_s}{k_f}\right)$$

pela primeira equação, aplicando tangente e simplificando:

$$\boxed{\operatorname{tg}(2k_f a) = \frac{k_f(p_s \cdot \alpha_s + p_c \cdot \alpha_c)}{k_f^2 - p_s \cdot p_c \cdot \alpha_c \cdot \alpha_s}}$$

5. **Considere um guia slab assimétrico com parâmetros: n_{cr} = 1,52; n_s = 1,46; n_{cl} = 1,42; λ = 1550 μm e altura do núcleo de h = 8 μm. Considerando os modos TM determine:**

a) O índice efetivo;



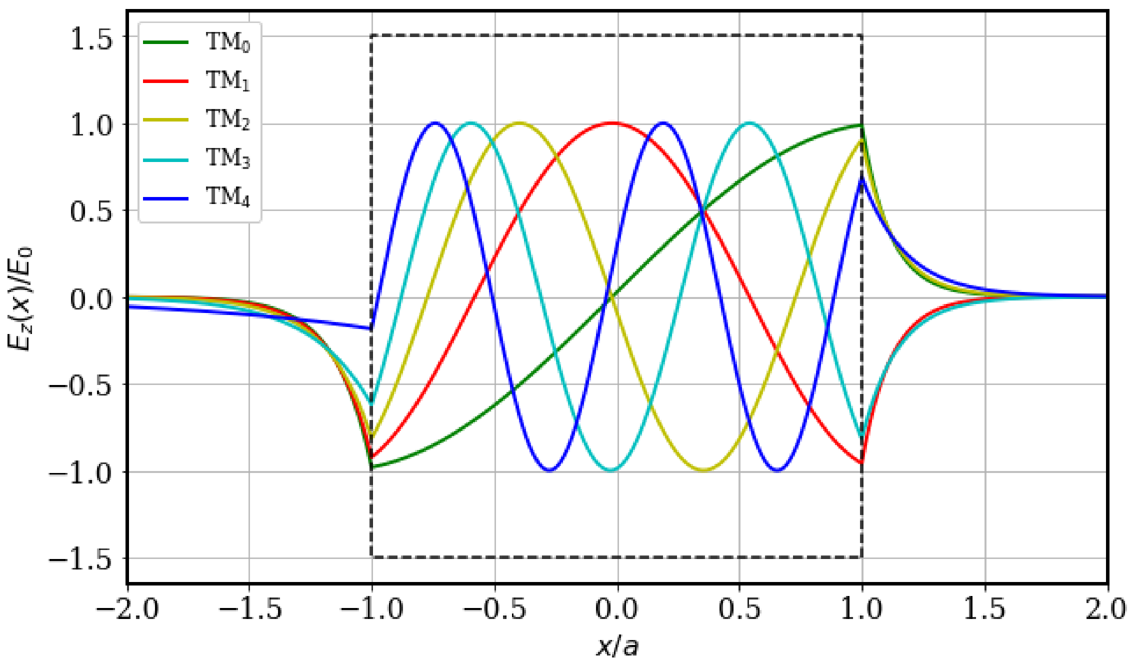
Observando o gráfico, percebe-se que há 5 soluções de modo TM. Assim, extraindo os seus índices efetivos (para os modos TM_0, TM_1, TM_2, TM_3, TM_4, respectivamente):

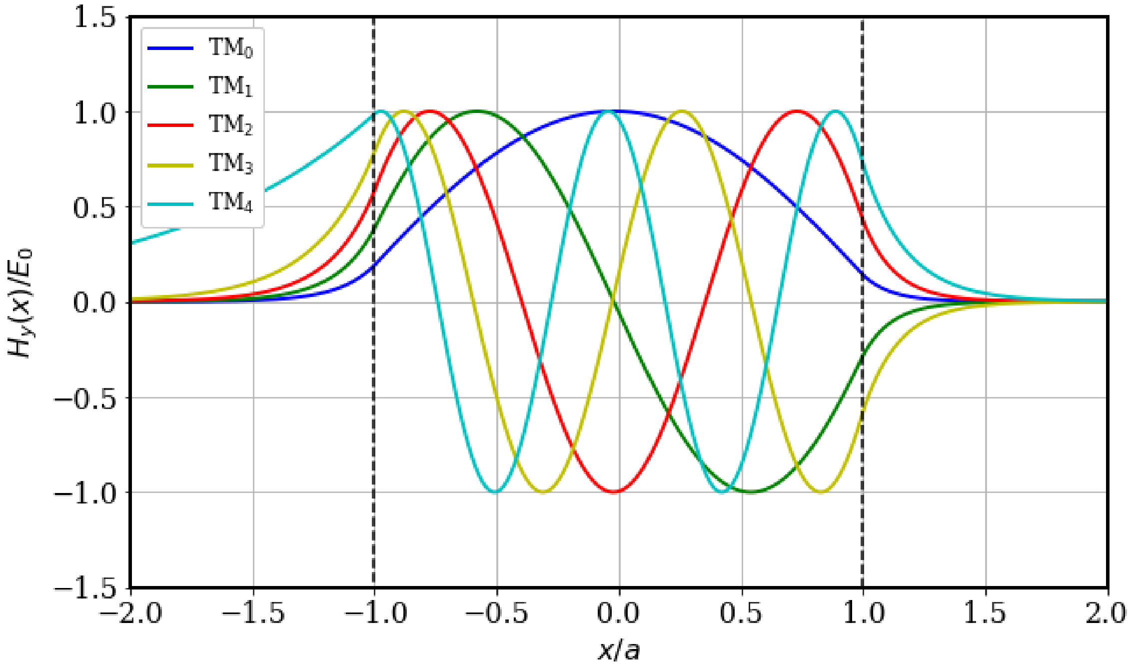
n_{eff} = {1.4615, 1.497, 1.51, 1.517, 1.519}

