



Estadística aplicada en R

T-test

-Marzo 2022-

Carlota Solano
carlota.solano.udina@upm.es



2.1. T-test (test de Student)

1. ¿Qué es?

T-test es una prueba estadística que permite determinar si existe una diferencia estadísticamente significativa entre la media de dos grupos.

$$t = \frac{(\hat{\beta} - \beta_0)}{s.e.(\hat{\beta})}$$

$$t = \frac{\text{observado} - \text{esperado}}{\text{precisión de la media calculada respecto a la media real (s.e.)}}$$

2. ¿Cuándo se puede utilizar?

Cuando quieres comparar una variable continua entre dos niveles.

E.g.: Comparar la evapotranspiración de eucalipto en ladera de solana y umbría.

Comparar la cantidad de sal que echan griegos e italianos en la comida.

3. ¿Qué tipo de datos se necesitan?

Variable respuesta (dep.; y) → Numérica continua

Variable explicativa (indep.; x) → Categórica con dos niveles

2.1. T-test (test de Student)

4. ¿Qué asunciones tiene?

Independencia de las observaciones → Muestreo aleatorio

Distribución **normal** de la variable respuesta

Igualdad de **varianza** en los grupos a comparar (Homocedasticidad)

5. Matemáticamente, ¿cuál es la hipótesis?

H0: La media de dos grupos no difiere → $\mu_1 = \mu_2$

Ha: La media de dos grupos difiere → $\mu_1 \neq \mu_2$

2.1. T-test (test de Student)

6. ¿Cómo se corre en R?

```
R >t.test(datos$respuesta ~ datos$explicativa)
```

7. ¿Cómo se interpreta el resultado de R?

E.g.:

¿Cómo afecta la vitamina C en el crecimiento de dientes de cobayas?

Cobayas son tratadas con un suplemento (supp) de zumo de naranja (OJ) o con pastillas de vitamina C (VC), y se mide la longitud de sus dientes (len).

Factor: Suplemento (supp) → **Variable explicativa**

Nivel 1: Zumo de Naranja (OJ)

Nivel 2: Vitamina C (VC)

```
>t.test(ToothGrowht$len~ToothGrowth$supp)
```

```
Welch Two Sample t-test
```

```
data: ToothGrowth$len by ToothGrowth$supp
```

```
t = 1.9153, df = 55.309, p-value = 0.06063
```

```
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
```

```
95 percent confidence interval:
```

```
-0.1710156  7.5710156
```

```
sample estimates:
```

```
mean in group OJ mean in group VC
```

```
20.66333
```

```
16.96333
```

Longitud de dientes (len) → **Variable respuesta**

2.1. T-test (test de Student)

6. ¿Cómo se corre en R?

```
R >t.test(datos$respuesta ~ datos$explicativa)
```

7. ¿Cómo se interpreta el resultado de R?

E.g.:

¿Cómo afecta la vitamina C en el crecimiento de dientes de cobayas?

Cobayas son tratadas con un suplemento (supp) de zumo de naranja (OJ) o con pastillas de vitamina C (VC), y se mide la longitud de sus dientes (len).

```
>t.test(ToothGrowth$len~ToothGrowth$supp)
```

t: diferencia entre grupos representado en unidades de error estándar (s.e.).

```
Welch Two Sample t-test
```

```
data: ToothGrowth$len by ToothGrowth$supp
```

```
t = 1.9153, df = 55.309, p-value = 0.06063
```

```
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
```

```
95 percent confidence interval:
```

```
-0.1710156  7.5710156
```

```
sample estimates:
```

```
mean in group OJ mean in group VC
```

```
20.66333
```

```
16.96333
```


2.1. T-test (test

6. ¿Cómo se cor

R >t.test

7. ¿Cómo se inte

E.g.:

