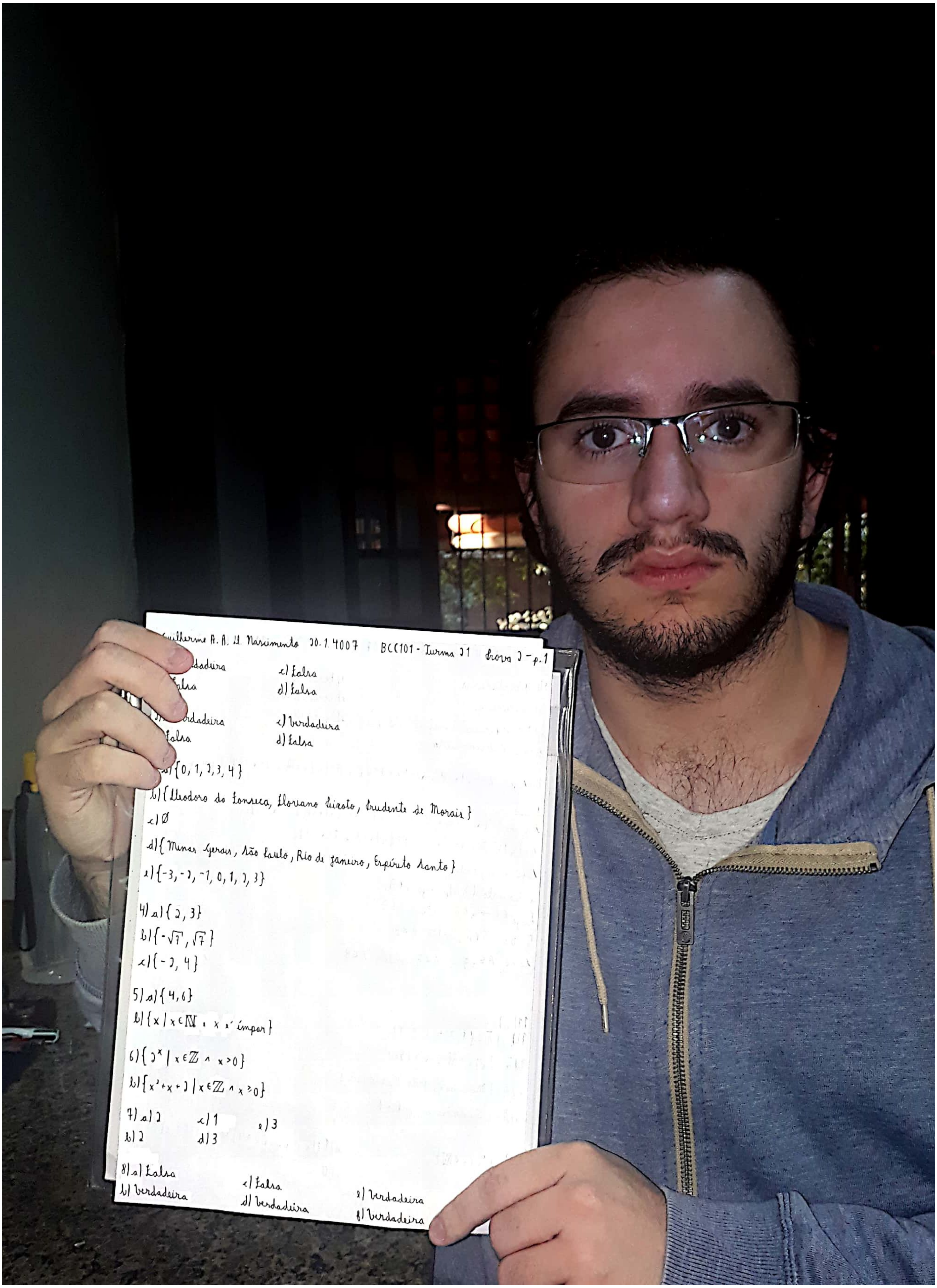

Guilherme A. A. M. Nascimento 20.1.4007 BCC101 - Turma 21 Prova 2 - p.1

dadeira c) Falsa
alsa d) Falsa

rdadeira c) Verdadeira
Falsa d) Falsa

a) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
b) {Deodoro da Fonseca, Floriano Peixoto, Prudente de Morais}
c) $\emptyset$
d) {Minas Gerais, São Paulo, Rio de Janeiro, Espírito Santo}
e) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

