

## Lista de Exercícios 04

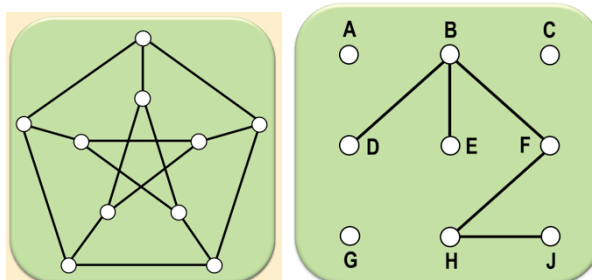
### Instruções

- Ao final desta lista de exercícios, está disponível o padrão para as respostas;
  - A resolução deve considerar estritamente a mesma numeração e ordem dos exercícios;
  - Quando não especificado nos exercícios, considere grafos simples.
1. Para a tabela abaixo, determine a atribuição ótima de atividades usando o *método húngaro*. Caso a matriz não seja quadrada, insira linhas com conteúdo zero.

	Tarefa 1	Tarefa 2	Tarefa 3	Tarefa 4
<b>Filho 1</b>	\$1	\$4	\$6	\$3
<b>Filho 2</b>	\$9	\$7	\$10	\$9
<b>Filho 3</b>	\$4	\$5	\$11	\$7
<b>Filho 4</b>	\$8	\$7	\$8	\$5

2. Para a tabela abaixo, determine a atribuição ótima de atividades usando o *método húngaro*. Caso a matriz não seja quadrada, insira linhas com conteúdo zero.

	Saúde	Moradia	Educação	Alimentação	Segurança
<b>Alegrete</b>	\$10000	\$37000	\$15000	\$18000	\$11000
<b>Uruguaiana</b>	\$8000	\$30000	\$119000	\$21000	\$9000
<b>Bagé</b>	\$12000	\$32000	\$14000	\$20000	\$9000
<b>Rosário do Sul</b>	\$15000	\$35000	\$4000	\$22000	\$10000



3. Determine o *número de independência* para os dois grafos acima.
4. Determine o *número clique* para os dois grafos acima.
5. Determine o *número de dominação* para os dois grafos acima.
6. O Rio de Janeiro está preparando uma campanha de vacinação. O mapa abaixo mostra uma suposta localização de postos de vacinação. Cada posto de vacinação pode ser transformado em um posto de coordenação e distribuição de vacinas. Para facilitar a logística, um ponto de coordenação não deve atender mais do que quatro postos de vacinação. Modele o problema utilizando a teoria dos

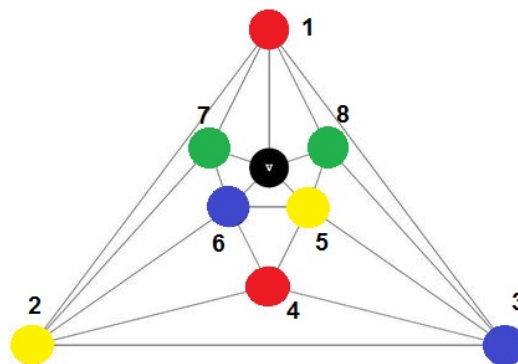
[illegible]

- |            | Português | Matemática | História | Geografia | Inglês | Biologia | Química | Física |
|------------|-----------|------------|----------|-----------|--------|----------|---------|--------|
| Português  | -         | *          | -        | *         | -      | *        | *       | *      |
| Matemática |           | -          | *        | -         | -      | -        | *       | *      |
| História   |           |            | -        | *         | -      | -        | -       | *      |
| Geografia  |           |            |          | -         | *      | *        | -       | *      |
| Inglês     |           |            |          |           | -      | *        | -       | -      |
| Biologia   |           |            |          |           |        | -        | *       | -      |
| Química    |           |            |          |           |        |          | -       | *      |
| Física     |           |            |          |           |        |          |         | -      |

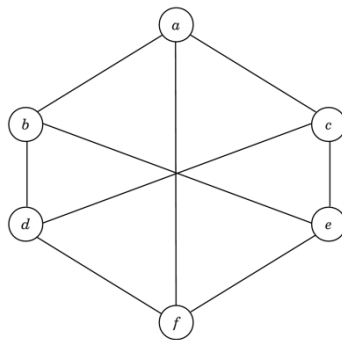
- |       | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 07:00 | *  | -  | -  | -  | *  | -  | -  | *  | -  | -  |
| 08:00 | *  | *  | *  | -  | *  | -  | -  | *  | -  | -  |
| 09:00 | *  | *  | *  | -  | -  | *  | -  | *  | -  | *  |
| 10:00 | *  | *  | -  | -  | -  | *  | *  | -  | *  | *  |