¿Cómo afecta la

Cobayas son tra

mide la longitud

>t.test(Toc

Welch

data: ToothG

t = 1.9153, d

alternative h

95 percent co

-0.1710156

sample estima

mean in group

20.66

| | cum. prob | t_.50 | t_.75 | t_.80 | t_.85 | t_.90 | t_.95 | t_.975 | t_.99 | t_.995 | t_.999 | t_.9995 |
|-----------|-----------|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|--------|--------|---------|
| one-tail | | 0.50 | 0.25 | 0.20 | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.001 | 0.0005 |
| two-tails | | 1.00 | 0.50 | 0.40 | 0.30 | 0.20 | 0.10 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.002 | 0.001 |
| df | | | | | | | | | | | | |
| 1 | | 0.000 | 1.000 | 1.376 | 1.963 | 3.078 | 6.314 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 318.31 | 636.62 |
| 2 | | 0.000 | 0.816 | 1.061 | 1.386 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 | 22.327 | 31.599 |
| 3 | | 0.000 | 0.765 | 0.978 | 1.250 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 | 10.215 | 12.924 |
| 4 | | 0.000 | 0.741 | 0.941 | 1.190 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 | 7.173 | 8.610 |
| 5 | | 0.000 | 0.727 | 0.920 | 1.156 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 | 5.893 | 6.869 |
| 6 | | 0.000 | 0.718 | 0.906 | 1.134 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 | 5.208 | 5.959 |
| 7 | | 0.000 | 0.711 | 0.896 | 1.119 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 | 4.785 | 5.408 |
| 8 | | 0.000 | 0.706 | 0.889 | 1.108 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 | 4.501 | 5.041 |
| 9 | | 0.000 | 0.703 | 0.883 | 1.100 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 | 4.297 | 4.781 |
| 10 | | 0.000 | 0.700 | 0.879 | 1.093 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 | 4.144 | 4.587 |
| 11 | | 0.000 | 0.697 | 0.876 | 1.088 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 | 4.025 | 4.437 |
| 12 | | 0.000 | 0.695 | 0.873 | 1.083 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 | 3.930 | 4.318 |
| 13 | | 0.000 | 0.694 | 0.870 | 1.079 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 | 3.852 | 4.221 |
| 14 | | 0.000 | 0.692 | 0.868 | 1.076 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.977 | 3.787 | 4.140 |
| 15 | | 0.000 | 0.691 | 0.866 | 1.074 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.602 | 2.947 | 3.733 | 4.073 |
| 16 | | 0.000 | 0.690 | 0.865 | 1.071 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 | 3.686 | 4.015 |
| 17 | | 0.000 | 0.689 | 0.863 | 1.069 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 | 3.646 | 3.965 |
| 18 | | 0.000 | 0.688 | 0.862 | 1.067 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 | 3.610 | 3.922 |
| 19 | | 0.000 | 0.688 | 0.861 | 1.066 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.539 | 2.861 | 3.579 | 3.883 |
| 20 | | 0.000 | 0.687 | 0.860 | 1.064 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 | 3.552 | 3.850 |
| 21 | | 0.000 | 0.686 | 0.859 | 1.063 | 1.323 | 1.721 | 2.080 | 2.518 | 2.831 | 3.527 | 3.819 |
| 22 | | 0.000 | 0.686 | 0.858 | 1.061 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 | 3.505 | 3.792 |
| 23 | | 0.000 | 0.685 | 0.858 | 1.060 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 | 3.485 | 3.768 |
| 24 | | 0.000 | 0.685 | 0.857 | 1.059 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.797 | 3.467 | 3.745 |
| 25 | | 0.000 | 0.684 | 0.856 | 1.058 | 1.316 | 1.708 | 2.060 | 2.485 | 2.787 | 3.450 | 3.725 |
| 26 | | 0.000 | 0.684 | 0.856 | 1.058 | 1.315 | 1.706 | 2.056 | 2.479 | 2.779 | 3.435 | 3.707 |
| 27 | | 0.000 | 0.684 | 0.855 | 1.057 | 1.314 | 1.703 | 2.052 | 2.473 | 2.771 | 3.421 | 3.690 |
| 28 | | 0.000 | 0.683 | 0.855 | 1.056 | 1.313 | 1.701 | 2.048 | 2.467 | 2.763 | 3.408 | 3.674 |
| 29 | | 0.000 | 0.683 | 0.854 | 1.055 | 1.311 | 1.699 | 2.045 | 2.462 | 2.756 | 3.396 | 3.659 |
| 30 | | 0.000 | 0.683 | 0.854 | 1.055 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 | 3.385 | 3.646 |
| 40 | | 0.000 | 0.681 | 0.851 | 1.050 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 | 3.307 | 3.551 |
| 60 | | 0.000 | 0.679 | 0.848 | 1.045 | 1.296 | 1.671 | 2.000 | 2.390 | 2.660 | 3.232 | 3.460 |
| 80 | | 0.000 | 0.678 | 0.846 | 1.043 | 1.292 | 1.664 | 1.990 | 2.374 | 2.639 | 3.195 | 3.416 |
| 100 | | 0.000 | 0.677 | 0.845 | 1.042 | 1.290 | 1.660 | 1.984 | 2.364 | 2.626 | 3.174 | 3.390 |
| 1000 | | 0.000 | 0.675 | 0.842 | 1.037 | 1.282 | 1.646 | 1.962 | 2.330 | 2.581 | 3.098 | 3.300 |
| Z | | 0.000 | 0.674 | 0.842 | 1.036 | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 | 3.090 | 3.291 |
| | | 0% | 50% | 60% | 70% | 80% | 90% | 95% | 98% | 99% | 99.8% | 99.9% |
| | | Confidence Level | | | | | | | | | | |

$$= \frac{\hat{\beta} - \beta_0}{\text{s.e.}(\hat{\beta})}$$

tamina C (VC), y se

representado en
ar (s.e.).

