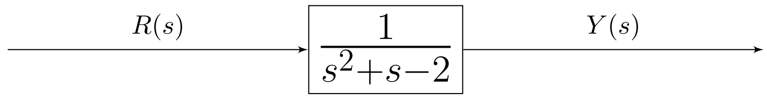
Diseno sistema de control PID para la planta numero1

1. analisis de la planta en lazo abierto

La planta a controlar es un sistema en segundo orden cuya funcion de transferencia esta dada por:

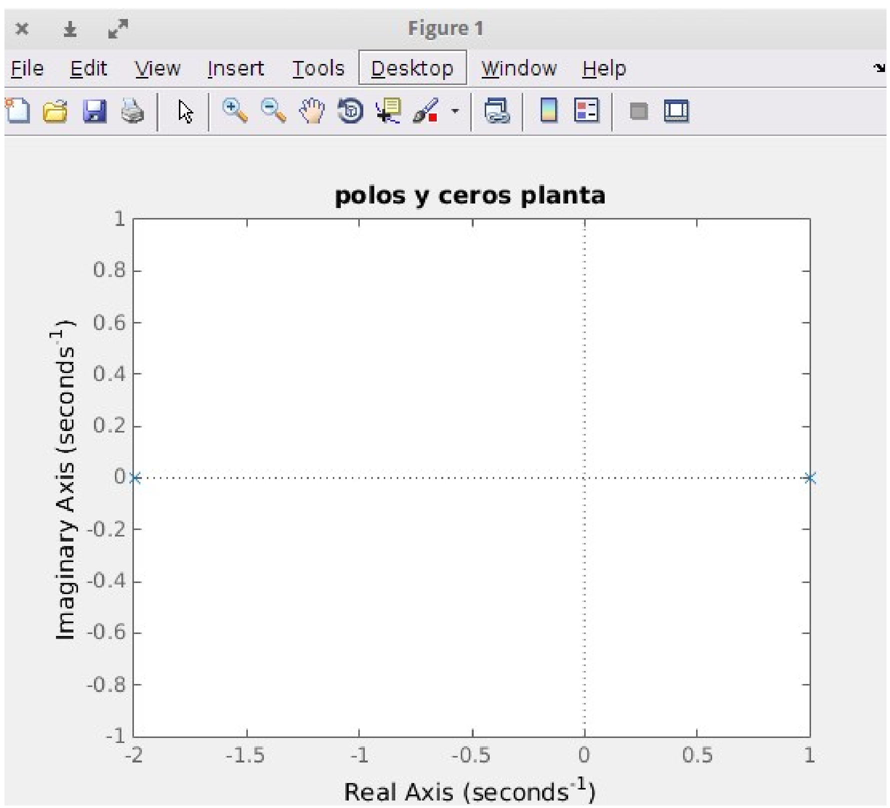


Graficando Los polos de la planta se analiza que el sistema es Inestable, con un polo en el semiplano positivo sin parte imaginaria. segun esto, la respuesta ante el escalon debe ser una exponencial hacia el infinito sin amortiguamiento.

