1 Zadání

Naprogramujte v ANSI C přenositelnou konzolovou aplikaci, která jako vstup načte z parametru na příkazové řádce matematickou funkci ve tvaru y = f(x), provede její analýzu a vytvoří soubor ve formátu PostScript s grafem této funkce na zvoleném definičním oboru.Program se bude spouštět příkazem graph.exe <func> <out-file> [<imits>]

Kompletní zadání viz zde.

2 Analýza úlohy

Počáteční problém úlohy je parsování vstupu. Program má být schopen vykreslit graf libovolné funkce, úlohu tedy nelze řešit hrubou silou (například hledáním výrazu x^2 ve vstupním řetězci). Řetězec na vstupu je nejprve nutné podrobit lexikální analýze a rozdělit jej na tokeny, v tomto případě na spojový seznam tokenů. Následuje syntaktická analýza, ta může být realizována metodou rekurzivního sestupu, ShuntingYard algoritmem, nebo kombinací zásobníku a fronty. Výše zmíněné algoritmy mají všechny přibližně stejnou složitost O(n).

Metodu rekurzivního sestupu lze nejlepé realizovat vytvořením gramatiky a rozpoznávacího konečného automatu. Toto řešení mi pro danou úlohu přišlo implementačně zbytečně složité a proto jsem se rozhodl metodu rekurzivního sestupu nepoužít.

Algoritmus ShuntingYard převádí výraz z infixové notace na postfixovou pomocí zásobníku. Algoritmus, společně se zásobníkem, jsou lehké na implementaci a téměř nevyžadují správu paměti. Výslednou postfixovou notaci lze pak za pomoci zásobníku jednoduše zpracovat. Vzhledem k uvedeným výhodám jsem si vybral právě ShuntingYard.

Poslední z možných metod - použití zásobníku a fronty - jsem také vyloučil. S tímto postupem jsem se již setkal a s jeho implementací nemám dobré zkušenosti. Použití této metody by vedlo k reprezentaci výrazu binárním stromem, který sice lze snadno vyčíslit, nicméně je na implementaci složitější, než spojový seznam tokenů v postfixové notaci.

Použití zásobníku s sebou nese riziko přetečení, případně podtečení. Proti těmto problémům je nutné program dostatečně zabezpečit. Díky validaci postfixového výrazu (popsané v dalším odstavci) by nemělo k podtečení docházet. Pokud dojde k podtečení, nejspíše to znamená chybnout implementaci.

Po převedení na postfixový výraz, nastává problém ověření pravosti postfixového výrazu. Je nepřípustné, aby byl vstup $x+1+$ převedený na postfixo-

vou notaci $x1++$, vyčíslitelný. Validace postfixové notace úzce souvisí s jejím vyčíslením, které je realizované zásobníkem. Při validaci je místo zásobníku použito počítadlo a následující pravidla:

1. Počítadlo je na začátku 0.
2. Pokud počítadlo při dekrementaci klesne pod 0, výraz je chybný.
3. Pokud je symbol číslo, nebo proměnná, zvyš počítadlo o 1.
4. Pokud je symbol unární operátor, sniž počítadlo o 1, následně jej o 1 zvyš.
5. Pokud je symbol binární operátor, sniž počítadlo o 2, následně jej o 1 zvyš.
6. Pokud je po projetí výrazu počítadlo 0, výraz je prázdný. Pokud je 1, výraz je správný, pokud je počítadlo cokoliv jiného, výraz je chybný.

Výstup programu je ve formátu PostScript, který sice podporuje křivky, ty jsou však pro vykreslení obecné funkce nedostatečné. Graf je nutné rozdělit do úseků, které budou spojeny čarou. Aby nebyl graf zubatý, musí být počet těchto úseků co nejvyšší (ideálně ∞).

Aby vykreslovaný graf vypadal hezky je třeba zvážit rozložení a počet zobrazovaných hodnot na osách. Při zvolení bezproporcionálního písma, lze pomocí výšky písma elegantně stanovit počet hodnot na ose y. V případě osy x je tento problém složitější. Existuje několik možností

1. Zvolit statický počet hodnot a přijmou riziko, že při špatném nastavení def. oboru a oboru hodnot se budou hodnoty na ose x překrývat.
2. Zjistit šířku nejdelšího čísla a podle toho dopočítat počet zobrazovaných hodnot.
3. Zjistit průměrnou šířku čísel na ose x a podle ní dopočítat počet zobrazovaných hodnot.

