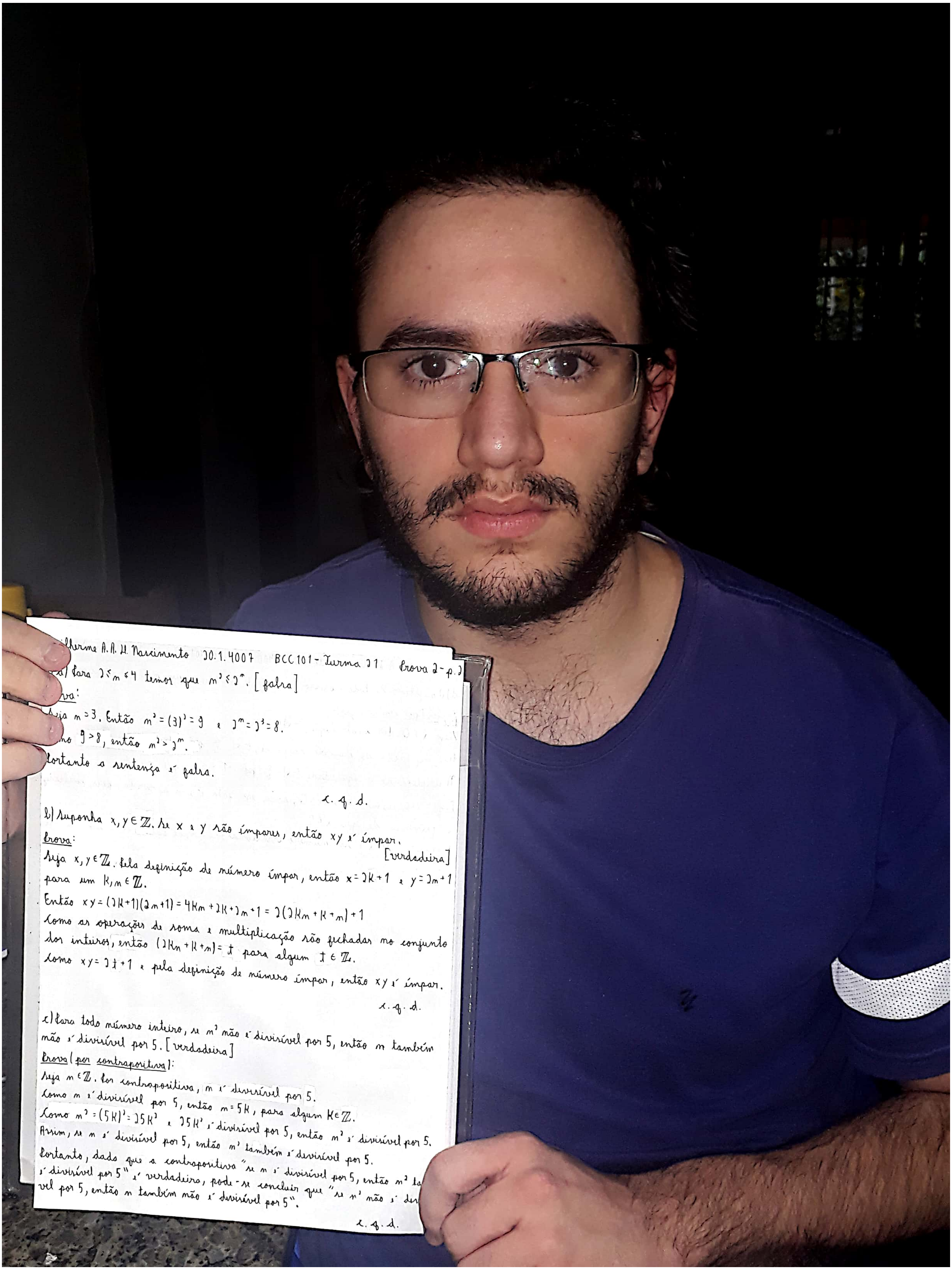

…lherme A. A. H. Nascimento 20.1.4007 BCC101 - Turma 21 Prova 2 - p.2

…a) Para $2 \leq n \leq 4$ temos que $n^2 \leq 2^n$. [falsa]

…va:

…ja $n = 3$. Então $n^2 = (3)^2 = 9$ e $2^n = 2^3 = 8$.

…mo $9 > 8$, então $n^2 > 2^n$.

