

BCC760 Turma 6  
2023/1

Estudo dirigido I

xx

Limite de Tempo: xx

Nome Completo: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

---

Este exercício contém 4 páginas (incluindo esta capa) e 6 questões. Confira se há páginas faltando. Para entrega, por favor, siga cuidadosamente os procedimentos determinados no documento **instruções para a entrega das atividades avaliativas**, disponível no Moodle Presencial.

Você deve demonstrar o seu raciocínio em cada problema deste teste. Utilize as seguintes regras:

- **Retenha os cálculos em 4 casas decimais** caso aproximações sejam necessárias.
- **Organize sua resposta** de maneira razoavelmente clara e coerente no espaço reservado.
- **Respostas misteriosas não receberão crédito total.** Uma resposta correta sem cálculos que a suporte, explicação, ou desenvolvimento algébrico não receberão crédito. Uma resposta incorreta apoiada por cálculos substancialmente corretos e explicações pode receber crédito parcial.
- **Nota do estudo:** A nota do estudo dirigido será dada pelo mínimo entre 10 e a soma da pontuação dos exercícios deste estudo ( $notaFinal = \min\{10, notaEstudoDirido\}$ ).

Problema	Pontos	Nota Exercícios
1	2	
2	4	
3	2	
4	4	
5	4	
6	4	
Total:	20	

1. 2 pontos Vários candidatos prestaram concurso para preenchimento de duas vagas numa empresa. Somente quatro dentre eles conseguiram aprovação. A classificação, com as respectivas notas e médias, foi divulgada através da seguinte tabela:

Notas/Candidatos	Português	Matemática	Informática	Legislação	Média	Classificação
A	8,0	9,2	8,5	9,3	8,58	1 <sup>o</sup>
B	8,1	7,7	8,2	8,2	8,28	2 <sup>o</sup>
C	8,9	7,3	7,8	8,6	8,22	3 <sup>o</sup>
D	8,0	7,5	7,6	8,1	7,80	4 <sup>o</sup>

Evidentemente, a empresa convocou os candidatos A e B para as vagas. Inconformado com o resultado, o candidato C procurou o gerente da firma para se informar de como as médias tinham sido calculadas, já que pode verificar que não se tratava de média aritmética, pois, se assim o fosse, sua média seria 8,15 e não 8,22. Recebeu, então, como resposta, que o critério utilizado fora o da média ponderada. Baseado nesta informação, o candidato C requereu à Justiça a anulação do concurso, pois as médias não haviam sido calculadas corretamente.

Qual o veredito do juiz designado para o caso? Utilize o método de Gauss com pivotação para obtenção da solução.

2. 4 pontos Suponha  $M$  o dígito do seu último número de matrícula. Por exemplo,  $M = 4$  para o número de matrícula 20.2.1234. Resolver o sistema a seguir utilizando os métodos iterativos de **Jacobi** e **Gauss-Seidel**. Utilizar precisão de 0,010, no máximo 5 iterações e  $X^0 = [0; 0; 0]^t$ . Com base nos cálculos, responda a seguinte pergunta: Algum dos métodos convergiu antes do número máximo de iterações?

$$\text{Sistema} \begin{cases} x_1 - x_2 - 8x_3 = M \\ 4x_1 - x_2 - x_3 = 2 \\ x_1 - 8x_2 - x_3 = 3 \end{cases}$$

Sumário:

$k$	$x_1^k$	$x_2^k$	$x_3^k$	$\max_{1 \leq i \leq 3}  x_i^k - x_i^{k-1} $
0	0	0	0	—
1				
2				
3				
4				
5				

3. 2 pontos A tabela a seguir apresenta o número de habitantes do município de Ouro Preto nos três últimos censos.

Ano	1990	2000	2010
Número de habitantes	61.619	66.277	70.281

Utilize a interpolação linear de grau 2<sup>1</sup> para determinar o número aproximado de habitantes do município nos anos de 1995 e 2003.

Dica: Para facilitar os cálculos, normalize o ano e o número de habitantes para o intervalo  $[0, 1]$ , usando a fórmula

$$v_{new} = \frac{v - \min}{\max - \min}$$

. Exemplo: Para  $v = 2000$  temos

$$v_{new} = \frac{2000 - 1990}{2010 - 1990} = 0,5.$$

4. Seja  $y = f(x)$  uma função dada nos pontos a seguir:

$i$	0	1	2	3
$x$	1,0	1,4	1,8	2,2
$y$	3,0000	0,6096	-1,9984	-3,5184

- (a) 2 pontos Utilize o método de Lagrange com interpolação quadrática para determinar o valor da função no ponto  $x = (1,05 + M/10)$ .

$$p(x) = L(x) = y_0L_0(x) + y_1L_1(x) + \dots + y_nL_n(x)$$

$$L_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)}$$

- (b) 2 pontos Utilize o método de diferenças finitas com interpolação quadrática (grau 2) para determinar o valor da função no ponto  $x = (1,05 + M/10)$ . Calcule também o limitante superior para o erro de truncamento.

$$P_n(x) = \Delta^0 f(x_0) + (x - x_0) \frac{\Delta^1 f(x_0)}{1!h^1} + (x - x_0)(x - x_1) \frac{\Delta^2 f(x_0)}{2!h^2} + \dots + (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \frac{\Delta^n f(x_0)}{n!h^n}$$

$$|E(x)| \leq |(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n)| \frac{\max |\Delta^{n+1} f(x)|}{(n+1)!h^{n+1}}$$

5. 4 pontos A Tabela a seguir apresenta a medida da estatura e do perímetro cefálico de um bebê ao longo de 6 meses. Infelizmente, não foi calculada a estatura do aos 5 meses de vida. Implemente o método de Diferenças divididas com uma função de segundo grau para estimar o valor faltante.

<i>meses</i>	1	2	3	4	5	6
<i>estatura(cm)</i>	45	48	49	52	65	66
<i>perimetro(cm)</i>	33	34	37	42	??	44

<sup>1</sup> $P_2(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

6. 4 pontos Implemente o método de Decomposição LU **com pivotação** para cálculo da inversa da seguinte matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 2 & 2 & -1 & -4 \\ -5 & 5 & 3 & 5 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & -1 & -2 & 3 & 2 \\ -2 & 3 & 5 & 3 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 4 & 5 & 2 & -5 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Dica: Utilize o código de Decomposição LU disponibilizado na disciplina. Apresente a implementação.