

# KIV/VSS

**Simulace šíření lesího požáru buněčným automatem**

Zdeněk Valeš

1.1. 2019

# 1 Zadání

Pomocí nástroje NetLogo naprogramujte simulaci lesního požáru. Základem pro semestrální práci bude existující příklad simulace v programu NetLogo, který rozšířím o další parametry (vítr, hořlavost terénu, typy terénu, jiný model šíření ohně, ...) tak, jak je popsáno v článku Simulation of forest fire fronts using cellular automata[1]. Práce bude umět simulovat šíření ohnivé stěny i šíření ohně z předem vybraného bodu. Ideálně by práce měla umět načíst mapu ze souboru a na té provést simulaci.

## 2 Teorie

### 2.1 Základy pravděpodobnosti

Název	Značení	Spojité	Diskrétní
Střední hodnota	$E(X)$	$\int x f(x)$	$\sum s_i p_i$
Rozptyl	$\sigma^2, D(X)$	$\int (x - E(X))^2 p(x)$	$\sum p_i (x_i - E(X))^2$
Směrodatná odchylka	$\sigma, s_x$	$\sqrt{D(X)}$	
Variační koeficient	$v_x$	$\frac{s_x}{\bar{x}}$	

Tabulka 1: Tabulka základních vzorečků

Název	Hustota ppsti (PDF)	Distribuční fce (CDF)	Střední hodnota	Rozptyl
Rovnoměrné	$\frac{1}{b-a}$	$\frac{x-a}{b-a}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{1}{12}(b-a)^2$
Normální	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$	$\mu$	$\sigma^2$
Exponenciální	$\lambda e^{-\lambda x}$	$1 - e^{-\lambda x}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Poissonovo	$\frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$	exp. schody	$\lambda$	$\lambda$
Trojúhelníkové (a-c-b)	$0$ pro $x < a$ $\frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)}$ pro $x < c$ $\frac{2}{(b-a)}$ pro $x = c$ $\frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)}$ pro $x \leq b$ $0$ pro $x > b$	$0$ pro $x \leq a$ $\frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}$ pro $x \leq c$ $1 - \frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)}$ pro $c < b$ $1$ pro $x \geq b$	$\frac{a+b+c}{3}$	$\frac{a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc}{18}$

Tabulka 2: Tabulka se vzorečky pro základní rozdělení

### 2.2 Generování náhodných čísel

- Kvazirozměrné rozložení, generátor uniformního rozložení (celé číslo na n bitech)
- Metoda prostředních čtverců
- Lineární rovnice + modulo aritmetika ( $y_{i+1} = (ay_i + c) \bmod m$ )

### 2.2.1 Generování dalších rozdělení

**Transformační metoda** Uniformní rozdělení transformujeme podle inverzní distribuční fce  $F^{-1}(u)$ . Vhodné pokud je  $F^{-1}(u)$  snadno zjistitelná.

**Vylučovací metoda** Musí být známa hustota ppsti  $f(x)$ . Dvěma uniformními generátory dostanu čísla v prostoru:

- $G_1$  s uniformním rozdělením na  $[a, b]$
- $G_2$  s uniformním rozdělením na  $[0, M]$
- $G_1 \Rightarrow y_1 \Rightarrow x_i = (b - a)y_1 + a$
- $G_2 \Rightarrow y_2 \Rightarrow z_i = My_2$
- Pokud  $z_i < f(x_i)$  pak  $x_i$  je náhodné číslo s rozdělením  $f(x)$ ; jinak opakuj

**Obecné diskrétní rozdělení** Pokud znám schodovou distribuční fci, generuji 1 číslo s uniformním rozdělením podle tabulky (CDF) určím výslednou hodnotu.

### 2.2.2 Generování normálního rozdělení

Součet  $n$  náhodných čísel s rovnoměrným rozdělením se asymptoticky blíží k normálnímu rozdělení.  $s_n = \sum_{i=1}^n y_i$ , hodí se volit  $n = 12$  protože  $E\{s_n\} = nE\{y_i\} = \frac{n}{2} = 6$  a  $D\{s_n\} = nD\{y_i\} = \frac{n}{12} = 1$ , je tedy snadné generovat gaussovo rozdělení se  $\mu = 6$  a  $\sigma = 1$ . Pro zadané  $\mu$  a  $\sigma$ :  $\sigma \cdot (\sum_{i=1}^{12} y_i - 6) + \mu$

**Box-Müllerova transformace** Stačí dvě hodnoty  $x_1, x_2$  s normovaným rovnoměrným rozdělením:

- $z_1 = \sqrt{-2\ln(-x_1)} \cos(2\pi x_2)$
- $z_2 = \sqrt{-2\ln(-x_1)} \sin(2\pi x_2)$

Lze ještě aplikovat parametry normálního rozdělení:  $z_1 \sigma \mu$ .

### 2.2.3 Testování generátoru

Ověřit, zda má generátor zadané vlastnosti (střední hodnotu, rozptyl, délka periody ...).

$\chi^2$  test Testuji, že nějaká hypotéza neplatí (nebo, že ji nelze zamítnout).

- Hodnoty z  $\{y_i\}_1^n$  rozdělím do  $k$  intervalů. V každém intervalu spočtu četnost  $\theta_i$ , ppst  $p_i$ , že hodnota  $y_i$  spadne do intervalu.
- $\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(\theta_i - np_i)^2}{np_i}$
- Porovnání s tabulkovou hodnotou.  $\chi^2 \leq \chi_{tab}^2$  pak hypotézu nelze zamítnout. Jinak hypotézu zamítnu na hladině ppsí  $\alpha$ .