11:00	*	-	-	*	-	-	*	-	*	*
12:00	-	-	-	*	-	-	-	-	*	*

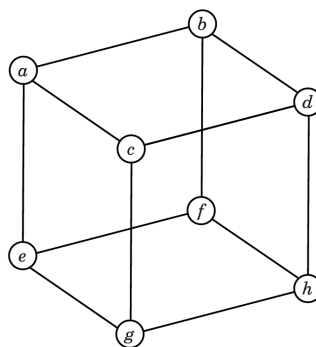
9. Existem  $n$  experimentos biológicos sendo processados  $e_1, e_2, \dots, e_i$  em determinado laboratório. Cada um desses experimentos possui várias lâminas de ensaio que devem ser mantidas refrigeradas segundo uma temperatura constante em um intervalo de temperatura  $[l_i, h_i]$ . A temperatura pode ser fixada livremente dentro do intervalo, contudo, uma vez fixada, não mais poderá ser alterada, sob pena de destruir os elementos biológicos. Dados os intervalos e sabendo-se que cada refrigerador é grande o suficiente para preservar todas as lâminas de todos os experimentos, cada refrigerador deverá funcionar em apenas uma temperatura. Modele o problema utilizando a teoria de grafos e determine o menor número possível de refrigeradores capazes de atender ao laboratório.
10. Determine a cor do vértice  $v$  no grafo abaixo dentre verde, vermelho, amarelo e azul, utilizando operações de troca em cadeias Kempe.



11. Determine o número cromático do grafo abaixo.

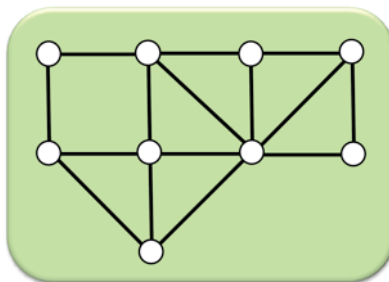


12. Determine o número cromático do grafo abaixo.

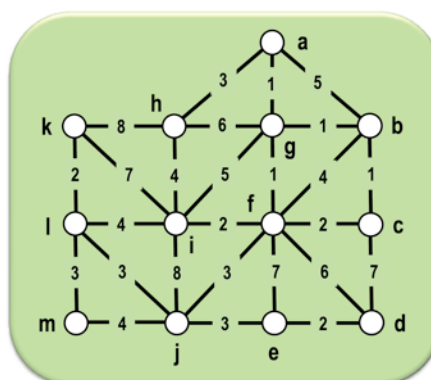


13. Justifique: O número cromático é invariante sob isomorfismo. Em outras palavras, se  $G$  e  $H$  são grafos isomorfos então  $\chi(G) = \chi(H)$ .

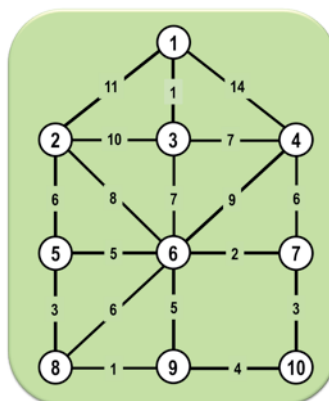
14. Identifique 3 das árvores geradoras do grafo abaixo.



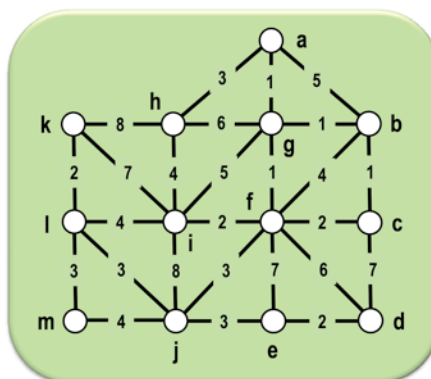
15. Execute o algoritmo de Prim para o grafo abaixo.



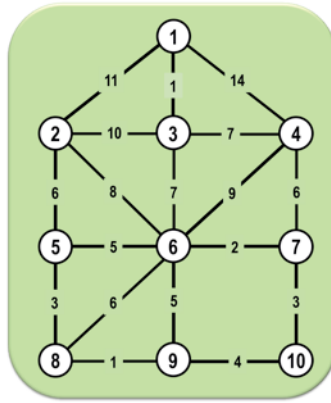
16. Execute o algoritmo de Prim para o grafo abaixo.