2.1. T-test (test de Student)

6. ¿Cómo se corre en R?

R >t.test(datos\$respuesta ~ datos\$explicativa)

$$t_{\hat{\beta}} = \frac{\hat{\beta} - \beta_0}{\text{s.e.}(\hat{\beta})}$$

7. ¿Cómo se interpreta el resultado de R?

E.g.:

¿Cómo afecta la vitamina C en el crecimiento de dientes de cobayas?

Cobayas son tratadas con un suplemento (supp) de zumo de naranja (OJ) o con pastillas de vitamina C (VC), y se mide la longitud de sus dientes (len).

>t.test(ToothGrowth\$len~ToothGrowth\$supp)

t: diferencia entre grupos representado en unidades de error estándar (s.e.).

Welch Two Sample t-test

data: ToothGrowth\$len by ToothGrowth\$supp

t = 1.9153, df = 55.309, p-value = 0.06063

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

95 percent confidence interval:

-0.1710156 7.5710156

sample estimates:

| mean in group OJ | mean in group VC |
|------------------|------------------|
| 20.66333 | 16.96333 |

df: grados de libertad: cantidad de valores independientes que tenemos para calcular el modelo.

2.1. T-test (test de Student)

6. ¿Cómo se corre en R?

R >t.test(respuesta ~ explicativa)

$$t_{\hat{\beta}} = \frac{\hat{\beta} - \beta_0}{\text{s. e.}(\hat{\beta})}$$

7. ¿Cómo se interpreta el resultado de R?

E.g.:

¿Cómo afecta la vitamina C en el crecimiento de dientes de cobayas?

Cobayas son tratadas con un suplemento (supp) de zumo de naranja (OJ) o con pastillas de vitamina C (VC), y se mide la longitud de sus dientes (len).

>t.test(ToothGrowht\$len~ToothGrowth\$supp)

t: diferencia entre grupos representado en unidades de error estándar (s.e.).

Welch Two Sample t-test

data: ToothGrowth\$len by ToothGrowth\$supp

t = 1.9153, df = 55.309, p-value = 0.06063

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

95 percent confidence interval:

-0.1710156 7.5710156

sample estimates:

mean in group OJ mean in group VC

20.66333

16.96333

df: grados de libertad: cantidad de valores independientes que tenemos para calcular el modelo.

P-value: Probabilidad de haber obtenido el resultado obtenido siendo H0 cierta

2.1. T-test (test de Student)

6. ¿Cómo se corre en R?

R >t.test(respuesta ~ explicativa)

$$t_{\hat{\beta}} = \frac{\hat{\beta} - \beta_0}{\text{s.e.}(\hat{\beta})}$$

7. ¿Cómo se interpreta el resultado de R?

E.g.:

¿Cómo afecta la vitamina C en el crecimiento de dientes de cobayas?

Cobayas son tratadas con un suplemento (supp) de zumo de naranja (OJ) o con pastillas de vitamina C (VC), y se mide la longitud de sus dientes (len).

>t.test(ToothGrowth\$len~ToothGrowth\$supp)

t: diferencia entre grupos representado en unidades de error estándar (s.e.).

Welch Two Sample t-test

data: ToothGrowth\$len by ToothGrowth\$supp

t = 1.9153, df = 55.309, p-value = 0.06063

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

95 percent confidence interval:

-0.1710156 7.5710156

sample estimates:

| mean in group OJ | mean in group VC |
|------------------|------------------|
| 20.66333 | 16.96333 |

df: grados de libertad: cantidad de valores independientes que tenemos para calcular el modelo.

P-value: Probabilidad de haber obtenido el resultado obtenido siendo H0 cierta

95%CI: el rango de valores posibles de diferencia entre las medias de los grupos. → ¿Si contiene valor cero?

2.1. T-test (test de Student)

6. ¿Cómo se corre en R?

R >t.test(respuesta ~ explicativa)

$$t_{\hat{\beta}} = \frac{\hat{\beta} - \beta_0}{\text{s.e.}(\hat{\beta})}$$

7. ¿Cómo se interpreta el resultado de R?

E.g.:

¿Cómo afecta la vitamina C en el crecimiento de dientes de cobayas?