Já jsem vzhledem k nejméně obtížné implementaci zvolil první možnost - statický počet hodnot.

3 Popis implementace

3.1 Úvod

Preprocesor jazyka C umožňuje definování maker. Já jsem tyto makra použil k definovaní debugovacího režimu. V tomto režimu se pouze vypisují zprávy o běhu programu na konzoli. Režim lze spustit odkomentováním příkazu *#define DBG*, který se nachází vždy na začátku knihovny po příkazech import. Debugovací režim je umožněn v knihovnách main.c, shuntyard.c a compute.c

Program využívá pouze standardní knihovny jazyka C a je tedy přenositelný mezi platformami.

Samotný program se nachází ve funkci *main()* v knihovně main.c. V této funkci nejprve dojde k načtení vstupů a ověření jejich formální správnosti (počet argumentů, správný tvar omezení..). Pak se postupně volájí funkce z knihoven, které provedou lexikální analýzu, syntaktickou analýzu, validaci, vyčíslení funkce a nakonec zápis do souboru formátu PostScript.

3.2 Lexikální analýza

Aby bylo možné s funkcí na vstupu dále pracovat, je nutné ji převést na tokeny, konkrétně na spojový seznam tokenů. Token je implementován v hlavičkovém souboru charToken.h, funkce pro práci s ním pak v knihovně charToken.c.

Program rozeznává dva druhy tokenů - znakové tokeny a číselné tokeny. Místo implementování dvou typů tokenů, jsem implementoval pouze jeden. Struktura reprezentující token obsahuje znakovou hodnotu, číselnou hodnotu a proměnnou *jeCislo*, která rozhoduje o platnosti jedné z hodnot. O korektní vložení tokenu do seznamu se starají funkce *vlozNaKonec()*, *vlozNaKonecD()* a *vlozNaKonecC()* z knihovny charToken.c.

Číselné tokeny (zřejmě) obsahují pouze reálné konstanty. Znakové tokeny obsahují symboly operátorů a symboly funkcí. Jednotlivé fce mají přiděleny ASCII hodnoty od 1 do 15. Tyto hodnoty v ASCII tabulce obsahují řídící znaky, které však v tomto případě nejsou potřebné. Detailní popis kódování fcí je možné nalézt v hlavičkovém souboru charToken.h.

Lexikální analýzu pak provádí funkce *preproc()* z knihovny shuntyard.c. Funkce vrací spojový seznam tokenů, které představují výraz - stále v infixové notaci. Funkce při parsování reálných konstant původně využívala funkci *strncpy()*. Tato funkce však nefungovala korektně (viz závěr), proto jsem ji nahradil fcí *realStrnCpy()*.

Funkce *preproc()* není implementačně složitá. Funkce prochází vstup a hledá konstanty, operátory, závorky, případně funkce, která pak převádí na

tokeny.

Po převedení vstupu na tokeny lexikální analýzou následuje převod z postfixové notace na infixovou notaci.

3.3 Syntaktická analýza

Syntaktickou analýzu provádí výše zmíněný algoritmus ShuntingYard. Vzhledem k obecnosti algoritmu zde jeho popis neuvedu. Lze ho nalézt například zde.

Zásobník je v programu implementován knihovnou zasobnik.c. Ta rozeznává dva druhy zásobníků - znakový a číselný. Každému z uvedených typů zásobníku náleží tři funkce. Klasické funkce push a pop - *push(), pop()* pro znakový zásobník a *pushd(), popd()* pro číselný zásobník. Třetí funkcí je show, která zobrazí prvek na vrcholu zásobníku, ale nevyjme jej (jméno funkcí je analogické s push a pop). Všechny z uvedených funkcí pracují s odkazy na zásobník a stack pointer. Funkce pro vložení na zásobník dále očekávají na vstupu hodnotu, která se bude vkládat a délku zásobníku.

Knihovna dále obsahuje flagy *UFc, UFd, OFc, OFd*, které signalizují podtečení (UF) / přetečení (OF) znakového (c), nebo číselného (d) zásobníku.

