Resumo das técnicas apresentadas.

Técnica de Prova	Sentença	Estratégia
Quantificador Universal	$\forall x[P(x)]$	**Suponha um x arbitrário. Prove que $P(x)$ é verdadeira.**
Por Exaustão	$P(x) \rightarrow Q(x)$ ou $\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]$	Prove a sentença para todos os casos possíveis.
Direta	$P(x) \rightarrow Q(x)$ ou $\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]$	Suponha $P(x)$ e deduza $Q(x)$. **Seja x pertencente ao domínio. Assuma que $P(x)$ é verdadeira e prove $Q(x)$.**
Por Contraposição	$P(x) \rightarrow Q(x)$ ou $\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]$	Suponha $\neg Q(x)$ e deduza $\neg P(x)$. **Assuma que $\neg Q(x)$ é verdadeira e prove que $\neg P(x)$ é verdadeira.**
Por Contradição	$P(x) \rightarrow Q(x)$ ou ou $\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)]$	Assuma $\neg Q(x)$ e tente obter uma contradição. **Suponha $P(x)$ verdadeira. Suponha que $\neg Q$ também é verdadeira e deduza uma contradição.**
Quantificador Existencial	$\exists x[P(x)]$	**Prova Construtiva: Encontre um valor a tal que $P(a)$ é verdadeira.** **Prova Não Construtiva: Mostre que $\exists x[P(x)]$ pode ser provada de outra maneira sem exibir explicitamente um elemento a que torne a sentença verdadeira.**
Quantificador da Existência e Unicidade	$\exists! x[P(x)]$	Divida a demonstração em duas partes: **Parte 1 (Existência):** Prove que existe um elemento que torne $P(x)$ verdadeira. **Parte 2 (Unicidade):** Prove que este elemento é único. **Suponha que existe um y que satisfaz $P(y)$ e prove que $y = x$.**
Por Casos	$P_1(x) \vee P_2(x) \rightarrow Q(x)$ **Implicação com Hipótese Disjuntiva**	Prove que $(P_1(x) \rightarrow Q(x)) \wedge (P_2(x) \rightarrow Q(x))$ **Prove cada das condicionais separadamente**
	$P(x) \rightarrow Q_1(x) \wedge Q_2(x)$ **Implicação com Tese Conjuntiva**	Prove que: $(P(x) \rightarrow Q_1(x)) \wedge (P(x) \rightarrow Q_2(x))$ **Prove cada das condicionais separadamente**
Bicondicional	$P(x) \leftrightarrow Q(x)$	Prove $P(x) \rightarrow Q(x)$ e $Q(x) \rightarrow P(x)$

Propriedades Algébricas.

Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}$. São válidas as seguintes propriedades derivadas dos axiomas de corpo, axiomas de ordem e das definições:

PAD1. **(Cancelamento da Adição):** Se $a + b = a + c$, então $b = c$.

PAD2. **(Subtração):** Dados a e b, existe exatamente um único x tal que $a + x = b$. x é denotado por $b - a$.

PAD3. $b - a = b + (-a)$.

PAD4. $-(-a) = a$.

PAD5. $a(b - c) = ab - ac$.

PAD6. $0.a = a.0 = 0$.

PAD7. **(Cancelamento da Multiplicação):** Se $ab = ac$ e $a \neq 0$, então $b = c$.

PAD8. **(Divisão):** Dados a e b com $a \neq 0$. Existe exatamente um inteiro x tal que $b = ax$. Este x, denotado por $a|b$ (b/a), é chamado de quociente de b e a. Dizemos que b é divisível por a.

PAD9. Se $a \neq 0$, então $b/a = b.a^{-1}$.

PAD10. Se $a \neq 0$, então $(a^{-1})^{-1} = a$.

PAD11. Se $ab = 0$, então $a = 0$ ou $b = 0$.

PAD12. **(Regra da multiplicação com sinais negativos):** $(-a)b = a(-b) = -(ab)$, $(-a)(-b) = ab$ e $-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$.

PAD13. **(Equivalência de Frações):** $\dfrac{ac}{bc} = \dfrac{a}{b}$, se $b \neq 0$ e $c \neq 0$.

PAD14. **(Soma de Frações):** $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad + bc}{bd}$, se $b \neq 0$ e $d \neq 0$.

PAD15. **(Multiplicação de Frações):** $\dfrac{a}{b}.\dfrac{c}{d} = \dfrac{ac}{bd}$, se $b \neq 0$ e $d \neq 0$.

PAD16. **(Divisão de Frações):** $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a}{b}.\dfrac{d}{c} = \dfrac{ad}{bc}$, se $b \neq 0$, $c \neq 0$ e $d \neq 0$.

PAD17. **(Lei da Tricotomia):** Para números reais a e b arbitrários, apenas uma das relações é válida: $a < b$, $a > b$ ou $a = b$.

PAD18. **(Transitividade):** Se $a < b$ e $b < c$, então $a < c$.

PAD19. Se $a < b$, então $a + c < b + c$.

PAD20. Se $a < b$ e $c > 0$, então $ac < bc$.

PAD21. Se $a \neq 0$, então $a^2 > 0$.

PAD22. $1 > 0$.

PAD23. Se $a < b$ e $c < 0$, então $ac > bc$.

PAD24. Se $a < b$, então $-a > -b$. Em particular, se $a < 0$, então $-a > 0$.

PAD25. Se $ab > 0$, então a e b são ambos positivos ou ambos negativos.

PAD26. Se $a < c$ e $b < d$, então $a + b < c + d$.

PAD27. Se $0 < a < c$ e $0 < b < d$, então $0 < ab < cd$.