

Работа 1.07

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЗОНАНСНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ КАМЕРЫ

Задача

1. Измерить резонансные частоты акустической камеры.
2. По измеренным резонансным частотам определить скорость звука в воздухе.
3. По измеренному значению скорости звука оценить показатель адиабаты воздуха.

ВВЕДЕНИЕ

В работах 1.04 и 1.06 изучались акустические волны, которые могли распространяться только вдоль одного направления. В данной работе будет исследоваться трехмерная задача: излучаемая акустическая волна будет распространяться под произвольным углом к стенкам акустической камеры.

В этом случае уравнение плоской волны, распространяющейся из начала координат под произвольным углом (рис.1), можем определить зная, что волновой фронт будет оставаться плоским, параллельным волновому фронту в начале координат. Если колебания молекул воздуха в начале координат описываются уравнением:

$$\xi(t) = a \cdot \cos(\omega t),$$

то в произвольной точке, задаваемой радиус-вектором \vec{r} , они будут описываться уравнением:

$$\xi(\vec{r}, t) = a \cdot \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}),$$

где \vec{k} - волновой вектор, определяющий направление распространения

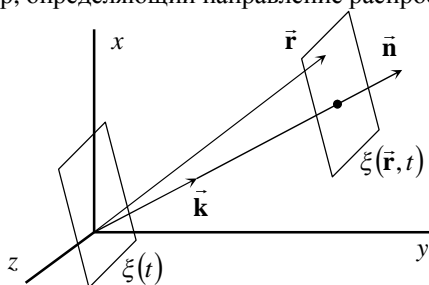


Рис.1

волны, единичный вектор \vec{n} перпендикулярен волновому фронту, тогда $\vec{k} = |\vec{k}| \cdot \vec{n}$.

Переходя к декартовым координатам, уравнение волны получим в виде:

$$\xi(x, y, z, t) = a \cdot \cos(\omega \cdot t - k_x x - k_y y - k_z z),$$

где $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2 / v^2$, а v - скорость звука в воздухе.

Вычисляя частные производные функции ξ по каждой из переменных (под частной производной функции, зависящей от нескольких переменных, мы понимаем производную этой функции при условии, что все остальные переменные кроме одной являются постоянными) получим:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -k_x^2 \xi; \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} = -k_y^2 \xi; \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = -k_z^2 \xi; \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 \xi$$

Сложение производных по координатам и замена квадрата волнового числа дают нам волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

В общем случае решение этого волнового уравнения ищется в виде произведения $\xi(x, y, z, t) = X(x) \cdot Y(y) \cdot Z(z) \cdot T(t)$. После подстановки его в волновое уравнения и деления на ξ получим тождество:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2},$$

которое выполняется только при условии, что каждое из слагаемых является величиной постоянной. Это приводит нас к четырем независимым уравнениям:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -k_x^2$$

$$\frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} = -k_y^2$$

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -k_z^2$$

$$\frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2} = -\omega^2$$

В решениях которых:
$$\begin{cases} X(x) = A_x \cdot \sin k_x x + B_x \cdot \cos k_x x \\ Y(y) = A_y \cdot \sin k_y y + B_y \cdot \cos k_y y \\ Z(z) = A_z \cdot \sin k_z z + B_z \cdot \cos k_z z \\ T(t) = A \cdot \sin \omega t + B \cdot \cos \omega t \end{cases}$$

постоянные интегрирования и волновые числа определяются из начальных (A и B) и граничных (A_i , B_i) условий.

Граничные условия для колебаний газа в прямоугольной камере с размерами l_x , l_y , l_z можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \xi(0, y, z, t) = 0, \quad \xi(x, 0, z, t) = 0, \quad \xi(x, y, 0, t) = 0 \\ \xi(l_x, y, z, t) = 0, \quad \xi(x, l_y, z, t) = 0, \quad \xi(x, y, l_z, t) = 0 \end{aligned}$$

С учетом граничных условий в нашем общем решении постоянные B_x, B_y, B_z равны нулю, а на волновые числа накладываются условия: $\sin(k_x l_x) = 0$, $\sin(k_y l_y) = 0$, $\sin(k_z l_z) = 0$. Решения этих уравнений определяют допустимые значения волновых чисел, а, следовательно, и спектр резонансных частот акустической камеры: $k_x l_x = \pi \cdot n_x$, $k_y l_y = \pi \cdot n_y$, $k_z l_z = \pi \cdot n_z$, где n_x, n_y, n_z - любые целые числа. Резонансные частоты равны:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{kv}{2\pi} = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2} \quad (1)$$

Если частота звуковых колебаний, возбуждаемых в камере, приближается к одной из резонансных частот, наступает акустический резонанс - амплитуда

колебаний и уровень громкости звука, соответственно, резко возрастают.