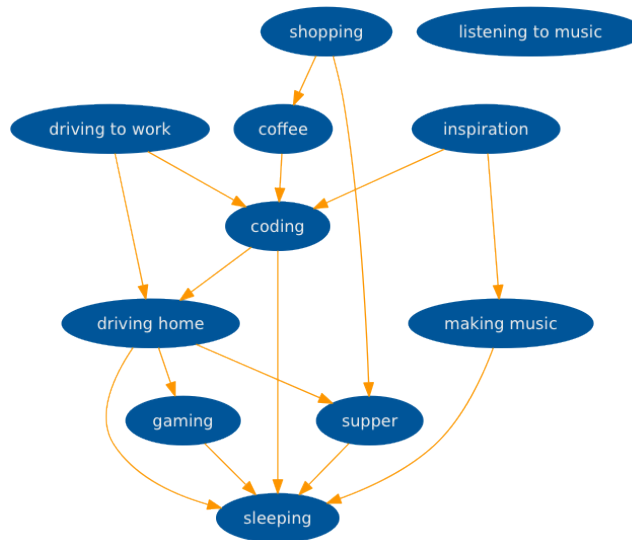
17. Execute o algoritmo de Kruskal para o grafo abaixo.



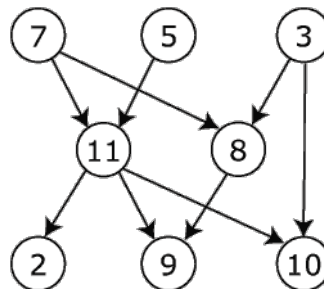
18. Execute o algoritmo de Kruskal para o grafo abaixo.



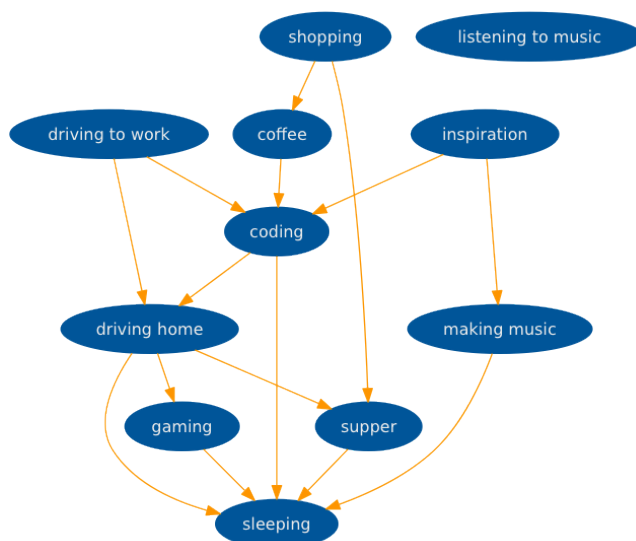
19. Execute o algoritmo baseado em DFS para obtenção de ordenações topológicas para o grafo abaixo.



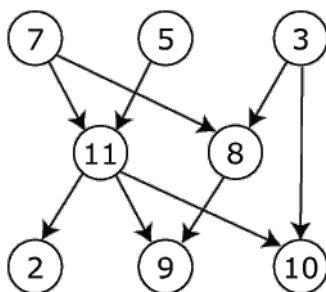
20. Execute o algoritmo baseado em DFS para obtenção de ordenações topológicas para o grafo abaixo.



