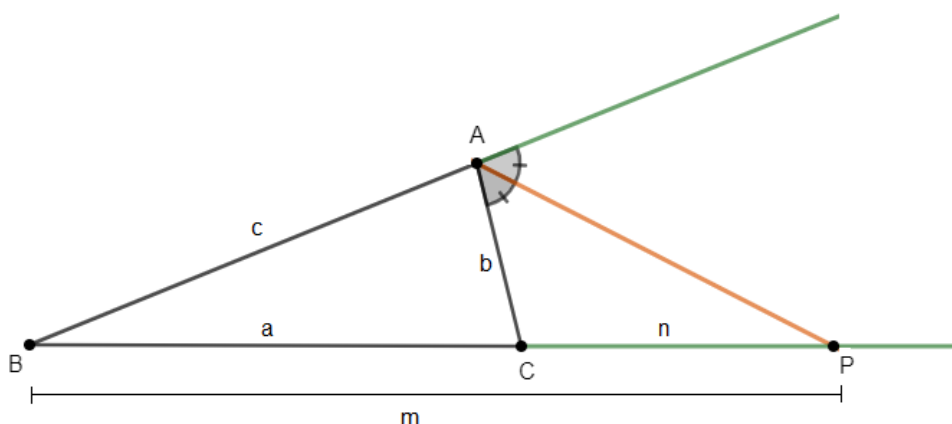


ATIVIDADE 2: TEOREMA DA BISSETRIZ INTERNA E EXTERNA

Parte B – TEOREMA DA BISSETRIZ EXTERNA

1. Hipótese, Tese e Demonstração do Teorema da Bissetriz Externa:



Enunciado:

- Em qualquer triângulo ABC , a bissetriz do ângulo externo no vértice A divide o prolongamento do lado BC em dois segmentos m e n que estão na mesma proporção que os outros dois lados b e c do triângulo. Ou seja, se a bissetriz externa do ângulo A intercepta o prolongamento do lado BC em um ponto P , então:

$$\frac{AC}{AP} = \frac{BC}{CP}$$

Hipótese:

- Temos um triângulo ABC com lados $a = BC$, $b = AC$, e $c = AB$.
- A bissetriz do ângulo externo em A intercepta o prolongamento do lado BC no ponto P , dividindo-o em segmentos $m = BC$ e $n = CP$.

Tese:

- A bissetriz externa divide o prolongamento do lado BC em dois segmentos m e n tais que:

$$\frac{AC}{AP} = \frac{m}{n} = \frac{BC}{CP}$$

Demonstração:

Construção Auxiliar:

- Prolongue o lado BC até o ponto P de forma que a bissetriz externa do ângulo A intersecte esse prolongamento em P .

Triângulos Semelhantes:

- A bissetriz externa cria dois triângulos semelhantes: $\Delta ABC \sim \Delta ACP$, pois os ângulos correspondentes são iguais (um par de ângulos opostos pelo vértice e o ângulo dividido pela bissetriz).

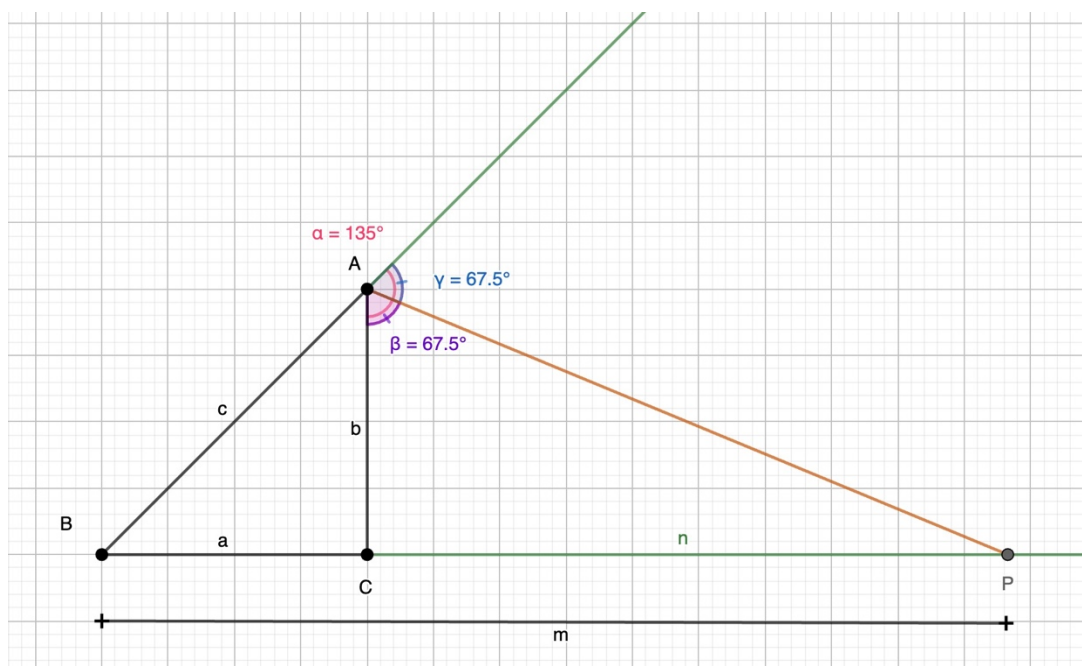
Proporção dos Lados: Pela semelhança dos triângulos ABC e ACP , temos que:

$$\frac{AC}{AP} = \frac{BC}{CP}$$

Conclusão:

- Portanto, a bissetriz do ângulo externo em A divide o prolongamento do lado BC em segmentos proporcionais aos outros dois lados do triângulo, concluindo a demonstração.

ESBOÇO NO GEOGEBRA:



Explicação da Lógica do Algoritmo - Parte B: Bissetriz Externa

1. Entrada dos Lados do Triângulo:

- O programa começa solicitando ao usuário três entradas:
 - `lado_oposto`: o comprimento do lado oposto ao ângulo onde a bissetriz externa está sendo traçada.
 - `lado1` e `lado2`: os comprimentos dos lados adjacentes ao ângulo onde a bissetriz externa é traçada.

2. Verificação de Lados Iguais (Caso Especial):

- Antes de fazer os cálculos, o programa verifica se `lado1` é igual a `lado2`. Se forem iguais, a bissetriz externa seria **paralela** ao lado oposto e não interceptaria o prolongamento do lado. Isso também causaria uma divisão por zero na fórmula de cálculo dos segmentos. Se `lado1` e `lado2` é zero (`lado1 + lado2 == 0`).
- Se `lado1 == lado2`, o programa retorna `None` e uma mensagem de erro: "Divisão por zero: os lados adjacentes não podem ser iguais."

3. Cálculo da Razão entre os Segmentos Divididos pela Bissetriz Interna:

- Se `lado1` e `lado2`, forem diferentes, o programa calcula a razão entre eles como `lado1 / lado2`. Esta razão representa a proporção com que a bissetriz externa divide o prolongamento do lado oposto ao ângulo.

4. Cálculo dos Segmentos Formados pela Bissetriz Externa:

- A bissetriz externa divide o prolongamento do lado oposto em dois segmentos proporcionais aos lados adjacentes ao ângulo.
- O comprimento do primeiro segmento x é calculado como:

$$x = \frac{\text{lado_oposto} \times \text{lado1}}{\text{lado1} - \text{lado2}}$$

- O segundo segmento y é obtido pela diferença entre x e `lado_oposto`:

$$y = x - \text{lado_oposto}$$

5. Retorno dos Valores:

- O programa retorna a razão ($\text{lado1} / \text{lado2}$) e os comprimentos dos segmentos x e y .

6. Exibição dos Resultados:

- No trecho de exemplo de uso, o programa verifica se o primeiro valor retornado é `None`, o que indicaria um erro.
- Se houver um erro, o programa exibe a mensagem de erro informando que a divisão por zero ocorreu porque os lados adjacentes eram iguais.
- Caso contrário, o programa exibe a razão entre os segmentos e os valores dos segmentos x e y .

Tratamento de Casos Especiais

- **Divisão por Zero:**
 - Se `lado1 == lado2`, ocorre uma divisão por zero no cálculo dos segmentos, e a bissetriz externa não intercepta o prolongamento do lado oposto. O programa lida com esse caso especial ao verificar se `lado1` e `lado2` são iguais e, nesse caso, retorna uma mensagem de erro em vez de prosseguir com o cálculo.
- **Lados Adjacentes Diferentes:**
 - Quando `lado1` e `lado2` são diferentes, o programa calcula normalmente os segmentos, dividindo o prolongamento do lado oposto de acordo com a razão dos lados adjacentes ao ângulo.