

LISTA DE EXERCÍCIOS DE TEORIA DOS NÚMEROS

HEMAR GODINHO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

1. RESÍDUOS QUADRÁTICOS

- ~~(1) Liste todos os resíduos quadráticos módulo 41.~~
- ~~(2) Mostre que 17 é resíduo quadrático módulo 19 utilizando o Critério de Euler.~~
- ~~(3) Mostre que 10 é resíduo quadrático módulo 23 utilizando o lemma de Gauss.~~
- ~~(4) Seja p um primo ímpar e g uma raiz primitiva módulo p . Mostre que b é resíduo quadrático módulo p se, e somente se, o $\text{ind}_g(b)$ é par. Utilize esse fato para provar que existem $(p-1)/2$ resíduos quadráticos módulo p .~~

2. LEI DA RECIPROCIDADE QUADRÁTICA

- ~~(1) Calcule $\left(\frac{138}{883}\right)$ e $\left(\frac{135}{1373}\right)$.~~
- ~~(2) Calcule $\left(\frac{5}{23}\right)$ utilizando o Lema de Gauss II.~~
- ~~(3) Mostre que a congruência $x^2 \equiv 20964 \pmod{1987}$ tem solução.~~
- ~~(4) Mostre que~~

$$\left(\frac{5}{p}\right) = 1 \iff p \equiv \pm 1 \pmod{5}.$$

- ~~(5) Verifique se a congruência $8x^2 \equiv 69 \pmod{73}$ tem ou não solução.~~

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA, UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, BRASÍLIA-DF, BRASIL