Samotný algoritmus je implementován funkcí *shuntingYard()* v knihovně shuntingyard.c. Funkce na vstupu očekává spojový seznam tokenů, který reprezentuje matematickou funkci v infixové notaci (tedy výsledek lexikální analýzy). Algoritmus pro převod používá zásobník, nicméně se do něj nezanořuje "moc"hluboko. Z tohoto důvodu je zásobník definovaný jako statické pole velikosti 255. Algoritmus při své činnosti používá pouze znakový zásobník.

Přetečení zásobníku během průběhu algortimu je kontrolováno funkcí *checkOFc()*. Podtečení zásobníku není kontrolováno. Pokud dojde k podtečení funkce vrátí symbol \0 (respektive hodnotu 0.0 pro číselný zásobník) a algoritmus bude pokračovat v činnosti. Výsledná postfixová notace pak neprojde validací (viz analýza úlohy, implementačně popsáno dále).

Výsledkem syntaktické analýzy je spojový seznam tokenů, který reprezentuje matematickou funkci zapsanou v postfixové notaci. Tento seznam dále prochází validací, která ověří, zda výraz v postfixové notaci nepředstavuje nesmysl. Validace je implementována funkcí *validateRPN()*, která vrací 0, pokud je výraz korektní. Validace má podobný princip jako vyčíslení výrazu, pouze místo zásobníku používá počítadlo (a pochopitelně výraz nevyčísluje). Obecný princip validace je popsán v analýze úlohy.

3.4 Vyčíslení funkce

Vyčíslení funkce jedné proměnné je implementováno funkcní *compute()* v knihovně compute.c. Funkce vyčísluje funkci právě pro jednu zadanou hodnotu proměnné x (paramertr *x_val*). Pro sestavení celého grafu je tedy nutné tuto funkci cyklicky volat pro dané hodnoty z definičního oboru.

Funkce k vyčíslení používá číselný zásobník. Program opět nepředpokládá velké zanoření, zásobník je proto definován jako statické pole velikosti 255. Funkce pro práci se zásobníkem jsou popsány výše. Přetečení zásobníku kontroluje funkce *checkOF()*. Ta v debugovacím režimu vypíše zprávu o přetečení a funkce *compute()* vrátí hodnotu 0. Pokud nastane podtečení, funkce z knihovny zasobnik.c vrací hodnotu 0.0.

Pro vyčíslení matematických funkcí jako je mocnina, sinus, cosinus.. jsou v knihovně definovány vlastní funkce, které zpravidla pouze volají příslušnou funkci z knihovny math. Pokud to daná funkce vyžaduje, navíc kontrolují vstup a případné chyby. Chyby nastávají dvě - chyba rozsahu a chyba definičního oboru (ERANGE a EDOM z knihovny errno). Pokud taková chyba nastane, funkce vrátí 0.0 a výpočet pokračuje dál. Výsledný graf pak může u určitých funkcí vypadat "ošklivě", nicméně jde vidět pro které konkrétní hodnoty nastala chyba. Konkrétní příklad je graf funkce $ln(x)$ s $D =< -1; 10 >$ na kterém lze vidět, že graf pro hodnoty $x < 0$ zobrazuje $y = 0$.

Funkce *compute()* pracuje s průběžným výsledkem, který podle potřeby vkládá na zásobník (a při volání výpočetních funkcí jej společně s konstantami vyjímá). Po projetí celého seznamu tokenů je vrácen prvek na vrcholu zásobníku - musí být poslední, jinak by výraz nemohl projít výše popsanou validací.

Vzhledem k důvodům popsaným v sekci Vykreslení grafu je počet hodnot x pro které bude vypočítáváno f(x) nastaven na 1001.

3.5 Vykreslení grafu

Vykreslení grafu je implementováno funkcí *zapisDoSouboru()* v knihovně zapisovac.c. Výstupní sobor je ve formátu PostScript. Jedná se o zásobníkově orientovaný programovací jazyk. Podrobná dokumentace zde.