b) O índice de grupo;

n_g = {1.474, 1.520, 1.527, 1.528, 1.525}

c) **a distribuição espacial dos campos H_y e E_z, normalizados para amplitude máxima unitária.**





TM$_0$
TM$_1$
TM$_2$
TM$_3$
TM$_4$
$H_y(x)/E_0$
x/a
1.5
1.0
0.5
0.0
−0.5
−1.0
−1.5
−2.0
−1.5
−1.0
−0.5
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0

6. **Para os modos TM e TE, calcule a faixa de valores de comprimentos de onda que possibilita a operação monomodo do guia, para as seguintes condições:**

a) **Guia slab em LiNbO3 (índice de refração ordinário): Considere um guia de ondas slab assimétrico com parâmetros: n_{cr} = 2,24; n_s = 2,23; n_{cl} = 1; e espessura do núcleo h = 2 μm.**

Para modos TE:

$$m-1 = \text{floor}\left(\frac{2V - \arctan(\sqrt{\delta})}{\pi}\right)$$

sendo "m" o número de modos. Assim, se $V = K_0 \cdot a \cdot \sqrt{n_f^2 - n_s^2}$ e $\delta = \frac{n_s^2 - n_c^2}{n_f^2 - n_s^2}$, tem-se que $\delta = 88,879$ e $V = \frac{1,328 \cdot 10^{-6}}{\lambda}$

logo:

$$m-1 = \text{floor}\left(\frac{8,457 \cdot 10^{-7}}{\lambda} - 0,496\right)$$

para monomodo, $m=1$, logo $\frac{8,457 \cdot 10^{-7}}{\lambda} - 0,496 \leq 0$

$\Rightarrow \boxed{\lambda_0 = 1,81 \cdot 10^{-6}\ m}$

Para modos TM:

$$m-1 = \text{floor}\left(\frac{2V - \arctan(P_c\sqrt{\delta})}{\pi}\right)$$

de mesmo modo, resolvendo, $\boxed{\lambda_0 = 1,71 \cdot 10^{-6}\ m}$

Para calcular o limite superior, faz-se uso da frequência de corte (arrumando corretamente o P_c)

$$f_c^1 = \frac{\arctan(P_c\sqrt{\delta}) + 1\pi}{4\pi a \sqrt{n_f^2 - n_s^2}}$$, sabendo que $\lambda_c^1 = \frac{1}{f_c^1}$

assim para TE → $\boxed{\lambda_1 = 0,576 \cdot 10^{-6}\ m}$

para TM → $\boxed{\lambda_1 = 0,566 \cdot 10^{-6}\ m}$

b) **Guia slab em silício: Considere um guia de ondas slab assimétrico com parâmetros: n_{cr} = 3,48; n_s = 1,46; n_{cl} = 1; e espessura do núcleo de h = 0,22 μm.**

Repetindo o processo do item passado:

para TE $\rightarrow$ $\boxed{\lambda_0 = 1,344 \cdot 10^{-5}\ m}$ $\boxed{\lambda_1 = 1,2596 \cdot 10^{-6}\ m}$

para TM $\rightarrow$ $\boxed{\lambda_0 = 3,282 \cdot 10^{-6}\ m}$ $\boxed{\lambda_1 \doteq 0,976 \cdot 10^{-6}\ m}$

7. **A partir do método TMM (*Transmission Matrix Method*), determine a equação característica dos modos TE e TM de um guia slab assimétrico formado por três dielétricos (duas interfaces).**

(Em estudo)