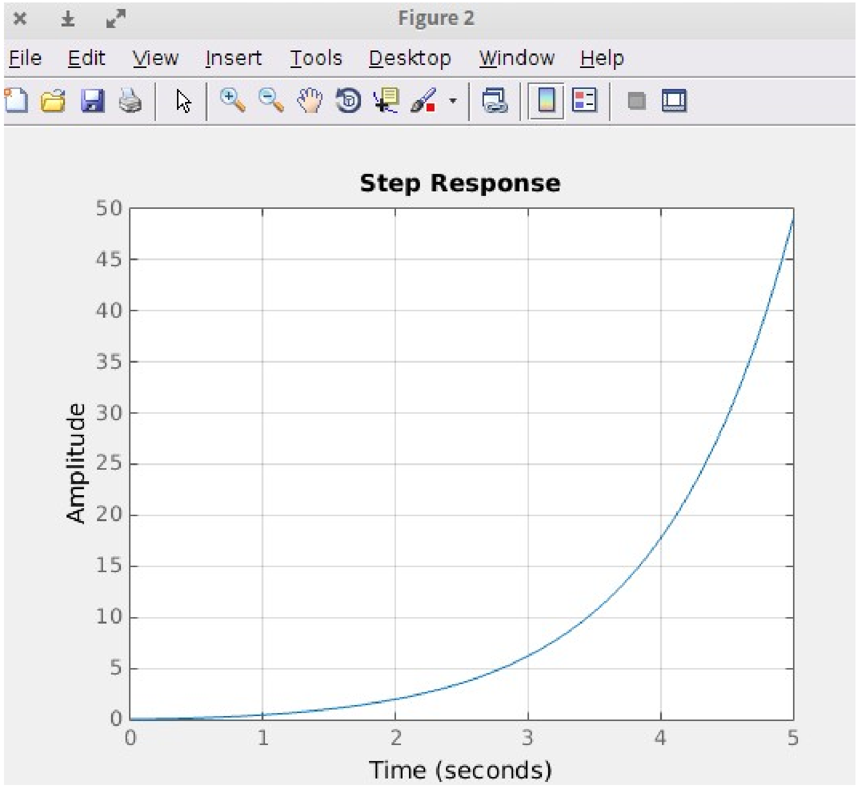
los polos son:

$s = -2$

$s = 1$

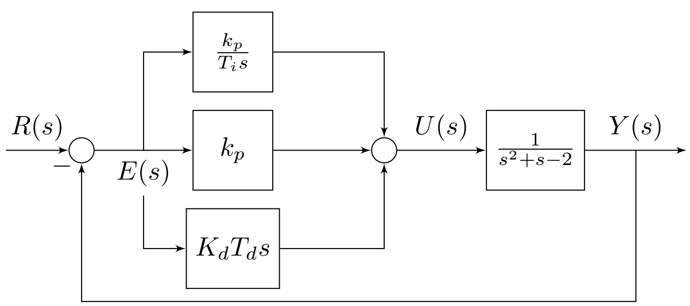


Con Matlab, se grafica la respuesta ante una entrada escalon unitario analizando que el sistema se Inestabiliza al infinito sin amortiguamiento:

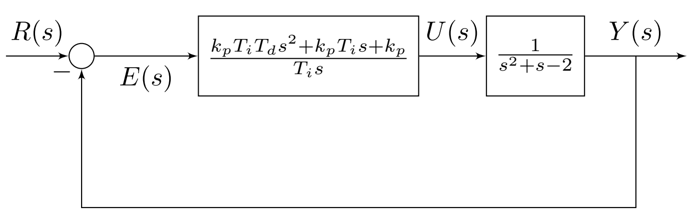


2. **planta 1 con el controlador**

   Para controlar la planta, entonces realimentamos el sistema con el controlador PID:



   Resolviendo los bloques del controlador:



Resolviendo la realimentacion:

$$R(s) \longrightarrow \boxed{\frac{k_pT_iT_ds^2+k_pT_is+k_p}{T_is^3+(T_i+k_pT_iT_d)s^2+(k_pT_i-2T_i)s+k_p}} \longrightarrow Y(s)$$

Dividiendo por T_i con el fin de dejar s^3 solo, se tiene la funcion de transferencia planta-controlador o controlada.

$$R(s) \longrightarrow \boxed{\frac{k_pT_ds^2+k_ps+\frac{k_p}{T_i}}{s^3+(1+k_pT_d)s^2+(k_p-2)s+\frac{k_p}{T_i}}} \longrightarrow Y(s)$$

nota: en este momento ya se tiene la funcion de transferencia de la planta con el bloque de control. es necesario hallar los parametros K_pT_iTd

3. Funcion de transferencia deseada

Segun las especificacion de diseno se requiere que el sistema responda con un tiempo de establecimiento Ts deseado, ademas el sobrepaso deseado M_p.

Para esto se hace una funcion de transferencia deseada de segundo orden, para asi comparar con la planta controlada y definir los parametros de control.