Резонансные свойства камеры определяются ее добротностью, которую мы можем оценить из резонансной кривой (рис.2) как отношение резонансной частоты, например, для первого резонанса, характеризуемого набором чисел (1,0,0), при условии, что l_x - максимальный размер камеры, к ширине этого резонанса, измеренного на уровне $\frac{1}{\sqrt{2}}$ от максимального значения амплитуды.

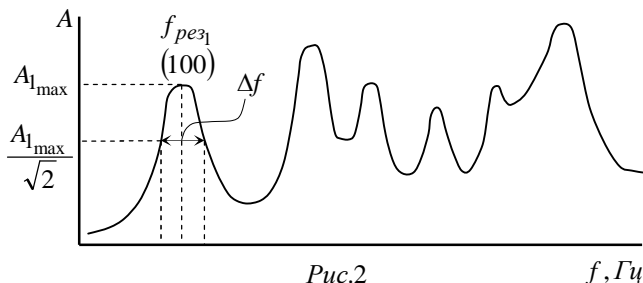


Рис.2

Скорость звука в газе может быть рассчитана по известной формуле:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}} \quad (2)$$

где γ -показатель адиабаты газа, T - температура газа, R – универсальная газовая постоянная, M - молярная масса газа.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Схема установки представлена на рис.3. Акустическая камера изготовлена из дерева и имеет внутренние размеры $500 \times 350 \times 200$ мм (± 2 мм). Размеры камеры выбраны таким образом, чтобы получить резонансные частоты в

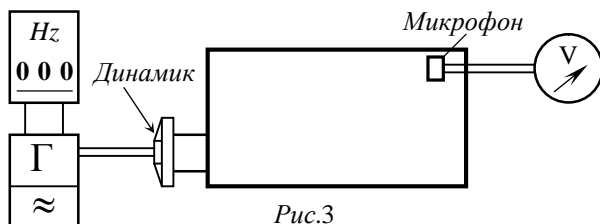


Рис.3

интервале 300 - 1000 Гц. Звуковые колебания в камере возбуждаются с помощью динамика и передаются в камеру через трубу диаметром 50 мм. Последняя заполнена маленькими трубками диаметром 6 мм для исключения резонансных явлений в самой трубе и для уменьшения акустической реакции отверстия в камере на резонанс.

Акустические колебания в камере регистрируются с помощью микрофона, размещенного в противоположном вводу углу камеры. Динамик возбуждается генератором низкочастотных колебаний ГЗ-109; частоту возбуждаемых колебаний измеряют частотомером Ф-5080. Выходной сигнал микрофона измеряется вольтметром ВЗ-38.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включите генератор и измерительные приборы. Выберите нужный диапазон частот генератора.
2. Измерьте по точкам зависимость амплитуды колебаний от частоты в диапазоне 300 - 1000 Гц с шагом 20 Гц. Точки, соответствующие максимумам, заносите в таблицу дополнительно.
3. Выберите какой-либо из резонансов, например первый, и измерьте зависимость амплитуды колебаний от частоты для него более точно, уменьшив шаг изменения частоты до 5 Гц. При выборе резонанса обратите внимание на то, является ли он одиночным, или произошло наложение двух резонансов и результирующий является уширенным. В этом случае добротность камеры будет измерена неверно.
4. Измерьте комнатным термометром температуру воздуха.

При работе старайтесь провести измерения при минимальном напряжении на выходе генератора, чтобы не мешать окружающим громкими монотонными звуками.

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ

1. По результатам п.2 и 3 "Порядка выполнения работы" постройте на миллиметровке резонансную кривую.
2. По формуле (2) оцените скорость звука в воздухе. Затем по формуле (1) рассчитайте теоретические значения резонансных частот для различных наборов чисел n_x, n_y, n_z в диапазоне 300-1000 Гц. Сравнивая рассчитанные и измеренные значения резонансных частот проведите идентификацию резонансов на измеренной резонансной кривой, то есть для каждого резонанса определите соответствующий набор чисел.
3. После идентификации полученных резонансов по формуле (1) рассчитайте скорости звука. Определите ее среднее значение и случайную погрешность. Запишите окончательный результат измерения скорости звука.
4. По формуле (2) и экспериментальному значению скорости звука определите показатель адиабаты воздуха и определите его погрешность:

$$\delta\gamma = \sqrt{(2\delta v)^2 + (\delta T)^2}$$

5. Определите добротность акустической камеры по экспериментальным данным для наиболее подробно измеренного резонанса. Оцените ее погрешность.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите колебательное движение молекул воздуха в камере для резонансов (010) и (111).
2. Почему ни один из музыкальных инструментов не имеет формы прямоугольного ящика? Каким взаимоисключающим требованиям удовлетворяет форма концертного рояля? Для чего при игре на нем открывается крышка?
3. Как нужно проводить измерение резонансной кривой, чтобы погрешность косвенного измерения добротности акустической камеры была минимальной?