4) a) $\{2, 3\}$
b) $\{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$
c) $\{-2, 4\}$

5) a) $\{4, 6\}$
b) $\{x \mid x \in \mathbb{N}$ e x é ímpar$\}$

6) $\{2^x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge x > 0\}$
b) $\{x^2 + x + 2 \mid x \in \mathbb{Z} \wedge x \geq 0\}$

7) a) 2 c) 1 e) 3
b) 2 d) 3

8) a) Falsa c) Falsa e) Verdadeira
b) Verdadeira d) Verdadeira f) Verdadeira

Guilherme A. A. M. Nascimento 20.1.4007 BCC101 - Turma 21 Prova 2 - p.1

1) a) Verdadeira
b) Falsa
c) Falsa
d) Falsa

2) a) Verdadeira
b) Falsa
c) Verdadeira
d) Falsa

3) a) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

b) {Deodoro da Fonseca, Floriano Peixoto, Prudente de Morais}

c) $\emptyset$

d) {Minas Gerais, São Paulo, Rio de Janeiro, Espírito Santo}

e) $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

4) a) $\{2, 3\}$

b) $\{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$

c) $\{-2, 4\}$

5) a) $\{4, 6\}$

b) $\{x \mid x \in \mathbb{N}$ e x é ímpar$\}$

6) $\{2^x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge x > 0\}$

b) $\{x^2 + x + 2 \mid x \in \mathbb{Z} \wedge x \geq 0\}$

7) a) 2
b) 2
c) 1
d) 3
e) 3

8) a) Falsa
b) Verdadeira
c) Falsa
d) Verdadeira
e) Verdadeira
f) Verdadeira

Guilherme A. A. H. Nascimento 20.1.4007 BCC101 - Turma 21 Prova 2 - p. 1

9) a) Verdadeira.

b) Verdadeira.

c) Não é possível concluir nada, pois J é desconhecido.

d) Verdadeira.

e) Verdadeira.

f) Verdadeira.

10) Sejam $A=\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } x^2-4x+3<0\}$ e $B=\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } 0<x<6\}$. Prove que $A \subset B$.

Prova:

Sejam $A=\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } x^2-4x+3<0\}$ e $B=\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } 0<x<6\}$.

$A=\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } x^2-4x+3<0\}=\{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ e } 1<x<3\}$.

Seja $x \in A$, então x está no intervalo $(1,3)$ e, portanto, também está no intervalo $(0,6)$, logo $x \in B$.

Se $x \in A \rightarrow x \in B$, então $A \subseteq B$.

$5 \in B$ e $5 \notin A$, então $A \neq B$.

Como $A \subseteq B$ e $A \neq B$, então $A \subset B$.

c. q. d.

11) a) $\bar{A}=\{1,3,4,6,8,9\}$

b) $\bar{A}=\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ e } x>256\}$

c) $\bar{A}=\{$Mariana, João Monlevade$\}$

d) $\bar{A}=\{$verdadeiro, falso$\}$

12) a) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}\}$

b) $\{1,3\}$

c) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}\}$

d) $\{x \mid x \text{ é par e } x \neq 2 \text{ e } x \neq 4\} \cup \{1,3\}$

e) $\emptyset$

13) Prove que, se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$, então $A \subseteq C$.

Prova:

Sejam A, B, C conjuntos quaisquer e suponha $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$.

Seja $x \in A$. Como $A \subseteq B$, pela definição de contingência $x \in B$.

Como $x \in B$ e $B \subseteq C$, pela definição de contingência $x \in C$.

Logo, como x é arbitrário, se $x \in A \rightarrow x \in C$, então $A \subseteq C$.

Portanto, se $A \subseteq B$ e $B \subseteq C$, conclui-se que $A \subseteq C$.

c. q. d.

14) Prove que, se $\bar{A} \subseteq \bar{B}$, então $B \subseteq A$.

Prova:

Sejam A, B conjuntos quaisquer e suponha $\bar{A} \subseteq \bar{B}$.

Seja $x \in B$. Pela definição de complemento $x \notin \bar{B}$.

Como $x \notin \bar{B}$ e $\bar{A} \subseteq \bar{B}$, pela definição de contingência $x \notin \bar{A}$.

Como $x \notin \bar{A}$, pela definição de complemento $x \in A$.

