Guilherme A. A. W. Nascimento 20.1.4007 Turma 21 BCC101 semana 7

1) Se $n = 25, 100$ ou 169, então n é um quadrado perfeito e é a soma de dois quadrados perfeitos. [verdadeiro]

Prova:

n	quadrado perfeito	soma de dois quadrados perfeito
25	$25 = 5^2$	$25 = 16 + 9 = 4^2 + 3^2$
100	$100 = 10^2$	$100 = 36 + 64 = 6^2 + 8^2$
169	$169 = 13^2$	$169 = 144 + 25 = 12^2 + 5^2$

2) Se n for um inteiro par tal que $4 \leq n \leq 12$, então n será uma soma de dois números primos. [verdadeiro]

n	soma de dois números primos
4	$4 = 2 + 2$
6	$6 = 3 + 3$
8	$8 = 5 + 3$
10	$10 = 5 + 5 = 7 + 3$
12	$12 = 5 + 7$

3) Verifique se é verdade que para todo $n \in \mathbb{Z}$, se n é ímpar então $3n + 9$ é ímpar. [falso]

Prova:

Seja n um inteiro ímpar. Então pela definição de número ímpar, $n = 2k + 1$ para algum $k \in \mathbb{Z}$.

Substituindo na operação $3n + 9 = 3(2k+1) + 9 = 6k + 3 + 9 = 6k + 12 = 2(3k+6)$

As operações da soma e multiplicação são fechadas nos números inteiros, então segue que $3k + 6 = t \in \mathbb{Z}$. Assim, da definição de número par e do resultado $3n + 9 = 2t$, pode-se concluir que $3n + 9$ é par.

■

Guilherme A. A. H. Nascimento 20.1.4007 Turma 21 BCC101 semana 7

4) Sejam $a, b \in \mathbb{R}$. Se $0 \leq a < b$ então $a^2 < b^2$.

Prova:

Se $0 \leq a < b$, então $0 \leq a$ e $0 < b$. Logo $(a-b) < 0$ e $(a+b) > 0$.

Multiplicando os dois lados da expressão $(a-b) < 0$ por $(a+b)$ temos que $(a-b)\cdot(a+b) < 0\cdot(a+b)$.

Resolvendo $(a-b)(a+b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$.

Resolvendo $0\cdot(a+b) = 0$.

Logo $(a-b)\cdot(a+b) < 0\cdot(a+b) \Rightarrow a^2 - b^2 < 0 \Rightarrow a^2 < b^2$.

c. q. d.