

Exercícios de Revisão: A2.

Disciplina: Inferência Estatística

Professor: Luiz Max de Carvalho

23 de Novembro de 2020

0.1 PO-KE-MON.

Suponha que a Liga Internacional de Pokemon (LIP) tenha um sistema de *pokescores* que podem assumir qualquer valor real. Quanto maior o *pokescore* de uma jogadora, mais alto no ranking mundial ela está. A liga se organiza em times de n jogadores.

Para entrar na liga, um time precisa ter um *pokescore* médio superior a θ_0 . Suponha que os *pokescores* são distribuídos de acordo com uma distribuição Normal com média θ e variância σ^2 , conhecida. Queremos desenvolver um método para incluir times num torneio automaticamente, baseado nos *pokescores* dos seus integrantes.

- (a) Encontre uma quantidade pivotal para θ ;
- (b) Utilizando a quantidade do item anterior, construa um intervalo de confiança de 95% para θ ;
- (c) A partir do intervalo encontrado, é possível testar $H_0 : \theta \leq \theta_0$? Como?
- (d) Se σ^2 fosse desconhecida, como você modificaria o teste do item anterior?
- (e) Se aplicarmos os testes em (c) e (d) para selecionar times automaticamente, seremos injustos com alguns times, isto é, vamos deixar de incluir times que de fato se encaixam na condição de seleção. Com que probabilidade isso acontece?
- (f) Se quisermos diminuir a probabilidade do item anterior, o que podemos fazer? Que consequências isso tem?

0.2 Acertando a agenda.

Astolfo quer saber quanto tempo leva para produzir uma lâmpada em sua fábrica. Bruna, sua assistente, decide medir o tempo de fabricação (em horas) de n lâmpadas aleatórias X_1, X_2, \dots, X_n e acredita que a duração do processo segue uma distribuição exponencial com parâmetro $\theta > 0$, i.e., $f(x | \theta) = \theta \exp(-\theta x)$ para $x > 0$. Suponha que essas medidas formam uma amostra aleatória.

Cada máquina só consegue produzir uma lâmpada de cada vez, e trabalha de forma ininterrupta. Bruna decide verificar se consegue fabricar 48 lâmpadas por dia em cada máquina.

- (a) Escreva a hipótese alternativa e nula para este teste como função do parâmetro da exponencial e mostre que o poder do teste de hipóteses que rejeita H_0 se $S_n = \sum_{i=1}^n X_i \geq c$ é uma função decrescente de θ
- (b) Encontre um valor de c que faça este teste ter um tamanho α_0 pré-definido.
- (c) Mostre como encontrar o número mínimo de medidas para que o poder do teste em 40 minutos seja ao menos 90%.
- (d) Encontre uma estatística pivotal para θ ;
- (e) Use a estatística encontrada no item anterior para construir um intervalo de confiança de $\gamma\%$.

0.3 Questões sobre modelos lineares.

- (a) Suponha que medimos a potência X , em cavalos de potência, e o consumo em Km/L , Y , dos motores de n veículos da última edição da Revista Quadro Rodas. Proponha um teste para estudar se o coeficiente angular entre as duas variáveis é positivo;
- (b) Se a potência do motor de um fusquinha é x_0 cavalos de potência, mostre como obter um intervalo de confiança para o consumo médio;
- (c) Compare o intervalo do item anterior com o intervalo de predição para o consumo do motor do fusquinha, y_0 ;
- (d) O modelo $E[Y] = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \beta_3 X^3$ é linear? Como você ajustaria este modelo a n pares de dados (x_i, y_i) ?

- (e) * Considere uma regressão linear simples. Descreva uma estratégia de transformação da variável independente, X , de modo que $\hat{\beta}_0$ e $\hat{\beta}_1$ sejam independentes.

0.4 Pamonha é coisa séria.

Ainda no processo de validação de seu selo de Pamonha Gourmet®), Palmirinha agora tem outra preocupação: o equipamento que mede a concentração de amido na pamonha tem um erro de medição não desprezível. O manual do medidor de concentração de amido diz que o erro de medição é Normal com média 0 e variância 1.

- (a) Proponha um experimento para determinar se o medidor está corretamente calibrado;
- (b) A partir do experimento no item anterior, proponha um teste para verificar se a variância do erro de medição é diferente do especificado no manual. Enuncie sua hipótese nula, alternativa e estatística de teste claramente;
- (c) Valciclei obteve dados e realizou o teste proposto. Obteve um p-valor de 0.005. Escreveu para Palmirinha: “A probabilidade de o medidor estar descalibrado é de 99.5%”. Ele acertou em sua conclusão? Justifique;
- (d) Suponha que o outro assistente de Palmirinha, Adryelson, repita o mesmo experimento utilizando outro medidor. Da mesma forma que antes, proponha um teste para comparar as variâncias dos medidores de Valciclei e Adryelson.