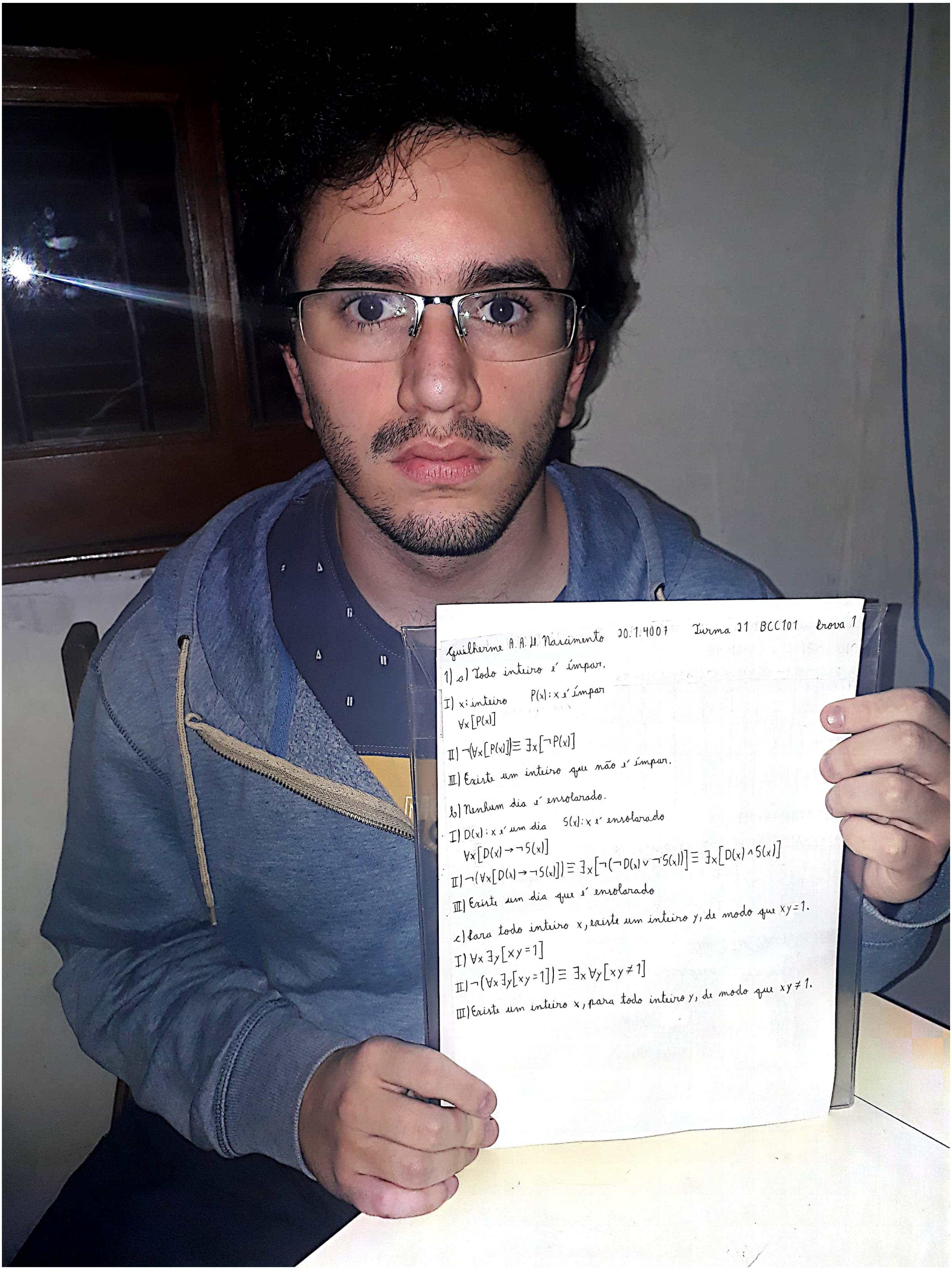
Total = 9,8//


Guilherme A. A. H. Nascimento 20.1.4007 Turma 21 BCC101 Prova 1
1) a) Todo inteiro é ímpar.
I) x: inteiro $P(x)$: x é ímpar
$\forall x [P(x)]$
II) $\neg(\forall x [P(x)]) \equiv \exists x [\neg P(x)]$
III) Existe um inteiro que não é ímpar.
b) Nenhum dia é ensolarado.
I) $D(x)$: x é um dia $S(x)$: x é ensolarado
$\forall x [D(x) \rightarrow \neg S(x)]$
II) $\neg(\forall x [D(x) \rightarrow \neg S(x)]) \equiv \exists x [\neg(\neg D(x) \vee \neg S(x))] \equiv \exists x [D(x) \wedge S(x)]$
III) Existe um dia que é ensolarado
c) Para todo inteiro x, existe um inteiro y, de modo que $xy = 1$.
I) $\forall x \exists y [xy = 1]$
II) $\neg(\forall x \exists y [xy = 1]) \equiv \exists x \forall y [xy \neq 1]$
III) Existe um inteiro x, para todo inteiro y, de modo que $xy \neq 1$.

3,0

Guilherme A. A. H. Narcimento 20.1.4007 Turma 21 BCC101 Prova 1

1,0 1) a) Todo inteiro é ímpar.

I) x: inteiro $P(x)$: x é ímpar

$\forall x [P(x)]$

II) $\neg(\forall x [P(x)]) \equiv \exists x [\neg P(x)]$

III) Existe um inteiro que não é ímpar.

1,0 b) Nenhum dia é ensolarado.

I) $D(x)$: x é um dia $S(x)$: x é ensolarado

$\forall x [D(x) \rightarrow \neg S(x)]$

II) $\neg(\forall x [D(x) \rightarrow \neg S(x)]) \equiv \exists x [\neg(\neg D(x) \vee \neg S(x))] \equiv \exists x [D(x) \wedge S(x)]$