21. Execute o algoritmo de *Kahn* para obtenção de ordenações topológicas para o grafo abaixo.



22. Execute o algoritmo de *Kahn* para obtenção de ordenações topológicas para o grafo abaixo.

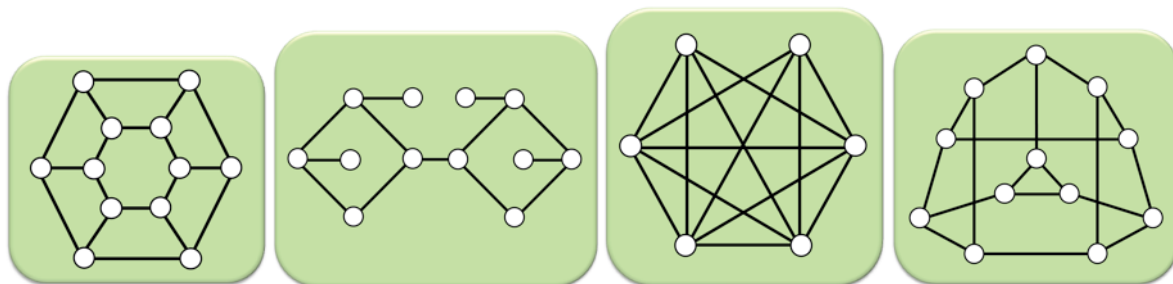


23. O grafo de Petersen é planar? Prove utilizando a versão correta da fórmula derivada da fórmula de Euler.

24. Prove que o complemento de um circuito de comprimento 6 é planar.

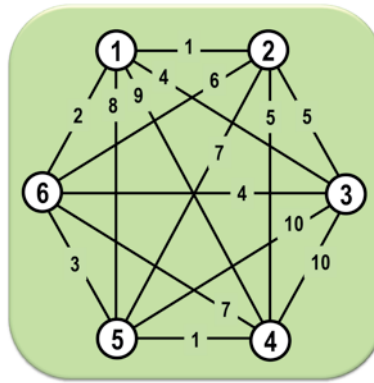
25. Prove que toda árvore é planar.

26. Mostre que se um grafo  $G$  não é 2-conexo, então  $G$  não é hamiltoniano.

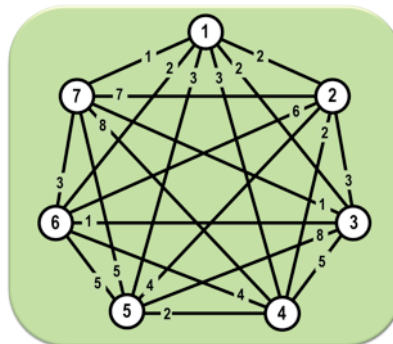


27. Considerando os grafos acima, determine se cada um é Euleriano.

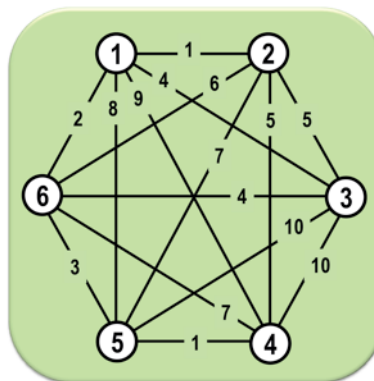
28. Para o grafo abaixo, determine a solução do problema do caixeiro viajante utilizando o algoritmo visto em aula.



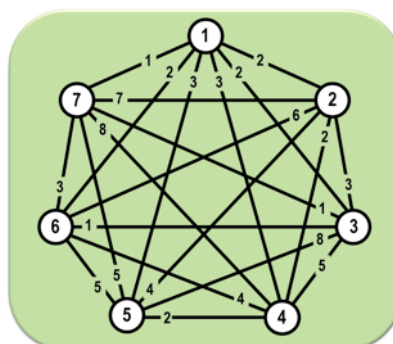
29. Para o grafo abaixo, determine a solução do problema do caixeiro viajante utilizando o algoritmo visto em aula.



30. Para o grafo abaixo, determine a solução do problema do carteiro chinês utilizando o algoritmo visto em aula.



31. Para o grafo abaixo, determine a solução do problema do carteiro chinês utilizando o algoritmo visto em aula.



32. Modele detalhadamente o problema abaixo como o problema do caixeiro viajante ou o problema do carteiro chinês, o que melhor se adequar. Indique o que são os vértices, as arestas e porque o seu modelo é adequado ao problema.

“Um veículo deve atender a uma determinada região, fazendo entregas pré-definidas. É necessário determinar a rota de menor comprimento para tanto.”

33. Modele detalhadamente o problema abaixo como o problema do caixeiro viajante ou o problema do carteiro chinês, o que melhor se adequar. Indique o que são os vértices, as arestas e porque o seu modelo é adequado ao problema.

“A prefeitura de uma cidade está recadastrando todos os imóveis de uma cidade para o cálculo do IPTU. Os funcionários fazem este serviço a pé, já que precisam visitar todas as casas de todas as ruas. É necessário determinar a rota que os funcionários caminharão, havendo preferência pelas rotas mais curtas.”

34. Modele detalhadamente o problema abaixo como o problema do caixeiro viajante ou o problema do carteiro chinês, o que melhor se adequar. Indique o que são os vértices, as arestas e porque o seu modelo é adequado ao problema.