Cobayas son tratadas con un suplemento (supp) de zumo de naranja (OJ) o con pastillas de vitamina C (VC), y se mide la longitud de sus dientes (len).

>t.test(ToothGrowth\$len~ToothGrowth\$supp)

t: diferencia entre grupos representado en unidades de error estándar (s.e.).

Welch Two Sample t-test

data: ToothGrowth\$len by ToothGrowth\$supp

t = 1.9153, df = 55.309, p-value = 0.06063

alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0

95 percent confidence interval:

-0.1710156 7.5710156

sample estimates:

| mean in group OJ | mean in group VC |
|------------------|------------------|
| 20.66333 | 16.96333 |

df: grados de libertad: cantidad de valores independientes que tenemos para calcular el modelo.

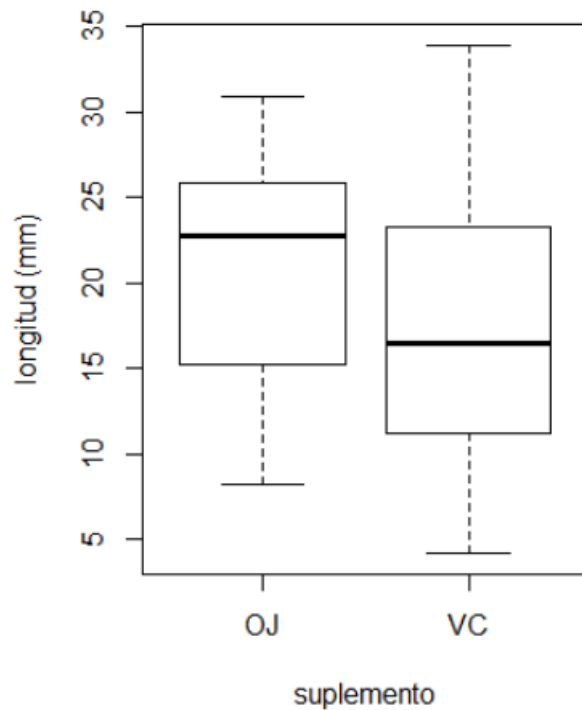
P-value: Probabilidad de haber obtenido el resultado obtenido siendo H0 cierta

95%CI: el rango de valores posibles de diferencia entre las medias de los grupos. → ¿Si contiene valor cero?

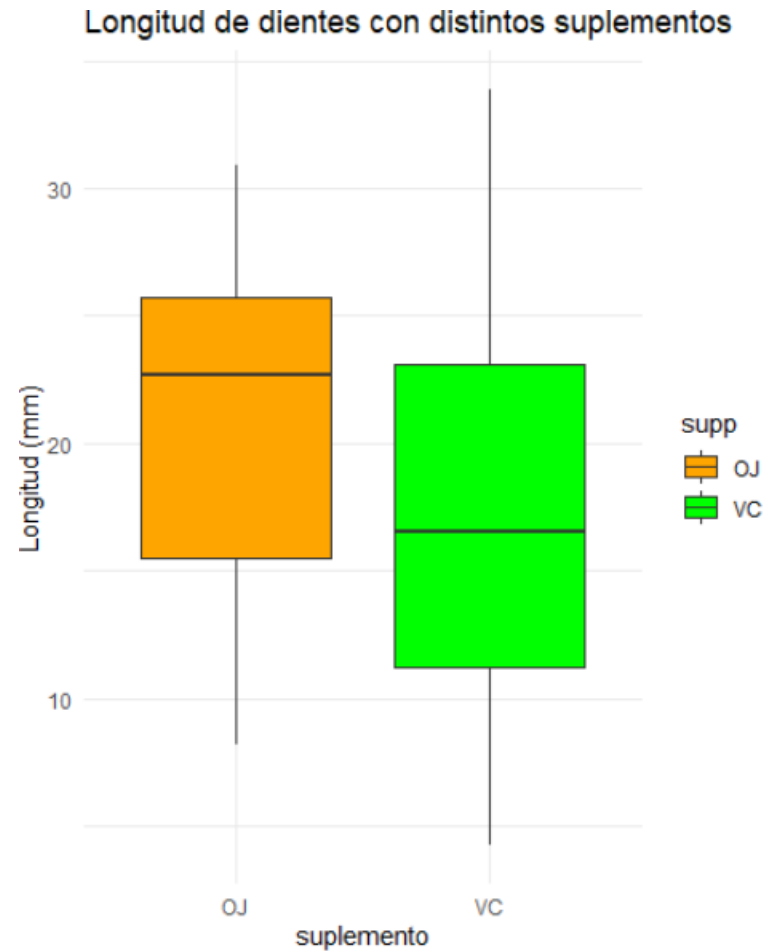
La **media** de la variable respuesta del grupo OJ y del grupo VC

