Guilherme A. A. N. Nascimento 20.1.4007 BCC 101 - Turma 21 Prova 3

Questão 3:

a) $a_n = n(n+1)$

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_n$ | 0 | 2 | 6 | 12 | 20 | 30 | 42 |

Passo Base: $n=0$ $f(0)=0$

Passo Recursivo: $f(n)$ pode ser obtido somando $2n$ ao termo anterior

Assim, a definição recursiva é: $f(n) = \begin{cases} f(0)=0 \\ f(n) = 2n + f(n-1), \text{ para } n \geq 1 \end{cases}$

Prova por indução fraca:

1. Passo Base: $n=0$ $a_0 = 0$ $f(0)=0$ Logo, $P(0)$ é verdadeira.
2. Hipótese Indutiva: suponha para algum $K \in \mathbb{N}$ que $f(K) = K(K+1)$
3. Passo Indutivo: provar que $f(K+1) = (K+1)(K+1+1) = (K+1)(K+2)$

$$f(K+1) = 2(K+1) + f(K+1-1) \quad \text{pela definição de } f(n)$$
$$= 2(K+1) + f(K)$$
$$= 2(K+1) + K(K+1) \quad \text{pela H. I.}$$
$$= (K+1)(2+K) = (K+1)(K+2)$$

Portanto, a função recursiva $f(n)$ é igual a $a_n$.

c. q. d.

b) 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22...

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 4 | 7 | 11 | 16 | 22 |

Passo Base: $n=0$ $f(0)=1$

Passo Recursivo: $f(n)$ pode ser escrito pela soma de $n$ ao termo anterior.

Assim, a definição da função recursiva é: $f(n) = \begin{cases} f(0)=1 \\ f(n) = n + f(n-1), \text{ para } n \geq 1 \end{cases}$