Funkce jako parametry očekává: jméno výstupního souboru - *fname*, pole hodnot k vykreslení ve tvaru [i][0] = x; [i][1] = f(x) - *values*, délku tohoto pole - *val_len* a pole o délce 4 představující omezení ve tvaru {x_min, x_max, y_min, y_max} - *limits*.

Vykreslovaný graf má pevně daný počet zobrazovaných hodnot na ose x. Na ose y je pak počet hodnot dopočítán, nejvýše však 15. Hodnoty se vypisují fontem Courier a mají pevně danou výšku (pro použitou velikost fontu 8 je

výška 6 bodů). Tím lze snadno ověřit, zda se hodnoty na osu y vejdou a nebudou se ve výsledku překrývat.Problematiku počtu hodnot na ose x jsem zmínil v sekci Analýza úlohy. Tento počet je staticky nastaven na 15.

Aby graf nebyl příliš malý, nebo naopak příliš velký, je nutné určit měřítko vykreslení. Aby nedocházelo k roztahováni, nebo smršťování grafu, je pro obě osy určeno stejné měřítko. Měřítko je vypočítáno tak, aby graf maximálně zaplnil buď šířku, nebo výšku stránky a zároveň stránku nijak nepřesahoval. Konkrétní kód pro výpočet je:

```
float meritko = fmin((a4w-2*odsazenix)/(float)delkax,
                     (a4h-2*odsazeniy)/(float)delkay);
```

kde *a4w* a *a4h* představují šířku, výšku stránky v bodech a *delkax*(y) jsou délky os spočítané z omezení. Délka os je zjištěna jako rozdíl maximální (zaokrouhlené na jednotky nahoru) a minimální (zaokrouhlené na jednotky dolu) zobrazené hodnoty.

Před vykreslením grafu je třeba definovat osy, vodící čáry a vypsání výše zmíněných popisků. Osy x a y jsou vykresleny podle vypočítaných délek a následně pomocí měřítka a příkazu *scale* nastaveny na požadovanou velikost. Během vykreslování grafu (respektive psaní příkezů pro jeho vykreslování) se bude různě pracovat s translací a škálováním. Z těchtů důvodů jsou určité části PostScript kódu vloženy mezi příkazy *matrix currentmatrix* a *setmatrix*. To zajistí, že se translace a škálování nebudou navzájem ovlivňovat.

Graf rozeznává dva typy vodících čar, první jsou krátké čárky hned u os (podobně jako v příkladu v zadání). Druhým typem jsou světlejší vodící čáry přes celou plochu grafu. Tyto dva typy čar jsou spojeny do jedné a definovány v makrech *carkax* a *carkay*. Aby šedá čára přes celou plochu grafu nepřekreslila osy, je nutné její vykreslení podmínit. Pro lepší pochopení uvádím příklad definice makra *carkax*:

```
/carkax {
newpath
0 0 0 setrgbcolor
translate
0 0 moveto   %spodní čárky
0 5.000 lineto
0 408.730 moveto  %horní čárka
0 403.730 lineto
stroke
1 eq {newpath   %šedá čára přes plochu grafu
         0.5 0.5 0.5 setrgbcolor
         0 5.000 moveto
```

```
        0 403.730 lineto
        stroke } if
} def
```

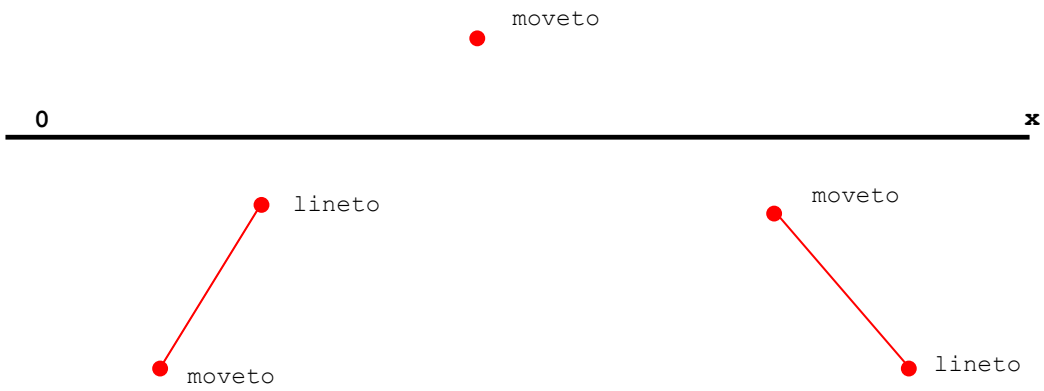
Z definice je patrné, že makro ze zásobníku vyjme celkem tři hodnoty, první dvě určují posun čáry, třetí určuje, zda se bude vykreslovat šedá čára přes graf (pokud ano, musí být 1).