2.1. T-test (test de Student)

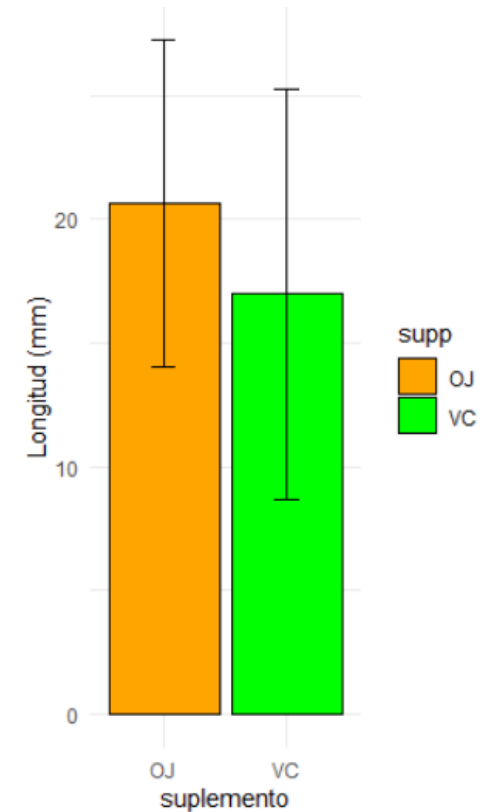
8. ¿Cómo se puede representar?



```
>plot(y~x)
```



```
>ggplot(data, aes(x,y))+  
geom_boxplot()
```



```
>data_summary()  
>ggplot(data,aes(x,y))+  
geom_bar(stat="identity")+  
geom_errorbar(aes(ymin,ymax))
```

2.2. T-test ejemplo

Base de datos con medidas de arrendajo azul (*Cyanocitta cristata*).

¿Difiere la masa de hembras y machos de arrendajo azul?

H0: La masa de hembras y machos no difiere

Ha: La masa de hembras y machos difiere



R

1º Entender la base de datos

```
> str(db)
'data.frame':   123 obs. of  9 variables:
 $ BirdID      : Factor w/ 123 levels "0000-00000","1142-05901",...: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...
 $ KnownSex    : Factor w/ 2 levels "F","M": 2 2 2 1 2 1 2 2 1 1 ...
 $ BillDepth   : num  8.26 8.54 8.39 7.78 8.71 7.28 8.74 8.72 8.2 7.67 ...
 $ Billwidth   : num  9.21 8.76 8.78 9.3 9.84 9.3 9.28 9.94 9.01 9.31 ...
 $ BillLength  : num  25.9 25 26.1 23.5 25.5 ...
 $ Head        : num  56.6 56.4 57.3 53.8 57.3 ...
 $ Mass        : num  73.3 75.1 70.2 65.5 74.9 ...
 $ Skull       : num  30.7 31.4 31.2 30.3 31.9 ...
 $ Sex         : int   1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 ...
```

2.2. T-test ejemplo

Base de datos con medidas de arrendajo azul (*Cyanocitta cristata*).

¿Difiere la masa de hembras y machos de arrendajo azul?

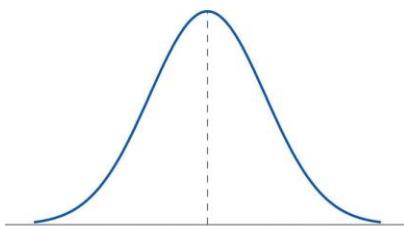
H0: La masa de hembras y machos no difiere