“Durante o projeto de um chip, você deve minimizar o uso do material utilizado para fazer as conexões entre os componentes, dado que a localização dos componentes é pré-definida.”

35. Modele detalhadamente o problema abaixo como o problema do caixeiro viajante ou o problema do carteiro chinês, o que melhor se adequar. Indique o que são os vértices, as arestas e porque o seu modelo é adequado ao problema.

“Voluntários de um órgão de proteção à natureza planejam limpar as margens de todos rios de uma região. No entanto, há vários cruzamentos entre diferentes rios. Como os voluntários farão o serviço a pé, eles estão interessados em obter a menor rota única para que o serviço seja realizado. Considere que as duas margens de cada rio são limpas ao mesmo tempo.”



### Gabarito Exemplo

- Esta resposta deve indicar as transformações realizadas nas matrizes pelo algoritmo Húngaro em cada operação realizada. Ao final, apresente a solução e o valor associado. Adeque as dimensões das matrizes aos problemas tratados.

				-x								*			
													*		
														*	
															*
				-y											

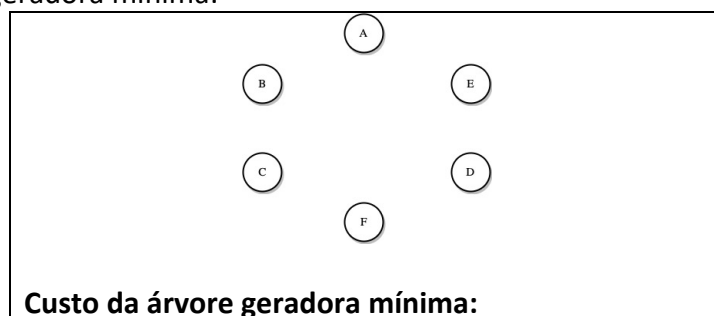
Valor da solução: XYZ

- Idem ao anterior.
- Apenas informe o valor solicitado.
- Apenas informe o valor solicitado.
- Apenas informe o valor solicitado.
- Apenas informe o valor solicitado.
- Esta é uma questão dissertativa. Modele genericamente o problema enunciado utilizando a teoria dos grafos, indicando o que significam os vértices e as adjacências. Identifique também qual problema em grafos está associado a cada um dos problemas e como ambos se relacionam para determinação da solução do problema original.
- Esta é uma questão dissertativa. Modele genericamente o problema enunciado utilizando a teoria dos grafos, indicando o que significam os vértices e as adjacências. Identifique também qual problema em grafos está associado a cada um dos problemas e como ambos se relacionam para determinação da solução do problema original.
- Esta é uma questão dissertativa. Modele genericamente o problema enunciado utilizando a teoria dos grafos, indicando o que significam os vértices e as adjacências. Identifique também qual problema em grafos está associado a cada um dos problemas e como ambos se relacionam para determinação da solução do problema original.
- Esta é uma questão dissertativa. Modele genericamente o problema enunciado utilizando a teoria dos grafos, indicando o que significam os vértices e as adjacências. Identifique também qual problema em grafos está associado a cada um dos problemas e como ambos se relacionam para determinação da solução do problema original.
- Apresente textualmente as cadeias Kempe utilizadas para eliminar a cor preta, indicando as novas cores dos vértices envolvidos. Alternativamente, o diagrama do grafo também pode ser apresentado.
- Apenas informe o valor solicitado.
- Apenas informe o valor solicitado.
- Esta é uma questão dissertativa.