Obdobným způsobm jsoud efinována makra na vypsání popisků *popisx* a *popisy*. Pro příklad uvedu definici *popisx*:

```
/popisx {
translate
0 0 moveto
true charpath
} def
```

Makro opět vybírá tři hodnoty ze zásobníku. První dvě určují posun, třetí určuje hodnotu, která se vypíše.

Po vykreslení os a vodících čar následuje vykreslení grafu funkce. Vzhledem k zadaným omezením se může stát, že bude potřeba graf oříznout. Já jsem si vybral metodu střídání příkazů *lineto* a *moveto*. Pokud bod leží v omezeních, provede se příkaz *lineto*, v opačném případě *moveto*. Tento přístup však sám o sobě není dostatečný. Může nastat případ kdy je současný bod mimo omezení, ale následující bod již omezením vyhovuje, tím by v grafu vzniknul "ocásek"přesahující osy. Z tohoto důvodu se na první bod (vyhovující omezením), po bodu omezením nevyhovující, provede příkaz *moveto* a až na následující bod (pokud samozřejmě vyhovuje omezením) se provede příkaz *lineto*. Pro lepší pochopení dodávám ilustraci.



Obrázek 1: Ilustrace způsobu vykreslování grafu

4 Uživatelská příručka

4.1 Sestavení programu

Program používá pouze standardní knihovny jazyka C. Při sestavování tedy není nutné linkovat platformě-specifické knihovny. Program je možné zkompilovat a slinkovat ručně, použitím vlastního kompilátoru, nebo využít připravených makefile. Při ruční kompilaci může být potřeba linkovat knihovnu math parametrem linkeru *−lm*.

4.1.1 Sestavení pomocí makefile

Pro sestavení progrmau jsou připraveny dva soubory makefile.

První (jméno *makefile*) kompiluje překladačem gcc a pro odstranění souborů s objektovým kódem používá příkaz *rm −rf*. Tento makefile je tedy určen spíš pro linuxové distribuce (testováno na distribuci Debian Wheezy 7.7).

Druhý (jméno *makefile.win*) kompiluje překladačem cl (překladač od Microsoftu) a pro odstranění souborů s objektovým kódem používá příkaz *del*. Z názvu vyplývá, že tento makefile je určen především pro Windows (testováno na Windows 7 64-bit).

Výsledkem sestavení pomocí obou makefile je spustitelná aplikace graph.exe.

4.2 Použití programu

Program se spouští příkazem *graph.exe <funkce> <vystupni-soubor> [<omezeni>]*. Paramery *funkce* a *vystupni-soubor* jsou povinné, parametr *omezeni* je nepoviný, musí však dodržet níže popsaný formát. Paramtry je možné zadávat v uvozovkách i bez uvozovek. Nicméně pokud parametr obsahuje mezery (např. $x + 5$), příkazový procesor pak parametr vyhodnotí jako více parametrů a program skončí chybou.

Zápis matematické funkce musí být jednoznačný a nesmí být vynechán operátor násobení (místo 2x tedy 2*x). Názvy matematických funkcí a operátorů, které je možno použít, se nachází v kompletním zadání v sekci Zadání. K těmto funkcím jsou navíc přidány funkce *cotan()* a *acotan()*. Názvy matematických funkcí jsou case-sensitive a je povolen zápis pouze malými písmeny.

Zápis funkce může obsahovat výše zmíněné funkce a operátory, proměnnou (smybol x), kulaté závorky a reálné konstanty zadané v akceptovatelném formátu jazyka C. Přidání jiných znaků do zápisu funkce způsobí chybu a ukončení programu.

Parametr *vystupni-soubor* je úplné jméno výstupního souboru, ke jménu výstupního souboru se tedy automaticky nedoplní žádná přípona.

