1

Um disco de metal é aquecido e seu raio cresce de acordo com a função $r = r(t) = 3 + 2t^2$ cm, em que t representa o tempo em segundos.

Marque a alternativa correta.

Escolha uma opção:

- a. A taxa de variação da área do disco no instante t é $2\pi t(3+t^2)$
- b. A taxa de variação da circunferência no instante t é $2\pi t^2$
- c. Em $t = 2$ a área do disco cresce a uma taxa de $176\pi\, cm^2/s$
- d. Em $t = 2$ a circunferência cresce a uma taxa de $12\pi\, cm^2/s$

d) $C = 2\pi r \Rightarrow C(t) = 2\pi(3+2t^2)$

$C'(t) = 8\pi t \Rightarrow C'(2) = 16\pi$.

c) $A = \pi r^2 \Rightarrow A(t) = \pi(3+2t^2)^2$

$\Rightarrow A'(t) = 2\pi(3+2t^2)\cdot 4t = $
$= 8\pi t(3+2t^2)$.

$A'(2) = 8\cdot\pi\cdot 2(3+2\cdot 2^2) = 176\pi$

a) De c) temos $A'(t) = 8\pi t(3+2t^2)$.

b) De d) temos $C'(t) = 8\pi t$.

2

Suponha que o tempo de decodificação T que um algoritmo leva para decodificar um sinal emitido por uma fonte situada a uma distância x da origem da reta real é dado por $T = Cx^4$, em que C é uma constante.

O que podemos afirmar?

Escolha uma opção:

- a. Se a distância da fonte à origem cresce linearmente com o tempo t, então a taxa de variação do tempo de decodificação em relação à t é proporcional à t^4.
- b. Se a fonte fica 5% mais longe da origem, então o tempo de codificação aumenta de 30%.
- c. A taxa de variação de T é $4C$ quando $x = 2$.
- d. Se a fonte fica 5% mais perto da origem, então o tempo para a decodificação diminui de 20%.

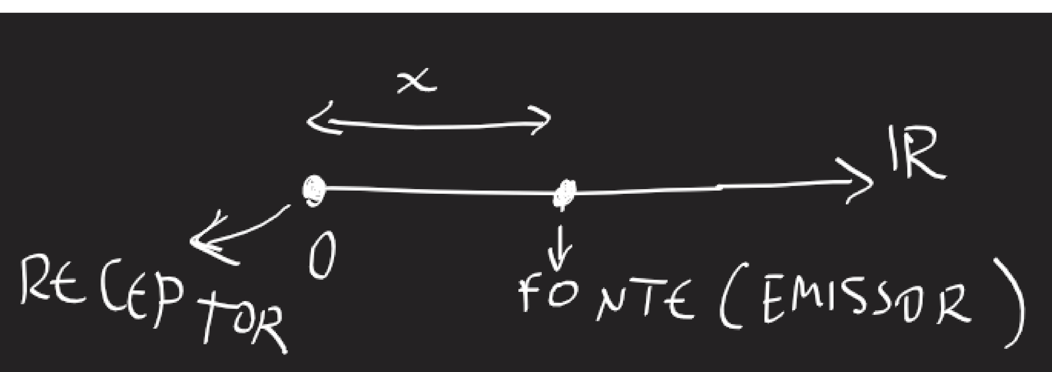
a) $x = at + b$, $a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow T(t) = c(at+b)^4 \Rightarrow$

$\Rightarrow T'(t) = 4ac(at+b)^3 \rightarrow$ cresce com t^3.

b) $dT = 4cx^3\,dx \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{dT}{T} = \dfrac{4cx^3\,dx}{cx^4} = 4\dfrac{dx}{x} \Rightarrow$



SE A DISTÂNCIA À O AUMENTA (DIMINUI) DE 5%, ENTÃO T AUMENTA (DIMINUI) DE $4 \times 5\% = 20\%$.

