

Apostila: questões 37, 38 e 40

37) a) 0 filhos - 0.29.

b) Mãe \Rightarrow tem pelo menos um filho

$$P(\text{2 filhos} | \text{Mãe}) = \frac{P(\text{Mãe} \cap \text{2 filhos})}{P(\text{Mãe})} \quad \text{ter 2 filhos} \subset \text{Mãe}$$

$$= \frac{P(\text{2 filhos})}{P(\text{Mãe})}$$

$$= \frac{P(\text{2 filhos})}{\sum_{i=1}^9 P(i \text{ filhos})}$$

$$= \frac{P(\text{2 filhos})}{16+22+15+\dots+1}$$

Isso é maximizado se $2x=2$.

$$P(2 \text{ filhos} | \text{Mãe}) = \frac{0.22}{0.16+0.22+0.15+0.8+0.4+0.3+3 \cdot 0.1}$$

c) $a_{x_2} = \text{n}^\circ \text{ de mulheres com } x_2 \text{ filhos}$
 $F_{x_2} = \text{n}^\circ \text{ de filhos de mulheres que têm } x_2 \text{ filhos}$

$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} x_2 = 0, 1, \dots, 9$

$$\Rightarrow F_{x_2} = x_2 \cdot a_{x_2}$$

$$\text{Total de filhos} = \sum_{x_2=1}^9 F_{x_2}, \quad A = \text{Total de mulheres} = \sum_{x_2=1}^9 a_{x_2}$$

$$P(\text{filho único}) = \frac{F_1}{\sum_{x_2=1}^9 F_{x_2}}$$

$$\underbrace{P(x_2 \text{ filhos})}_{p_{x_2}} = \frac{a_{x_2}}{A} \Rightarrow a_{x_2} = A \cdot p_{x_2}$$
$$\Rightarrow F_{x_2} = x_2 \cdot a_{x_2} = x_2 \cdot A \cdot p_{x_2}$$

$$\Rightarrow P(\text{filho único}) = \frac{A \cdot p_1}{\sum_{x_2=1}^9 x_2 \cdot A \cdot p_{x_2}} = \frac{p_1}{\sum_{x_2=1}^9 x_2 \cdot p_{x_2}} = \frac{0.16}{0 \cdot 0.29 + 1 \cdot 0.16 + 2 \cdot 0.22 + \dots + 9 \cdot 0.1}$$

38) 5 matérias

6 dias possíveis de prova: 1, 2, ..., 6

a) D_i = dia escolhido pelo i -ésimo professor, $i = 1, \dots, 5$

$$\begin{aligned} P(D_1 \neq 6 \text{ e } D_2 \neq 6 \text{ e } \dots \text{ e } D_5 \neq 6) &= \prod_{i=1}^5 P(D_i \neq 6) \\ &= \prod_{i=1}^5 \frac{5}{6} \\ &= \left(\frac{5}{6}\right)^5 \end{aligned}$$

b) Casos favoráveis: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$

Casos possíveis: 6^5

$$\Rightarrow P_{\text{probe}} = \frac{6!}{6^5} = \frac{5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2}}{\underset{5}{\cancel{6}} \cdot \underset{5}{\cancel{6}} \cdot \underset{5}{\cancel{6}}} = \frac{5}{64}$$

c) A algum dia com 4 ou mais provas

P_i = nº de provas no dia i , $i = 1, \dots, 6$.

$$\begin{aligned} P((P_1 \geq 4) \cup (P_2 \geq 4) \cup \dots \cup (P_6 \geq 4)) &= \sum_{i=1}^6 P(P_i \geq 4) \\ &= 6 \cdot P(P_1 \geq 4) \end{aligned}$$

$$P(P_1 \geq 4) = P(P_1 = 4) + P(P_1 = 5)$$

$$= \frac{\binom{5}{4} \cdot 5}{6^5} + \frac{\binom{5}{5}}{6^5}$$

$$= \frac{5 \cdot 5 + 1}{6^5}$$

$$P_{\text{probe}}: 6 \left(\frac{26}{6^5} \right) = \frac{26}{6^4} = \frac{13}{3 \cdot 6^3}$$

40)

$P(\text{Time})$

$P(\text{Time} | S)$ ↗ ensina superior

$$P(S) = 0.08$$

B	0.02	0.04
Fila	0.15	0.1
Fila	<u>0.02</u>	<u>0.02</u>
Var	0.05	0.08

$$a) 1 - 0.02 - 0.19 - 0.07 - 0.05 = 0.66 (?)$$

$$b) P(F_{da} \cap S) = P(F_{da} | S) \cdot P(S) \\ = 0.1 \cdot 0.08 = 0.008$$

$$c) P(S | F_{lu}) = \frac{P(F_{lu} | S) \cdot P(S)}{P(F_{lu})} \\ = \frac{0.02 \cdot 0.08}{0.02} \\ = 0.08$$

$$P(S | B) = \frac{P(B | S) \cdot P(S)}{P(B)} \\ = \frac{0.04 \cdot 0.08}{0.02} \\ = 0.16$$

$$\Rightarrow P(F_{da}) = P(F_{da} \cap S) + P(F_{da} \cap S^c)$$

$$d) P(F_{da} | S^c) = \frac{P(F_{da} \cap S^c)}{P(S^c)} \\ = \frac{P(F_{da}) - P(F_{da} \cap S)}{1 - P(S)} \\ = \frac{P(F_{da}) - P(F_{da} | S) \cdot P(S)}{1 - P(S)} \\ = \frac{0.19 - 0.1 \cdot 0.08}{1 - 0.08} \\ = \frac{0.19 - 0.008}{0.92} \\ = \frac{0.142}{0.92} \\ = \frac{142}{920} = \frac{71}{460}$$

$$e) P(F_{lu} \cap S) = P(F_{lu} | S) \cdot P(S) \\ = P(F_{lu}) \cdot P(S)$$

$\Rightarrow F_{lu}$ e S são independentes.