Ha: La masa de hembras y machos difiere

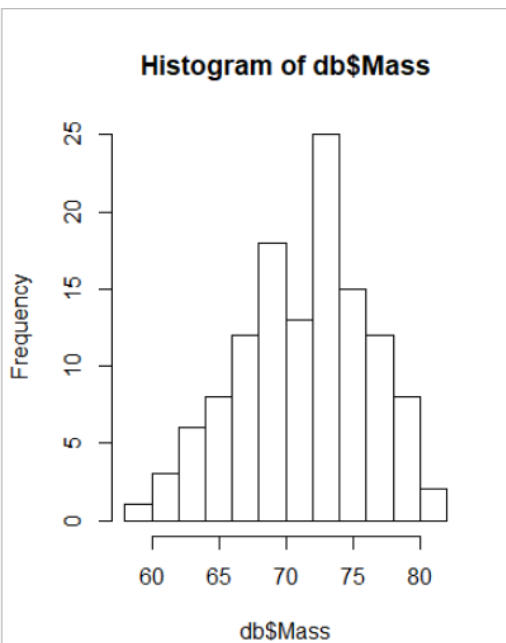
R

2º Asunciones

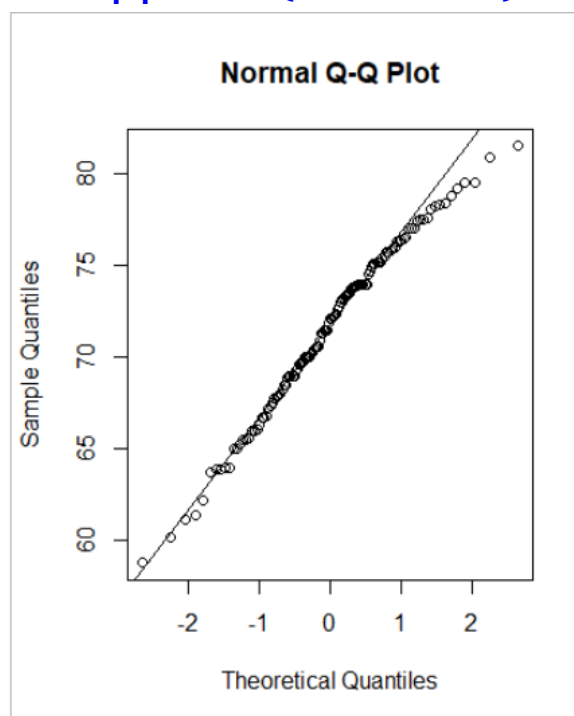
- Normalidad:



```
>hist(db$Mass)
```



```
>qqnorm(db$Mass)  
>qqline(db$Mass)
```



Cyanocitta cristata

```
>shapiro.test(db$Mass)
```

Shapiro-wilk normality test

data: db\$Mass

W = 0.98599, p-value = 0.2366



H0: datos con distribución normal

2.2. T-test ejemplo

Base de datos con medidas de arrendajo azul (*Cyanocitta cristata*).

¿Difiere la masa de hembras y machos de arrendajo azul?