III) Existe um dia que é ensolarado

1,0 c) Para todo inteiro x, existe um inteiro y, de modo que $xy = 1$.

I) $\forall x \exists y [xy = 1]$

II) $\neg(\forall x \exists y [xy = 1]) \equiv \exists x \forall y [xy \neq 1]$

III) Existe um inteiro x, para todo inteiro y, de modo que $xy \neq 1$.

3,0

Guilherme A. A. U. Nascimento 20.1.4007 Turma 21 BCC101 Prova 1

3) a) $B, (B \land C) \rightarrow \neg A, B \rightarrow C \vdash \neg A$

1,0

Prova: 1. B	hip. 1	
2. $(B \land C) \rightarrow \neg A$	hip. 2	
3. $B \rightarrow C$	hip. 3	
4. C	1, 3, {Modus Ponens}	
5. $B \land C$	1, 4, $\{\land I\}$	
6. $\neg A$	5, 2, {Modus Ponens}	

O argumento é válido.

b) $A \rightarrow (B \lor C), \neg C \vdash A \rightarrow B$

1,0

Prova: 1. $A \rightarrow (B \lor C)$	hip. 1
2. $\neg C$	hip. 2
3. $\neg(A \rightarrow B)$	hip. adicional
4. $\neg(\neg A \lor B)$	3, {Implicação}
5. $A \land \neg B$	4, {v-De Morgan}
6. A	5, $\{\land E_e\}$
7. $\neg B$	5, $\{\land E_d\}$
8. $B \lor C$	6, 1, $\{\rightarrow E\}$
9. $\neg C \land \neg B$	2, 7, $\{\land I\}$
10. F	8, 9, $\{\perp I\}$
11. $A \rightarrow B$	3, 10, {RRA}

O argumento é válido

Guilherme A. A. W. Nascimento 20.1.4007 Turma 21 BCC 101 Prova 1

c) $\forall x[S(x) \to \exists y(P(x,y) \wedge T(y))], \exists x[C(x) \wedge S(x)] \vdash \exists x \exists y[C(x) \wedge T(y) \wedge P(x,y)]$

