Guilherme A. A. U. Nascimento 20.1.4007 BCC 101- Turma 21 Prova 3

Questão 4:

Prove que, para todo número natural $n \geq 5$, $2^n > n^2$

Prova por indução forte:

Passo Base: $n = 5$ $2^5 > 5^2 \Rightarrow 32 > 25$, Logo, $P(5)$ é verdadeira.

Hipótese Indutiva: suponha que para um $r \in \mathbb{N}$, com $5 \leq r \leq K$, $P(r)$ é verdadeira

Passo Indutivo: provar $P(K+1)$

$2^{K+1} > (K+1)^2$

$2^K \cdot 2 > K^2 + 2K + 1$ pelo H. I. $2^K > K^2$, então $2^K \cdot 2 > K^2$ e

$K^2 + 2K + 1 > K^2$

Como $2^{K+1} > K^2$ e $2^{K+1} > K^2 + 2K + 1$ e $K^2 + 2K + 1 > K^2$, temos que $2^{K+1} > K^2 + 2K + 1 > K^2$, portanto $2^{K+1} > K^2$.

c. q. d.