Nepovinný parametr *omezeni* umožňuje zadat definiční obor a obor hodnot vykreslované funkce. Formát tohoto parametru je následující $x\_min{:}x\_max{:}y\_min{:}y\_max$. Celkem se tedy v parametru zadávají čtyři hodnoty oddělené dvojtečkou. Pokud se v parametru zadá méně (nebo více) hodnot, případně se použije jiný oddělovač, program skončí chybou.

Výsledek programu je pak soubor ve formátu PostScript obsahující příkazy na vykreslení grafu zadané funkce. Specifikace tohoto formátu je zmíněna v sekci Vykreslení grafu. K prohlížení souborů formátu PostScript lze použít klasický program AdobeReader, případně speciální program GSView. Program GSView navíc vyžaduje instalaci interpreta jazyka PostScript - GhostScript.

5 Závěr

Program funguje správně, bez memory leaků a neznámých pádů během výpočtu. Časy běhů se (podle online validátoru) pohybují od 1 do 3 sekund, což pokládám za uspokojivé. Čas běhu na "normálním"PC je pak ještě menší. Zadání se program snaží plnit co nejpřesněji.

Ačkoliv je program formálně v pořádku, nabízí se několik možných vylepšní. Mezi prvními je odstranění case-sensitive u detekce matematických funkcí. Následuje zobrazení hodnot u grafu. Hodnoty se zobrazují po stejném kroku a může se stát, že významná hodnota (např 0 u fce x^2) nebude zobrazena. V neposlední řadě by bylo dobré upravit rozmístění hodnot na ose x ze statického na dynamické - tím by se zabránilo situacím, kdy se tyto hodnoty překrývají.

5.1 Problémy a chyby programu

Při řešení semestrální práce se vyskytlo několik problémů. Většinu z nich se mi podařilo opravit (pochopením v čem dělám chybu). K odstranění některých chyb jsem pak musel použít jiné řešení. Jeden nastal při kompilaci kódu nástrojem od *cl* od Microsoftu. Podle specifikace jazyka C musí být velikost statického pole známá v době deklarace. Následující kód v pořádku prošel kompilátorem *gcc*.

```
int velikost_pole = 50;
int pole[velikost_pole];
```

Ale kompilátor *cl* tento kód hodnotil chybně a chtěl při deklaraci pole konstantní hodnotu. Abych problém vyřešil, využil jsem preprocesor jazyka C a předchozí kód následovně upravil.

```
#define VELIKOST_POLE 50
int velikost_pole = VELIKOST_POLE;
int pole[VELIKOST_POLE];
```

Další závažnější problém mi způsobovala funkce *strncpy()*. První byl problém s parametrem *source*, který musel být konstantní, další problém pak byly s náhodnými výsledky. Druhý problém je nejspíš zaviněn mým nepochopením funkce. Nakonec jsem si na kopírování počtu znaků ze zadaného řetězce napsal vlastní funkci, která vrací ukazatel na zkopírovaný řetězec. Má funkce má jednu nevýhodu, tou je nutnost uvolnit paměť (funkce využívá *malloc*). Nicméně pro potřeby programu to nepředstavuje závažnější problém.

Problém, který se mi nakonec podařilo opravit, nastává při vyčíslování funkcí, které nejsou na zadaných hodnotách definované v oboru reálných čiel. Typicky $x^{2.5}$ v oboru $D =< -10; 10 >$. Podle knihovny math sice funkce *pow()* (a další) nastavuje *errno* na chybu rozsahu a chybu definičního oboru, nicméně při provedení $(-1)^{2.5}$ hodnota *errno* nezmění a výsledné číslo se funkcí *printf()* vytiskne jako "-1.#IO"(NaN). Rozhodl jsem se, že pokud funkce z knihovny math vrátí NaN, hodnota se do výsledného souboru zapíše jako 0.0.

Problém, který se mi nepodařilo opravit, je použití operátoru mocnění `^` v příkazovém procesoru *cmd* bez uvozovek. Například funkce zapsaná jako "`x^2`"projde bez problémů, pokud ale vynecháme uvozovky, program skončí chybou při provádění lexikální analýzy. Vzhledem k tomu, doporučuji funkci vždy zapisovat do uvozovek.