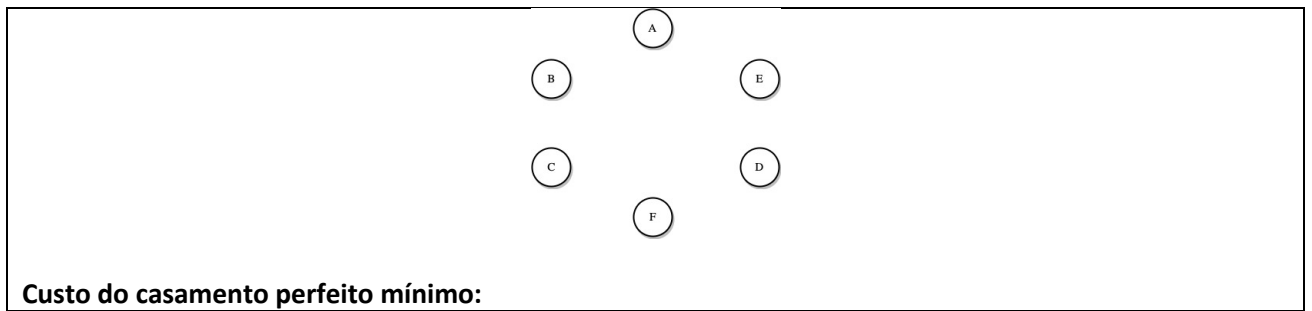
14. Esta resposta deve conter os diagramas das árvores geradoras do grafo.
15. Esta resposta deve conter apenas a árvore geradora mínima gerada pelo algoritmo.
16. Idem ao anterior.
17. Idem ao anterior.
18. Idem ao anterior.
19. Esta resposta deve conter apenas a ordenação topológica gerada:  $L=\{a, b, c, d, e\}$ .
20. Idem ao anterior.
21. Idem ao anterior.
22. Idem ao anterior.
23. Esta resposta é dissertativa e deve apresentar também a aplicação da fórmula indicada no enunciado.
24. Esta resposta é dissertativa e deve apresentar também a aplicação da fórmula indicada no enunciado.
25. Esta resposta é puramente dissertativa.
26. Esta é uma questão dissertativa.
27. Indique as respostas para cada grafo, enumerando-os de 1 a 4, da esquerda para a direita.
- 28-29. Apresente o passo a passo conforme indicado abaixo.

Apresente o diagrama das etapas da aplicação do algoritmo de Christofides para o caixeiro viajante conforme exemplificado abaixo para um grafo hipotético de seis vértices. Preencha as arestas de acordo com o desenvolvimento do exercício e adeque o número de vértices para cada grafo tratado no exercício.

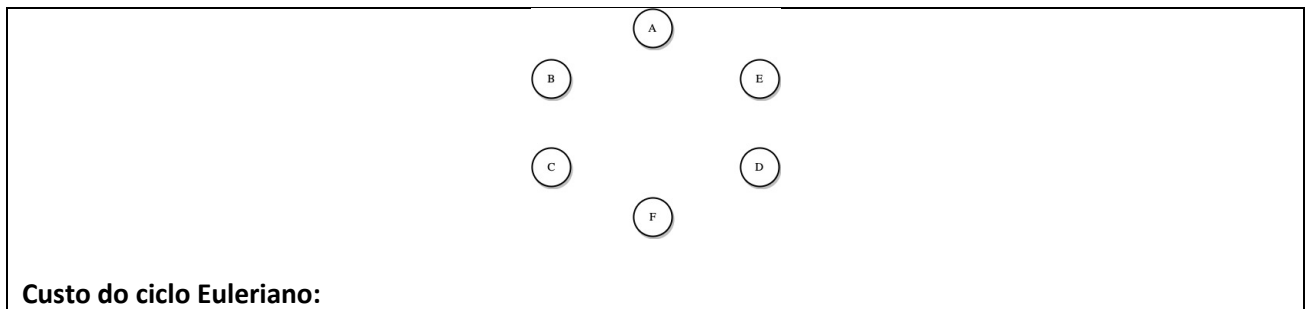
Determine a árvore geradora mínima:



Considerando a árvore geradora mínima, determine o casamento perfeito de custo mínimo entre os vértices de grau ímpar. Apresente somente casamento obtido e o custo.



Apresente o grafo resultante da união da árvore geradora mínima e do casamento perfeito de custo mínimo e determine um ciclo Euleriano bem como seu custo.



Determine um **ciclo Hamiltoniano** no grafo original a partir do ciclo Euleriano obtido no passo anterior.

**Ciclo:**

**Custo do ciclo Hamiltoniano:**

30-31. Apresente as arestas adicionadas para solução do problema do carteiro chinês, bem como o ciclo Euleriano obtido e o custo associado. Adeque para cada grafo tratado no exercício.

**Arestas adicionadas:** {a, b}, {b, c}

**Ciclo Euleriano:** [a, b, c, a, b, c]

**Custo do ciclo Euleriano:** 32

32. Esta é uma questão dissertativa. Modele genericamente cada problema enunciado utilizando a teoria dos grafos, indicando o que significam os vértices e as adjacências. Identifique também qual problema em grafos está associado a cada um dos problemas e como ambos se relacionam para determinação da solução do problema original.

33. Idem ao anterior.

34. Idem ao anterior.

35. Idem ao anterior.