H0: La masa de hembras y machos no difiere

Ha: La masa de hembras y machos difiere

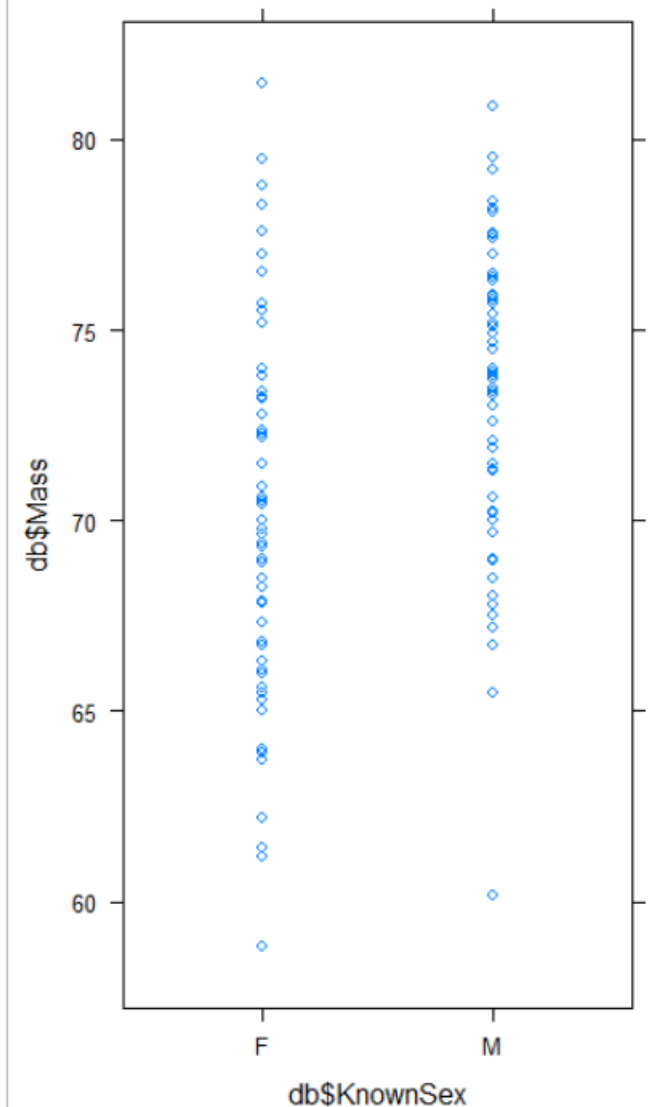
R

2º Asunciones

- Homocedasticidad:

```
> library(car)
> leveneTest(db$Mass~db$KnownSex)
Levene's Test for Homogeneity of Variance (center = median)
      Df F value    Pr(>F)
group  1  4.4591 0.03677 *
      121
---
Signif. codes:
0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

H0: varianzas de ambos grupos son semejantes



2.2. T-test ejemplo

Base de datos con medidas de arrendajo azul (*Cyanocitta cristata*).

¿Difiere la masa de hembras y machos de arrendajo azul?

H0: La masa de hembras y machos no difiere

Ha: La masa de hembras y machos difiere

R

3º Test estadístico

```
> t.test(db$Mass~db$KnownSex)
```

```
Welch Two Sample t-test
```

```
data: db$Mass by db$KnownSex
```

```
t = -4.2179, df = 111.05, p-value = 5.051e-05
```

```
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
```

```
95 percent confidence interval:
```

```
-5.024846 -1.812646
```

```
sample estimates:
```

```
mean in group F mean in group M
```

```
69.80633
```

```
73.22508
```



Cyanocitta cristata

2.2. T-test ejemplo

Base de datos con medidas de arrendajo azul (*Cyanocitta cristata*).

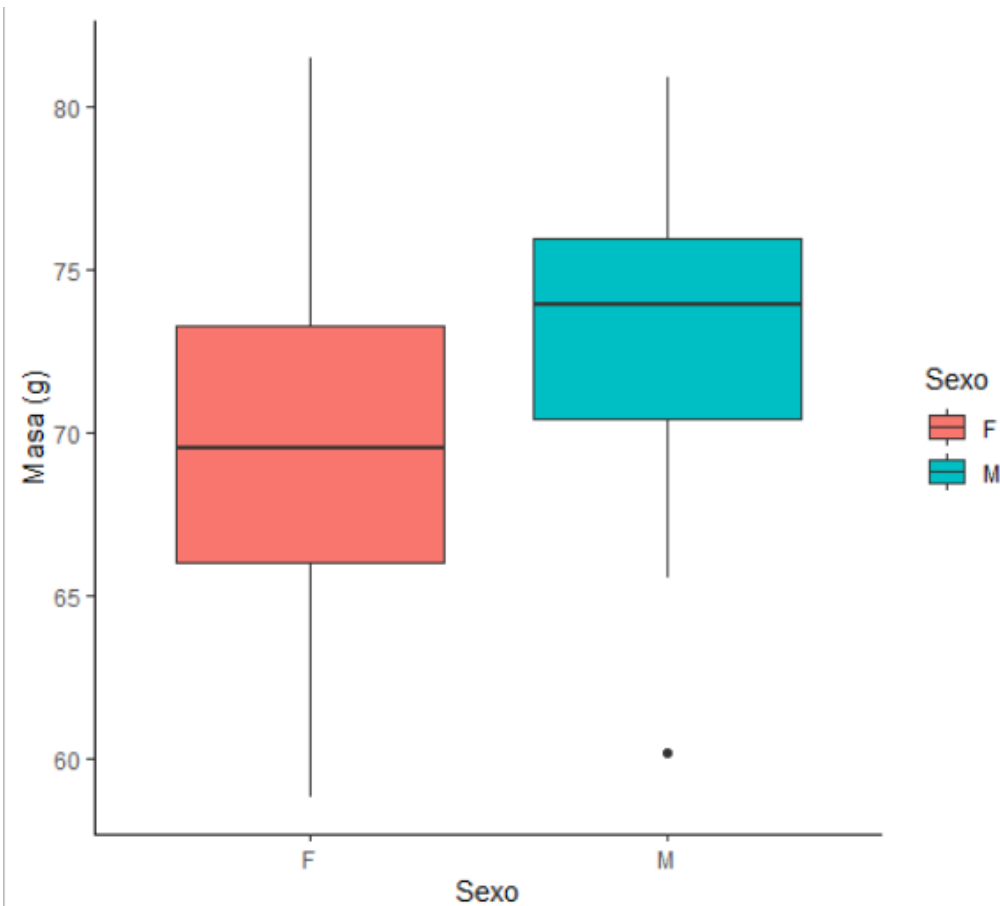
¿Difiere la masa de hembras y machos de arrendajo azul?

H0: La masa de hembras y machos no difiere

Ha: La masa de hembras y machos difiere

R

4º Graficar



2.2. T-test ejemplo

Base de datos con medidas de arrendajo azul (*Cyanocitta cristata*).

¿Difiere la masa de hembras y machos de arrendajo azul?

H0: La masa de hembras y machos no difiere

Ha: La masa de hembras y machos difiere

R

5º Interpretar matemática y biológicamente

