

Questão 6:

Prova por indução prova:

Passo Base: $n=1$ $\sum_{i=1}^1 i(i+1) = 1(1+1) = 2$ $\frac{1(1+1)(1+1)}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3} = 2$ Logo, $P(1)$ é verdadeiro

Hipótese Indutiva: para algum $k \in \mathbb{N}$, $P(k)$ é verdadeiro.

Passo Indutivo: provar $P(k+1)$

$$\sum_{i=1}^{k+1} i(i+1) = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$$

$$(k+1)(k+2) + \sum_{i=1}^k i(i+1) = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$$

$$(k+1)(k+2) + \frac{k(k+1)(k+2)}{3} = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} \quad \text{pela H.I.}$$

$$\frac{3(k+1)(k+2) + k(k+1)(k+2)}{3} = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$$

$$\frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3} = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$$

Logo, $P(k+1)$ é verdadeiro.

Portanto, a proposição $P(n)$ é verdadeira para todo $n \geq 1$.

c. q. d.