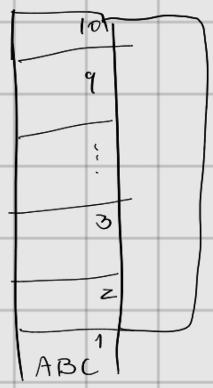
Apostila:

B & H cap 1: 21, 29, 32, 35.6, 40, 48, 52, 56

21) 3 pessoas: A, B, C.



9 andares.

Há 9^3 escolhas de andares possíveis para as três pessoas.

$i, i+1, i+2, \quad 2 \leq i \leq 8.$

↳ 7 conjuntos de 3 andares consecutivos.

Há 3! formas de as pessoas escolherem cada conjunto desses.

$$\mathbb{P}(3 \text{ andares consecutivos}) = \frac{3! \cdot 7}{9^3}.$$

29) Monitoria 1.

32) 52 cartas, 4 naipes, 13 ranks por naipe.

Mão de Poker: 5 cartas aleatórias

a) $\mathbb{P}$(flush: 5 cartas de mesmo naipe, com exceção do royal flush 10 – A)

Total de escolhas: $\binom{52}{5}$ ↳ escolher 5 cartas

Total de flush: $4\left(\binom{13}{5} - 1\right)$

↳ escolher naipe ↳ royal flush

$$P(\text{flush}) = \frac{4\left(\binom{13}{5} - 1\right)}{\binom{52}{5}}$$

$\binom{13}{5}$: nº de conjuntos de 5 cartas pertencentes às 13 do naipe.

$$\frac{13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{5!}$$

b) $\mathbb{P}$(2 pares, seq. 3 3 7 7 A)

Total: $\binom{52}{5}$

Total de pares: $\binom{13}{2} \cdot \binom{4}{2}^2 \cdot (52-8)$

↳ Devemos escolher 2 ranks: $\binom{13}{2}$

1 par de 3 $\{3, 5\}$

1 par de 5

↳ para cada par, devemos escolher 2 naipes: $\binom{4}{2}^2$

1 par: ♠ ♡ $(\{♠,♡\}, \{♠,♣\})$

2 par: ♠ ♣

↳ Escolher 5ª carta: 2 ranks estão bloqueados: 52-8 opções.

↳ 8 cartas (4 p/ cada rank)

$$\mathbb{P}(2 \text{ pares}) = \frac{\binom{13}{2}\binom{4}{2}^2(52-8)}{\binom{52}{5}}$$

35 b) 52 cartas, 4 naipes

dadas até que um A aparece

$$\frac{12}{16} \cdot \frac{8}{15} \cdot \frac{4}{14} \cdot \frac{4}{13}$$

a) $$\frac{\binom{52}{16} \cdot 4 \cdot 15! \cdot 36!}{52!}$$

b) $$\frac{\binom{52}{16} \cdot 4 \cdot 3! \cdot 4^3 \cdot 12! \cdot 36!}{52!}$$

40) palavra sem repet.: PSR.

PSR: sequência de letras sem repetição (pelo menos uma letra)

↳ 26 letras no alfabeto.

Escolher uma PSR aleatoriamente

$\mathbb{P}$(ela ter 26 letras)

Casos favoráveis: $26!$

Casos possíveis: $\displaystyle\sum_{k=1}^{26} \frac{26!}{(26-k)!}$

$$\mathbb{P}(26 \text{ letras}) = \frac{\cancel{26!}}{\displaystyle\sum_{k=1}^{26} \frac{\cancel{26!}}{(26-k)!}} \leftarrow \text{não depende de } k$$

$$= \frac{1}{\displaystyle\sum_{k=1}^{26} \frac{1}{(26-k)!}}$$

$$= \frac{1}{\underbrace{\frac{1}{25!} + \frac{1}{24!} + \dots + \frac{1}{1!} + \frac{1}{0!}}_{\approx e^1}} \approx \frac{1}{e}.$$

Do cálculo, sabemos que $e^x = \underbrace{1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots}_{\text{Série de Taylor.}}$, $x \in \mathbb{R}$.

48) Monitoria 1.

52) Alice.

- cada matéria tem uma aula por semana. ↳ seg - sex.
- 30 matérias não conflitantes.
- 6 matérias possíveis em cada dia da semana.
- Alice vai se registrar para 7 matérias aleatórias
- $\mathbb{P}(\text{aula todo dia}) = 1 - \mathbb{P}(\underbrace{\text{não ter aula em algum dia}}_{\bigcup_{i=1}^{5} A_i})$

A_i = não ter aula no i-ésimo dia da semana

$$\sum_{i=1}^{5} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$$

$$\bigcup_{i=1}^{5} A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \cup A_5$$

$$1 - \mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^{5} A_i\right)$$

$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^{5} A_i\right) = \sum_{i=1}^{5} \mathbb{P}(A_i) - \sum_{1\leq i<j\leq 5} \mathbb{P}(A_i \cap A_j) + \cdots + \mathbb{P}(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_5) \quad (*)$$

$$\mathbb{P}(A_i) = \mathbb{P}(\text{não ter aula no dia } i) = \frac{\binom{24}{7}}{\binom{30}{7}} \quad \forall i = 1, \dots, 5.$$

$$\mathbb{P}(A_i \cap A_j) = \mathbb{P}(\text{não ter aula nos dias } i \text{ e } j) = \frac{\binom{18}{7}}{\binom{30}{7}} \quad \forall i,j = 1, \dots, 5$$

$$\mathbb{P}(A_i \cap A_j \cap A_k) = \frac{\binom{12}{7}}{\binom{30}{7}}$$

$$\mathbb{P}(A_i \cap A_j \cap A_k \cap A_l) = 0$$

$$\mathbb{P}(\cap\ 5 \text{ a } 5) = 0$$

$$(*) = \binom{30}{7}^{-1}\left(\binom{5}{1}\binom{24}{7} - \binom{5}{2}\binom{18}{7} + \binom{5}{3}\binom{12}{7}\right)$$

56) Inspetor de bugigangas

12 bugigangas. 3 defeituosas.

D ↙ ↘ ND

a) $\mathbb{P}$(testar pelo menos 9)

⟺ testou 8 e não encontrou as 3.

⟺ 2 ou menos defeituosas nas 8 primeiras

$$\mathbb{P} = \frac{\binom{8}{2}\binom{3}{2}\binom{9}{6}}{\binom{12}{8}} + \frac{\binom{8}{1}\binom{3}{1}\binom{9}{7}}{\binom{12}{8}} + \frac{\binom{9}{8}}{\binom{12}{8}}$$

— — — — — — — —

b) $\mathbb{P}$(testar pelo menos 10)

$= \mathbb{P}$(testar 9 e achar 2 ou 1 D)

$$= \frac{\binom{9}{2}\binom{3}{2}\binom{9}{7}}{\binom{12}{9}} + \frac{\binom{9}{1}\binom{3}{1}\binom{9}{8}}{\binom{12}{9}}$$