```
> t.test(db$Mass~db$KnownSex)
```

Welch Two Sample t-test

```
data: db$Mass by db$KnownSex
```

```
t = -4.2179, df = 111.05, p-value = 5.051e-05
```

```
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
```

```
95 percent confidence interval:
```

```
-5.024846 -1.812646
```

```
sample estimates:
```

```
mean in group F mean in group M
```

```
69.80633
```

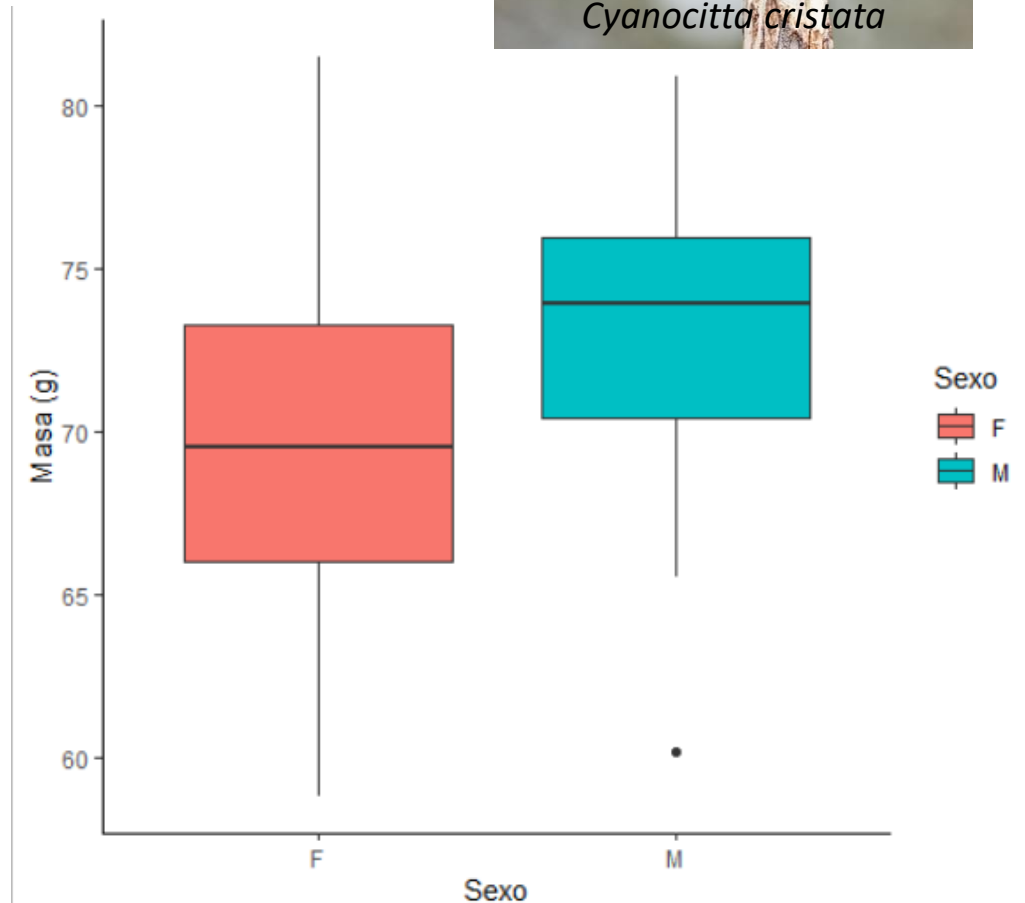
```
73.22508
```



Effect size (Tamaño del efecto)



Cyanocitta cristata



2.2. T-test ejemplo

Base de datos con medidas de arrendajo azul (*Cyanocitta cristata*).

¿Difiere la masa de hembras y machos de arrendajo azul?

H0: La masa de hembras y machos no difiere

Ha: La masa de hembras y machos difiere



6º Conclusión y comprobación de hipótesis

Las hembras (F) presentan una masa de 69.81 g, frente a los machos (M) que muestran una masa de 73.23g.

Estadísticamente, esta diferencia es significativa ($t=-4.2179$, $df=111.05$, $p\text{-value} < 0.01$), por lo que podemos **rechazar la H0 y aceptar la Ha**, i.e. la masa de hembras y machos de arrendajo azul difiere significativamente, con las hembras presentando aproximadamente 3 gramos de masa menos que los machos.

2.3. T-test ejercicio

Ejercicios: 2.Ejer_Ttest