## 2.3 Markovské náhodné procesy

Poissonovo (počet jevů v určitém čas. intervalu) vs. Exponenciální rozdělení (délka intervalu mezi dvěma událostmi).

- Stř. doba setrvání ve stavu  $i$ :  $T_i = \frac{1}{\lambda_i}$
- Stř. frekvence přechodů po hraně z  $i$  do  $j$ :  $f_{i,j} = p_i \cdot \lambda_{i,j}$  (pouze bez abs stavů)
- Stř. doba cyklu průchodů stavem  $i$ :  $T_{ci} = \frac{1}{f_i}$  (pouze bez abs stavů)

## 2.4 Systémy hromadné obsluhy

Vstupní proud:  $a, \lambda$ . Doby obsluh:  $s, \mu$ . Fronta:  $w$ . Celý systém:  $q$ . Doba:  $T, t$  (velká písmena = stř. hodnoty, malá konkrétní). Počet požadavků:  $L$ . Zátěž systému:  $\rho = \frac{T_{obsluha}}{T_{mezi\ prichody}} = \frac{T_s}{T_a}$

**Charakteristiky vstupního proudu** Veličina  $\tau$ . Exponenciální proud lze popsat jedním parametrem  $\lambda$ , proto  $E\{\tau\} = T_a = \frac{1}{\lambda}$  (viz vzorečky ppsti). Koeficient variace určuje, jak moc je proud náhodný, typicky v intervalu  $< 0; 1 >$ , kde 0 jsou pravidelné příchody.

**Fronta požadavků** Aktuální počet požadavků ve frontě:  $w$ . Střední počet požadavků ve frontě  $L_w$ . Doba čekání jednoho požadavku  $t_w$ . Stř. doba čekání požadavku ve frontě  $T_w$ .

**Charakteristiky SHO** Mezi středními hodnotami platí následující vztahy. Stř. počet prvků v systému:  $L_q = L_w + L_s = L_w + m \frac{\lambda}{\mu}$ . Stř. doba průchodu systémem:  $T_q = T_w + T_s = T_w + \frac{1}{\mu}$ .

Littleovy vzorce:

- $L_q = \lambda \cdot T_q$
- $L_w = \lambda \cdot T_w$
- $T_w = L_w \cdot T_a$

### 2.4.1 Kendallova klasifikace

Znám charakteristiku vstupního proudu  $F_a(t)$  a kanálu obsluhy  $F_s(t)$ , chci určit vlastnosti systému. Systém fron popsán pěticí X/Y/m(/I/disc)

- **X**: prvd. rozdělení vstupního proudu  
GI = obecné náhodné rozdělení, stat nezáv.; G = obecné náhodné rozdělení;  
M = exponenciální rozdělení; D = determ. intervaly
- **Y**: prvd. rozdělení dob obsluh

- **m**: počet kanálů obsluhy
- **I**: max. délka fronty (obvykle  $\infty$ ).
- **disc.**: frontová disciplína (obvykle FIFO).

**M/M/1** Nejjednodušší případ, charakterizováno parametry  $\lambda, \mu$ .  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ , pro stac. režim  $\lambda < \mu$ . Pokud stacionární, lze modelovat jako mark. proces:  $p_k = \rho^k p_0 = \rho^k (1 - \rho)$ .  $E\{k\} = L_q = \sum_{k=0}^{\infty} k p_k = (1 - \rho) \frac{\rho}{(1 - \rho)^2}$ .

**M/M/m**  $m$  obslužných kanálů pro 1 frontu. Koefficient vytížení:  $\rho = \frac{1}{m} \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1}{m} \frac{T_s}{T_a} = \frac{\lambda T_s}{m}$ . Pro  $m \in \{1, 2\}$  přesný, jink pouze přibližný odhad:  $L_q = \frac{m\rho}{1 - \rho^m}$ ;  $T_q = \frac{T_s}{1 - \rho^m}$ .

Pokud konečná fronta, některé požadavky zahozeny, proto nelze použít vzorce pro nekonečnou délku fronty a proto platí, že  $\lambda_{realne} < \lambda_{teoreticke}$ . Vzorce pro konkrét í případ lze odvodit z mark. modelu.

**M/G/1** Nemarkovský model. Potřebuji  $\lambda$  pro vstupní proud a  $F_s(t)$ , nebo  $f_s(t)$  pro popis doby obsluhy.  $\rho = \lambda T_s$  kde  $T_s$  je stř. doba rozdělení  $F_s(t)$ . Na zbytek potřebuji koef. variace ( $C_s^2$ ).  $C_s = \frac{\sigma(\tau)}{T_a}$ .

- $L_w = L_{w(M/M/1)} \frac{1 + C_s^2}{2} = \frac{\rho^2}{1 - \rho} \frac{1 + C_s^2}{2}$
- $L_q = L_w + L_s (= L_w + \frac{\lambda}{\mu} = L_w + \rho)$
- $T_q = \frac{L_q}{\lambda}$
- $T_w = \frac{L_w}{\lambda}; T_w = T_q - T_s$

Markovské modely se používají jako odhad nejhoršího průběhu.

#### 2.4.2 Složené sítě

### 2.5 Základy teorie spolehlivosti

### 2.6 Diskrétní stochastické modely

### 2.7 Benchmarky

## 3 Závěr

## Reference

- [1] ENCIAS, Hernández, Hoya WHITE, Martín del RAY a Rodríguez SANCHÉZ. Simulation of forest fire fronts using cellular automata. *Advances in Engineering Software: Advances in Numerical Methods for Environmental Engineering*. 2007, 2007(6), 372-378. ISSN 0965-9978. Dostupné také z: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0965997806001293>