

Theoretische Grundlagen der Informatik

Tutorium 10

Institut für Kryntographie und Sicherheit



look-up



- Vorlesungsfolien
 - http://www.iks.kit.edu/index.php?id=tgi-ws12
- Tutoriumsfolien
 - tinyurl.com/tgi1213
 - Neue Position des Download-Ordners



- Michael Sipser, Introduction to the Theory of Computation
 - Grundlage der Vorlesung
 - Eher zum Nachschlagen empfohlen
- Vorlesungs-Skript
 - In Arbeit
 - Unter Umständen sehr geringe Zeitspanne zwischen Veröffentlichung des Skripts und der Klausur





Finden Sie den Fehler im folgenden "Beweis" für $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$! Betrachten Sie folgenden Algorithmus für SAT:

- Durchlaufe für die gegebene Formel ϕ alle möglichen Belegungen der Variablen mit den Wahrheitswerten
- Akzeptiere ϕ , wenn eine der durchlaufenen Belegungen ϕ erfüllt

Dieser Algorithmus hat eine mit der Anzahl der Variablen exponentiell wachsende Laufzeit. Daher hat das Problem SAT einen exponentiellen Aufwand und kann nicht in **P** liegen. Weil aber SAT in **NP** liegt, muß also $\mathbf{P} \neq \mathbf{NP}$ gelten.



1. Zeigen Sie, dass es unter der Voraussetzung $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$ möglich ist, für eine aussagenlogische Formel ϕ in polynomieller Zeit eine erfüllende Belegung der Variablen zu finden, falls eine solche Belegung existiert!



HALF-CLIQUE



Wiederholung: CLIQUE

Enthält der Graph G = (V, E) einen Teilmenge $V' \subseteq V$ mit $|V'| \ge n$, bei der jeder Knoten eine Kante zu jedem anderen Knoten des Teilgraphs hat?

HALF-CLIQUE

Enthält der Graph G = (V, E) eine CLIQUE mit $|V'| \ge |V|/2$?



Gegeben ist das folgende Problem:

HALF-CLIQUE:

Gegeben: Ein ungerichteter Graph G = (V, E)

Gesucht: Gibt es eine Teilmenge $V' \subseteq V$

mit $\forall v, w \in V', v \neq w : (v, w) \in E \text{ und } |V'| \geq |V|/2$

Beweisen Sie, dass HALF-CLIQUE NP-vollständig ist!

Zur Erinnerung:

Das als **NP**-vollständig bekannte Problem CLIQUE ist definiert durch:

CLIQUE:

Gegeben: Ein ungerichteter Graph G = (V, E) und $k \in \mathbb{N}$

Gesucht: Gibt es eine Teilmenge $V' \subseteq V$

 $\mathsf{mit} \ \forall \ v, w \in V', v \neq w : (v, w) \in E \ \mathsf{und} \ |V'| \geq k$

Tutoriumsmaterial von Alexander Kwiatkowski, Michael Vollmer und Matthias Holoch

Hamiltonkreis



Kurzdefinition

Enthält der gegebene Graph einen Kreis, d.h. gibt es einen Pfad der durch jeden Knoten exakt einmal geht und vom Startknoten wieder zum Startknoten führt (Start- und Endknoten wird nur einmal gezählt).

Formal

Gegeben: Ein ungerichteter Graph G = (V, E).

Gesucht: Besitzt G einen Hamiltonkreis? (Dies ist eine Permutation π der

Knotenindizes
$$(v_{\pi(1)}, v_{\pi(2)}, ..., v_{\pi(n)})$$
, sodass für $i = 1, ..., n-1$ gilt:

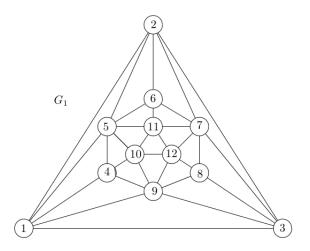
$$\{v_{\pi(i)},v_{\pi(i+1)}\}\in E$$
) und außerdem $\{v_{\pi(n)},v_{\pi(1)}\}\in E$).