Portanto, se $x \in B$, então $x \in A$, pela definição de contingência $B \subseteq A$.

Logo, se $\bar{A} \subseteq \bar{B}$, então $B \subseteq A$.

c. q. d.

15) Prove que, para qualquer inteiro $n \geq 2$, um conjunto com n elementos tem $\frac{n(n-1)}{2}$ subconjuntos que contém exatamente dois elementos.

Prova:

Seja A um conjunto com n elementos, sendo $n \in \mathbb{Z}$ e $n \geq 2$, e B um subconjunto de A com 2 elementos. Seja $x \in A$ e $y \in A$.

Para o primeiro elemento de B, existem n elementos disponíveis em A, enquanto para o segundo elemento existem $n-1$ elementos em A. Existem, então, $n(n-1)$ combinações distintas. Nesse resultado, porém, para todo par $\{x, y\}$ existe um par $\{y, x\}$ que representam o mesmo subconjunto, então é preciso dividir por 2 para eliminar repetições. Logo, existem $\frac{n(n-1)}{2}$ subconjuntos de A com apenas dois elementos.

c. q. d.

Guilherme A. A. H. Nascimento 20.1.4007 BCC101- Turma 21 Prova 2 - p.1

16) a) $\{r, v\}$

b) $\{u, w\}$

c) $\{(p,r),(p,t),(p,v),(q,r),(q,t),(q,v),(r,r),(r,t),(r,v),(s,r),(s,t),(s,v)\}$

d) $\{q, r, v\}$

17) a) Verdadeira.
b) Verdadeira.
c) Falsa.
d) Falsa.
e) Falsa.
f) Verdadeira.

18) Prove que $(A \cap B) \subseteq A$, em que A e B são conjuntos arbitrários.

Prova:

Sejam A, B conjuntos quaisquer.

Seja $x \in (A \cap B)$. Pela definição de interseção, $(x \in A \wedge x \in B)$.

Portanto, se $(x \in A \wedge x \in B)$, então $x \in A$.

Pela definição de contigência e $x \in (A \cap B) \rightarrow x \in A$, então $(A \cap B) \subseteq A$.

c. q. d.

19) Prove que $A \subseteq (A \cup B)$, em que A e B são conjuntos arbitrários.

Prova:

Sejam A, B conjuntos quaisquer.

Pela definição de união, $A \cup B = \{x \in A \vee x \in B\}$.

Se $x \in A$, então $(x \in A \vee x \in B)$.

Como $x \in A \rightarrow (x \in A \vee x \in B)$, pela definição de contigência, $A \subseteq A \cup B$

c. q. d.

Guilherme A. A. H. Nascimento 20.1.4007 BCC101 - Turma 21 Prova 2 - p. 1

20) $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) \equiv A \cup (B \cap \overline{B})$ distributividade 15.23

$\equiv A \cup \emptyset$ prop. do complemento 15.33

$\equiv A$ exist. conjunto vazio 15.27

b) $([(A \cap C) \cap B] \cup [(A \cap C) \cap \overline{B}]) \cup \overline{(A \cap C)}$ distributividade 15.24

$\equiv ((A \cap C) \cap (B \cup \overline{B})) \cup \overline{(A \cap C)}$ prop. do complemento 15.32

$\equiv ((A \cap C) \cap S) \cup \overline{(A \cap C)}$ exist. conjunto universo 15.26

$\equiv (A \cap C) \cup \overline{(A \cap C)}$ prop. do complemento 15.32

$\equiv S$

c) $(A \cup C) \cap [(A \cap B) \cup (\overline{C} \cap \overline{B})]$

$\equiv (A \cup C) \cap (A \cup \overline{C}) \cap (A \cup \overline{B}) \cap (B \cup \overline{C}) \cap (B \cup \overline{B})$ distributividade 15.23

$\equiv A \cap (A \cup \overline{B}) \cap (B \cup \overline{C}) \cap (B \cup \overline{B})$ questão 20 - letra a

$\equiv A \cap (A \cup \overline{B}) \cap (B \cup \overline{C}) \cap S$ prop. do complemento 15.32

$\equiv A \cap (A \cup \overline{B}) \cap (B \cup \overline{C})$ exist. conjunto universo 15.26

$\equiv A \cap (B \cup \overline{C})$ lei da absorção