

重庆 NOIP2016 模拟考试（一）简单题解

考试时间:2016.10.15 8:30-12:00

题目名称	程序文件名	输入文件名	输出文件名	时间、内存	分值
最多因数	MFactor	MFactor.in	MFactor.out	1s/256m	100
卫星区域	Sat	Sat.in	Sat.out	3s/256m	100
树上的询问	Tree	Tree.in	Tree.out	1s/256m	100

From CQBS,感谢 lxiao zhong 提供题目

T1 最多因数

【分析】枚举+搜

30%: 暴力 For 枚举

60%: \sqrt{N} 枚举

100%: 搜索

考虑反素数的定义: 对于任何正整数 x , 其约数的个数记做 $g(x)$. 例如 $g(1)=1, g(6)=4$.

如果某个正整数 x 满足: 对于任意 $i(0 < i < x)$, 都有 $g(i) < g(x)$, 则称 x 为反素数。

所以我们要求的就是 a, b 之间最大的反素数。因为反素数满足因数个数最多, 且最小。

如何找到反素数, 利用反素数这两条性质

性质一: 一个反素数的质因子必然是从 2 开始连续的质数。(有了这条性质质因子只用枚举到 29)

性质二: $p=2^{t_1} \cdot 3^{t_2} \cdot 5^{t_3} \cdot 7^{t_4} \dots$ 必然 $t_1 \geq t_2 \geq t_3 \geq \dots$ (所以我们可以用搜索实现了)

本题, 在 10 亿以内, 且 $b-a=300000000$, 保证了 b 以内的反素数肯定是大于等于 a 的, 直接求 b 以内反素数即可。如果超过 10 亿, b 的反素数就可能小于 a 了。

恶搞方法: 由于反素数很少, 分段打表即可。

T2 卫星区域

【分析】二分+2-sat 验证

考虑到 2-SAT 在 NOIP 中很少碰倒, 第二题取名 SAT 有助于提醒选手思路, 另外, 控制数据出了点问题, 所以时间开成 3 秒来评测。

30%: 暴搜

60% 最优化剪枝

100% 二分+2-sat 验证

我们来分析一下题目, 题目中提示方法最明显的字眼就是最小值最大。提示我们用二分法。在二分中最难想的就是判断函数。但注意到这道题中每个卫星只有两种模式, 要么往上移, 要么往下, 我们想到 2-sat。所以答案就是二分最短距离。然后每个枚举两个卫星。如果 i 卫星往一个方向移动, 与 j 卫星往一个方向移动后距离小于当前枚举的距离, 那就加一条边。

吐槽: 数据随机的, 有人剪枝 3s 过了....

T3 树上的询问

【分析】LCA+分析

令点 1 为根，求出每个点的深度 dep_i 与每个点子树的大小 $size_i$

设两人所在点 x, y 的 LCA 为 z ，两点之间距离为 d

分下列几种情况：<http://blog.csdn.net/>

- 当 d 为奇数时，答案为 0
- 否则，若 $x = y$ ，答案为 n
- 否则，若 $dep_x = dep_y$ ，令 $p1$ 为 x 的祖先，且 $dep_{p1} = dep_z + 1$ ，令 $p2$ 为 y 的祖先，且 $dep_{p2} = dep_z + 1$ ，则答案为 $n - size_{p1} - size_{p2}$
- 否则，假设 $dep_x > dep_y$ ，令 $p1$ 为 x 的祖先，且 $dep_{p1} = dep_x - d/2$ ，令 $p2$ 为 x 的祖先，且 $dep_{p2} = dep_{p1} + 1$ ，则答案为 $size_{p1} - size_{p2}$

时间复杂度 $O(n \log n + m \log n)$ ，期望得分 100

说明：数据过 5 万，本来应该卡一下 DFS 爆栈的，考虑到 NOIP，就算了。