Prova:

1.	$\forall x[S(x) \to \exists y(P(x,y) \wedge T(y))]$	hip. 1
2.	$\exists x[C(x) \wedge S(x)]$	hip. 2
3.	$S(a) \to \exists y(P(a,y) \wedge T(y))$	$1, \{\forall_E\}$ ✓
4.	$C(a) \wedge S(a)$	$2, \{\exists_E\}$ ✓
5.	$C(a)$	$4, \{\wedge E_e\}$ ✓
6.	$S(a)$	$4, \{\wedge E_d\}$ ✓
7.	$\exists y[P(a,y) \wedge T(y)]$	$6, 3, \{\to E\}$ ✓
8.	$P(a,b) \wedge T(b)$	$7, \{\exists_E\}$ ✓
9.	$P(a,b) \wedge T(b) \wedge C(a)$	$5, 8, \{\wedge I\}$ ✓
10.	$\exists y[P(a,y) \wedge T(y) \wedge C(a)]$	$9, \{\exists_I\}$
11.	$\exists x \exists y[P(x,y) \wedge T(y) \wedge C(x)]$	$10, \{\exists_I\}$ ✓

O argumento é válido

1,0

Guilherme A. A. W. Nascimento 20.1.4007 Turma 21 BCC101 Prova 1

1,8

4) Fórmula

Fórmula	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{N}$	$\{0,1\}$	$\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
$\forall x \exists y (y > x)$	T	T	F	F
$\exists x \forall y (x \geq y)$	T	T	T	T
$\forall x \forall y (x \neq x \rightarrow y = 0)$	F	F	F	F
$\forall x \forall y \forall z (x = y \wedge y = z \rightarrow x = z)$	T	T	T	T
$\forall x \exists y \exists z (x + y = z \rightarrow x = 1 \vee x = 0)$	F	F	T	F

(anulado)

$\forall x \exists y (y > x)$:

$\mathbb{Z}$ e $\mathbb{N}$: se $y = x+1 \rightarrow y > x$

Para os outros dois universos, não existe um elemento maior que o maior elemento do universo.

$\{0,1\}$: $x = 1$ e $y = 1$ $\rightarrow$ y não é maior que x

$\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$: $x = 9$ e $y = 9$ $\rightarrow$ y não é maior que 9

$\exists x \forall y (x \geq y)$:

Para todos os universos: se $x = y \rightarrow x \geq y$

$\forall x \forall y (x \neq x \rightarrow y = 0)$:

É falso em todos os universos, pois y pode ser diferente de 0.

$\forall x \forall y \forall z (x = y \wedge y = z \rightarrow x = z)$:

verdadeiro para todos os conjuntos.

$\begin{cases} x = y \\ y = z \end{cases} \rightarrow y = y \rightarrow x = z$

$\forall x \exists y \exists z (x + y = z \rightarrow x = 1 \vee x = 0)$:

A única forma de x ser sempre igual a 0 ou 1 é se os únicos elementos do universo de discurso forem 0 ou 1.

2,0

Guilherme A. A. H. Nascimento 20.1.4007 Turma 21 BCC101 Prova 1

a) $(A \wedge \neg B) \wedge C$ e $(A \wedge C) \wedge \neg B$

A	B	C	$\neg B$	$A \wedge \neg B$	$A \wedge C$	$(A \wedge \neg B) \wedge C$	$(A \wedge C) \wedge \neg B$
T	T	T	F	F	T	F	F
T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	T	F	F	F
F	T	T	F	F	F	F	F
F	T	F	F	F	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F	F
F	F	F	T	F	F	F	F

são equivalentes

1,0

b) $(\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$ e A

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A \vee B$	$A \vee \neg B$	$(\neg A \vee B) \wedge (A \vee \neg B$
T	T	F	F	T	T	T
T	F	F	T	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T	T

Não são equivalentes

1,0