c) $T'(x) = 4Cx^3$

$T'(2) = 32C$

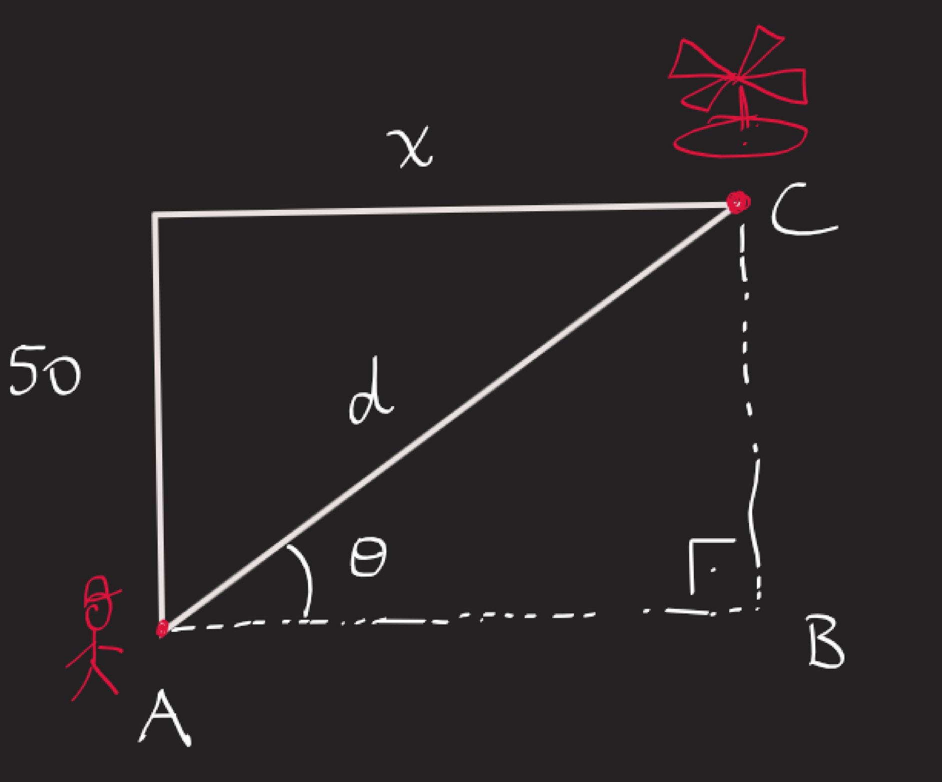
d) VEJA b)

3

Um estudante parado na porta do ICEB vê um drone voando horizontalmente à $50\, m$ acima do solo com a velocidade de $2\, m/s$. Quando a distância entre o estudante e o drone for de $100\, m$, qual será a taxa que decresce o ângulo entre o segmento de reta que conecta o estudante ao drone e a horizontal?

Digite a taxa encontrada com duas casas decimais.

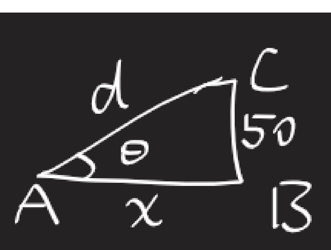
Resposta: – 0,01



$x'(t) = 2$, $d = 100$

$\theta'(t)$?

$\Rightarrow$



$\Rightarrow \cot\theta = \dfrac{x}{50} \Rightarrow x = 50\cot\theta \Rightarrow$

$\Rightarrow x'(t) = -50\csc^2\theta\,\dfrac{d\theta}{dt} \Rightarrow \theta'(t) = -\dfrac{x'\sin^2\theta}{50}$ (*).

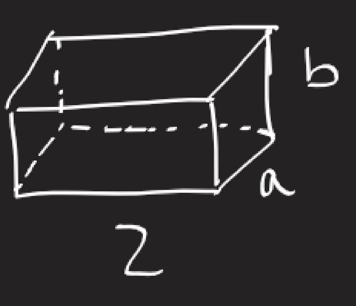
$x' = 2$ e $d = 100$ temos $\sin\theta = \dfrac{50}{d} = \dfrac{50}{100} = \dfrac{1}{2}$. De (*), temos $\theta' = -\dfrac{2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2}{50} = -0{,}01\ \dfrac{rad}{s}$.

4

Uma fábrica de eletrônicos tem que produzir pequenas peças em forma de uma caixa retangular com $2\, cm$ de comprimento e $3cm^3$ de volume. Quais as dimensões da caixa para que o gasto com material seja o menor possível?

Digite abaixo o valor aproximado, em cm e com duas casas decimais, da altura da peça.

1,22.



$$\begin{cases} 2ab = 3 \\ A = 2(2a + ab + 2b) \end{cases}$$

$\Rightarrow A(a) = 4a + 3 + \dfrac{6}{a}$ tem UM MÍNIMO ABSOLUTO EM $a_{min} = \sqrt{\frac{3}{2}}$ e $b_{min} = \sqrt{\frac{3}{2}} \approx 1{,}22$ cm.