Tutoriumsmaterial von Alexander Kwiatkowski, Michael Vollmer und Matthias Holoch

Beispiel



Gibt es in diesem Graphen einen Hamiltonkreis?





Travelling Salesman



Kurzdefinition

Geben sie einen Kreis des gegeben vollständig verbundenen Graphen mit Kantenlängen an, sodass dessen Gesamtkantenlänge minimal ist.

Formal

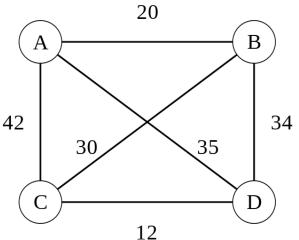
Gegeben: Ein Graph $G = (V, V \times V)$

Gesucht: Ein einfacher Kreis $C = (v_1, v_2, ..., v_n, v_1)$, sodass n = |V| und $\sum_{(u,v)\in C} d(u,v)$ minimiert wird, wobei d(u,v) die Entfernung zwischen den Knoten u und v ist.

Beispiel



Wie lang ist die kürzeste Route und durch welche Kanten geht sie?





Gegeben sind folgende Probleme:

Hamiltonkreisproblem:

Gegeben: Ein ungerichteter Baum G = (V, E).

Gesucht: Besitzt G einen Hamiltonkreis? (Dies ist eine Permutation π der Knotenindizes ($v_{\pi(1)}, v_{\pi(2)}, ..., v_{\pi(n)}$), sodass für i = 1, ..., n-1 gilt: $\{v_{\pi(i)}, v_{\pi(i+1)}\} \in E$) und außerdem $\{v_{\pi(n)}, v_{\pi(1)}\} \in E$).

Travelling Salesman(TSP):

Gegeben: Ein Graph $G = (V, V \times V)$

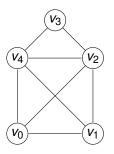
Gesucht: Ein einfacher Kreis $C = (v_1, v_2, ..., v_n, v_1)$, sodass n = |V|und $\sum_{(u,v)\in C} d(u,v)$ minimiert wird, wobei d(u,v) die Entfernung

zwischen den Knoten u und v ist.

Zeigen Sie, dass TSP NP-Vollständig ist, wobei das Hamiltonkreisproblem auch NP-Vollständig ist. Benutzen Sie für den Beweis die Reduktion Hamiltonkreisproblem \leq_p TSP. 4 ₱ ▶ 4 **=** ▶ 40 Q (>



Gegeben sei folgender Graph:



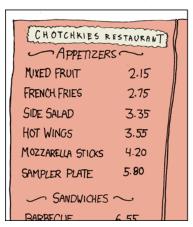
Gibt es einen Hamiltonkreis? Wandeln Sie hierzu das Problem in ein TSP um und finden Sie eine optimale Rundtour.



Bis zum nächsten Mal!



MY HOBBY: EMBEDDING NP-COMPLETE PROBLEMS IN RESTAURANT ORDERS



WE'D LIKE EXACTLY \$ 15, 05 WORTH OF APPETIZERS, PLEASE. ... EXACTLY? UHH ... HERE, THESE PAPERS ON THE KNAPSACK PROBLEM MIGHT HELP YOU OUT. LISTEN. I HAVE SIX OTHER TABLES TO GET TO -- AS FAST AS POSSIBLE OF COURSE. WANT SOMETHING ON TRAVELING SALESMAN?

Lizenzen





Dieses Werk ist unter einem "Creative Commons Namensnennung-Weitergabe unter gleichen Bedingungen 3.0 Deutschland"-Lizenzvertrag lizenziert. Um eine Kopie der Lizenz zu erhalten, gehen Sie bitte zu http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/de/ ozterschreiben Sie an Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, California 94105, USA.

Davon ausgenommen sind das Titelbild, welches aus der März-April 2002 Ausgabe von American Scientist erschienen ist und ohne Erlaubnis verwendet wird, sowie das KIT Beamer Theme. Hierfür gelten die Bestimmungen der jeweiligen Urheber.

