

Questão 5: $\alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Prova por indução forte:

Carro Base: $n=3$ $F(3)=2$ $\alpha^{3-1} = \alpha^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1,61$ $2 > 1,61$ Logo, $P(3)$ é verdadeiro.

Hipótese Indutiva: para algum $n \in \mathbb{N}$, com $3 \leq n \leq k$, $P(n)$ é verdadeiro.
 $F(n) > \alpha^{n-1}$

Carro Indutivo: provar $P(k+1)$

$$F(k+1) > \alpha^{(k+1)-2} = \alpha^{k-1}$$

$$F(k) + F(k-1) > \alpha^{k-2} \cdot \alpha$$

pela H.I. $F(k) > \alpha^{k-2}$, então

$$F(k) + F(k-1) > \alpha^{k-2}$$

$$F(k) + F(k-1) > \alpha$$

Como $F(k) + F(k-1) > \alpha^{k-2}$ e $F(k) + F(k-1) > \alpha$, então $F(k) + F(k-1) > \alpha^{k-2} \cdot \alpha$, portanto

$$F(k+1) > \alpha^{k-1},$$

c. q. d.