Portanto a sentença é falsa.

c. q. d.

b) Suponha $x, y \in \mathbb{Z}$. Se x e y são ímpares, então xy é ímpar. [verdadeira]

Prova:

Seja $x, y \in \mathbb{Z}$. Pela definição de número ímpar, então $x = 2k + 1$ e $y = 2m + 1$ para um $k, m \in \mathbb{Z}$.

Então $xy = (2k+1)(2m+1) = 4km + 2k + 2m + 1 = 2(2km + k + m) + 1$

Como as operações de soma e multiplicação são fechadas no conjunto dos inteiros, então $(2kn + k + n) = t$ para algum $t \in \mathbb{Z}$.

Como $xy = 2t + 1$ e pela definição de número ímpar, então xy é ímpar.

c. q. d.

c) Para todo número inteiro, se n^2 não é divisível por 5, então n também não é divisível por 5. [verdadeira]

Prova (por contrapositiva):

Seja $n \in \mathbb{Z}$. Por contrapositiva, n é divisível por 5.

Como n é divisível por 5, então $n = 5k$, para algum $k \in \mathbb{Z}$.

Como $n^2 = (5k)^2 = 25k^2$ e $25k^2$ é divisível por 5, então n^2 é divisível por 5.

Assim, se n é divisível por 5, então n^2 também é divisível por 5.

Portanto, dado que a contrapositiva "se n é divisível por 5, então n^2 ta… é divisível por 5" é verdadeira, pode-se concluir que "se n^2 não é divi…vel por 5, então n também não é divisível por 5".

c. q. d.

Guilherme A. A. H. Nascimento 20.1.4007 BCC101 - Turma 21 Prova 2 - p. 2

1) a) Para $2 \leq n \leq 4$ temos que $n^2 \leq 2^n$. [falsa]

Prova:

Seja $n = 3$. Então $n^2 = (3)^2 = 9$ e $2^n = 2^3 = 8$.

Como $9 > 8$, então $n^2 > 2^n$.

Portanto a sentença é falsa.

c. q. d.

b) Suponha $x, y \in \mathbb{Z}$. Se x e y são ímpares, então xy é ímpar.
[verdadeira]

Prova:

Seja $x, y \in \mathbb{Z}$. Pela definição de número ímpar, então $x = 2k+1$ e $y = 2m+1$ para um $k, m \in \mathbb{Z}$.

Então $xy = (2k+1)(2m+1) = 4km + 2k + 2m + 1 = 2(2km + k + m) + 1$

Como as operações de soma e multiplicação são fechadas no conjunto dos inteiros, então $(2km + k + m) = t$ para algum $t \in \mathbb{Z}$.

Como $xy = 2t + 1$ e pela definição de número ímpar, então xy é ímpar.

c. q. d.

c) Para todo número inteiro, se n^2 não é divisível por 5, então n também não é divisível por 5. [verdadeira]

Prova (por contrapositiva):

Seja $n \in \mathbb{Z}$. Por contrapositiva, n é divisível por 5.

Como n é divisível por 5, então $n = 5k$, para algum $k \in \mathbb{Z}$.

Como $n^2 = (5k)^2 = 25k^2$ e $25k^2$ é divisível por 5, então n^2 é divisível por 5.

Assim, se n é divisível por 5, então n^2 também é divisível por 5.

Portanto, dada que a contrapositiva "se n é divisível por 5, então n^2 também é divisível por 5" é verdadeira, pode-se concluir que "se n^2 não é divisível por 5, então n também não é divisível por 5".

c. q. d.

Guilherme A. A. H. Nascimento 20.1.4007 BCC101 - Turma 21 Prova 2 - p. 2

d) O negativo de todo número irracional também é um número irracional.

[verdadeira]

Prova (por contradição):

Seja $x \notin \mathbb{Q}$. Por contradição, $(-x) \in \mathbb{Q}$.

Pela definição de número racional, $(-x) = \frac{a}{b}$ para algum $a, b \in \mathbb{Z}$.

Multiplicando a igualdade $(-x) = \frac{a}{b}$ por -1, temos que $x = -\frac{a}{b}$.

Logo, concluímos que $x \in \mathbb{Q}$, mas esse fato é um absurdo, pois contradiz a premissa de que $x \notin \mathbb{Q}$.

Portanto, o negativo de todo número irracional também é um número irracional.

c.q.d.