Segn la forma canonica de un sistema de orden 2:

$$\frac{kw_n{}^2}{s^2+2\zeta w_ns+w_n{}^2}$$

El factor de amortiguamiento ζ lo definimos de 0.8 con el fin de que la respuesta sea subamortiguada con un bajo sobrepaso

$$\zeta = 0.8$$

El tiempo de establecimiento o tiempo cuando la senal alcanza un error maximo del 2 porciento denminado T_s sera 5_s, para esto se usa:

$T_s = 4\tau \Rightarrow \tau = \frac{1}{\zeta w_n} \Rightarrow T_s = \frac{4}{\zeta w_n}$

despejando w_n:

$w_n = \frac{4}{\zeta T_s} \Rightarrow w_n = \frac{4}{(0.8)(5)} \Rightarrow w_n = 1$

reemplazando los valores en la forma canonica

$\frac{k{w_n}^2}{s^2+2\zeta w_n s+{w_n}^2} \Rightarrow \frac{(1)(1)^2}{s^2+2(0.8)(1)s+1^2}$

La funcion de transferencia deseada sera:

$$\frac{1}{s^2+1.6s+1}$$

si queremos comparar esta funcion de transferencia deseada de orden 2 con la funcion de transferencia planta-controlador o controlada de orden 3 no podriamos. tendriamos que aumentar el orden a la deseada. para esto colocamos un polo 10 veces mas alejado del ultimo polo de la deseada.

hallamos los polos de la deseada:

$s = 0.8 \pm 0.6j$

entonces:

$\frac{1}{s^2+1.6s+1} \Rightarrow \frac{1}{(s+0.8+0.6j)(s+8-0.6j)}$

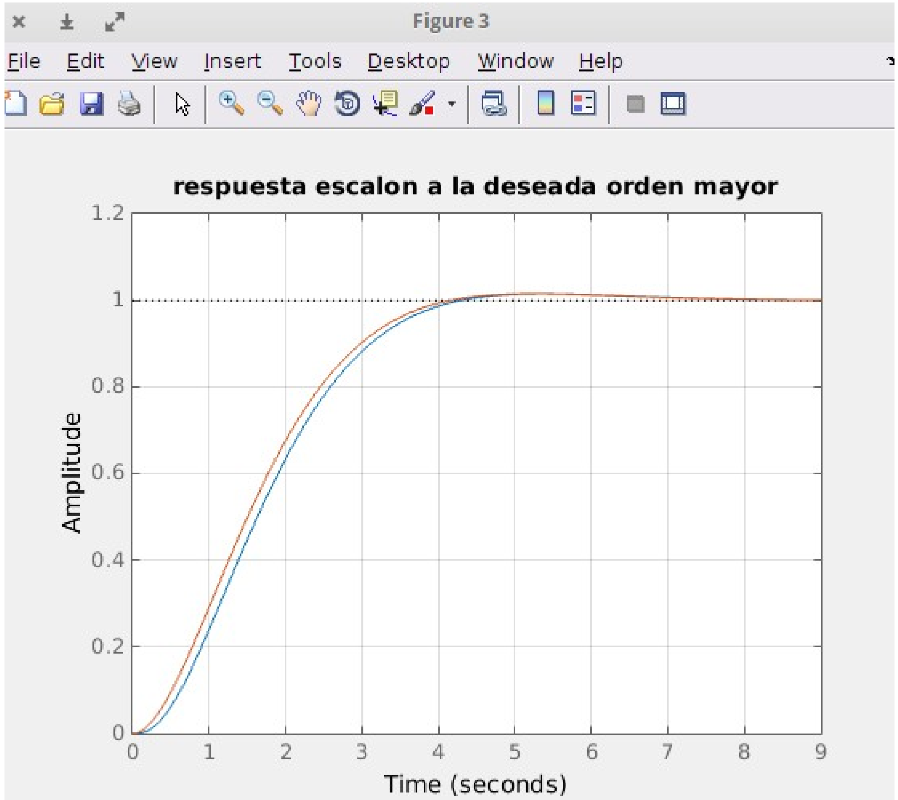
un polo 10 veces mas alejado sin parte imaginaria y multiplicamos por el valor del polo en el numerador con el fin de mantener ${w_n}^2$ tanto en el numerador y denominador. Aumentando el orden del sistema con el polo alejado:

$\frac{1(8)}{(s+0.8+0.6j)(s+0.8-0.6j)(s+8)} \Rightarrow \frac{1(8)}{(s^2+1.6s+1)(s+8)}$

la funcion de transferencia deseada sera entonces:

$$\boxed{\frac{8}{s^3+9.6s^2+13.8s+8}}$$

Graficando la respuesta al escalon de la deseada y la deseada aumentada con un polo 10 veces mayor, vemos que la respuesta deseada cumple los requerimientos y no son muy diferentes una con otra:



4. **comparando la deseada aumentada con la planta-controlador**

ya tenemos la funcion de transferencia controlada y la funcion de transferencia a la cual quermos llegar si las comparamos asi:

$$\frac{k_pT_ds^2+k_ps+\frac{k_p}{T_i}}{s^3+(1+k_pT_d)s^2+(k_p-2)s+\frac{k_p}{T_i}} \Longleftrightarrow \frac{8}{s^3+9.6s^2+13.8s+8}$$

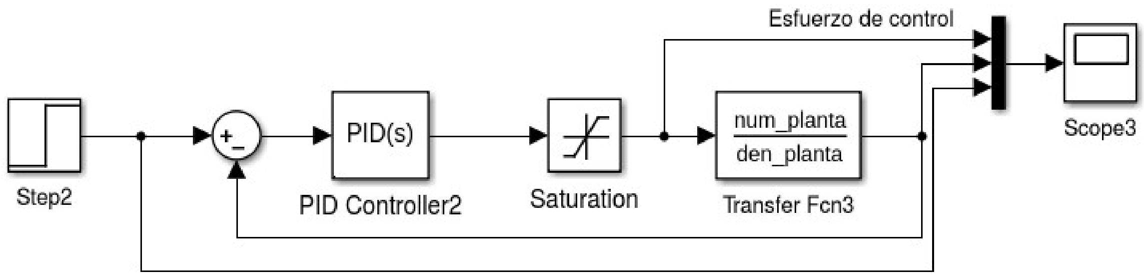
comparando la ecuacion caracteristica o denominador:

$$s^3+(1+k_pT_d)s^2+(k_p-2)s+\frac{k_p}{T_i} \Longleftrightarrow s^3+9.6s^2+13.8s+8$$

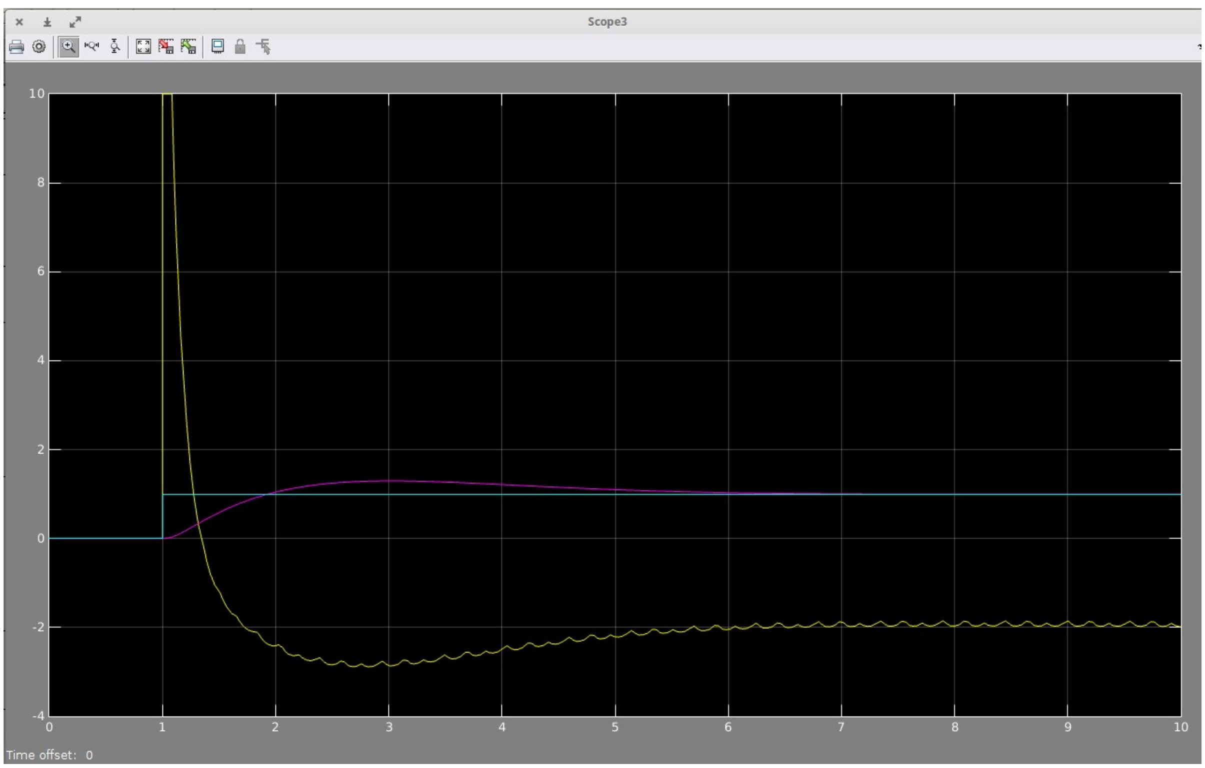
igualando tenemos que:

$$k_p-2=13.8 \Rightarrow k_p=13.8+2 \Rightarrow \boxed{k_p=15.8}$$
$$\frac{k_p}{T_i}=8 \Rightarrow T_i=\frac{k_p}{8} \Rightarrow T_i=\frac{15.8}{8}\ \boxed{T_i=1.975}$$
$$1+k_pT_d=9.6 \Rightarrow T_d=\frac{9.6-1}{k_p} \Rightarrow T_d=\frac{9.6-1}{15.8} \Rightarrow \boxed{T_d=0.5443}$$

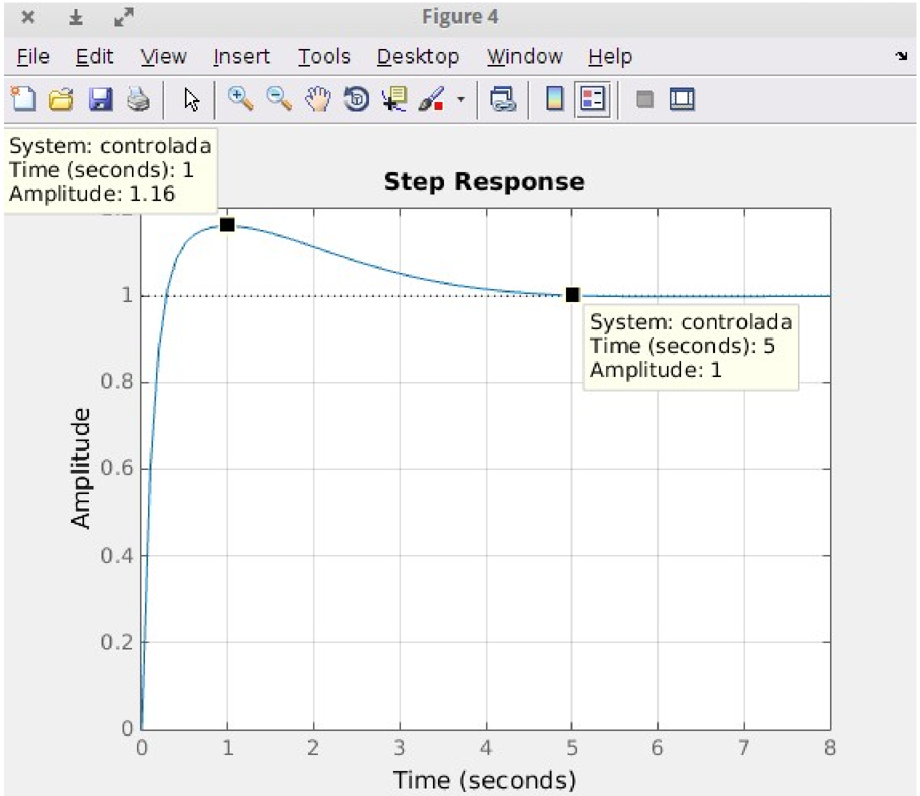
con Simulink, se crea la simulacion del controlador-planta y un bloque que simula la saturacion de los amplificadores operacionales. En el circuito electronico, si el esfuerzo de control supera el umbral de alimentacion de los Operacionales, estos daran como resuesta el voltaje maximo que los alimenta 10_v



en la respuesta del Scope de la simulacion, se puede analizar la entrada escalon, la respuesta de la planta controlada y el esfuerzo de control que debe hacer el PID:



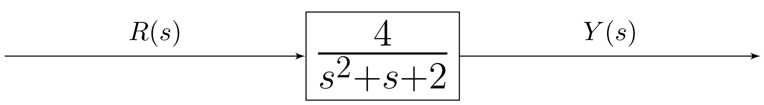
graficando la respuesta ante el escalon de la planta controlada con Matlab se puede aprecir que el sistema se estabiliza a 5s y el sobrepico maximo es aproximado al 10 porciento ($VoltajePico \approx 1.1$). el sobrepico no es exacto devido que el esfuezo de control esta restringido por el voltaje de alimentacion de los operacionales:



Diseno sistema de control PID para la planta numero2

1. **analisis de la planta en lazo abierto**

La planta a controlar es un sistema en segundo orden cuya funcion de transferencia esta dada por:



segun la forma canonica de un sistema de segundo orden:

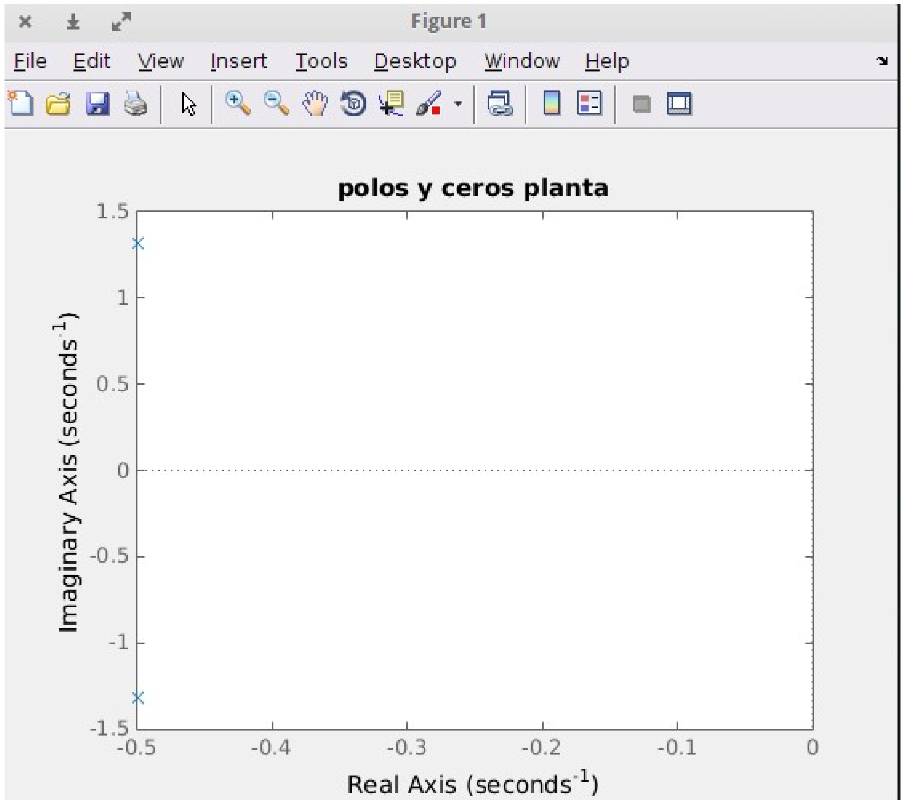
$$\frac{k{w_n}^2}{s^2+2\zeta w_n s+{w_n}^2}$$

Es facil identificar que ${w_n}^2 = 2$ en el denominador de la planta, por tanto la ganancia en el numerador es $k = 2$

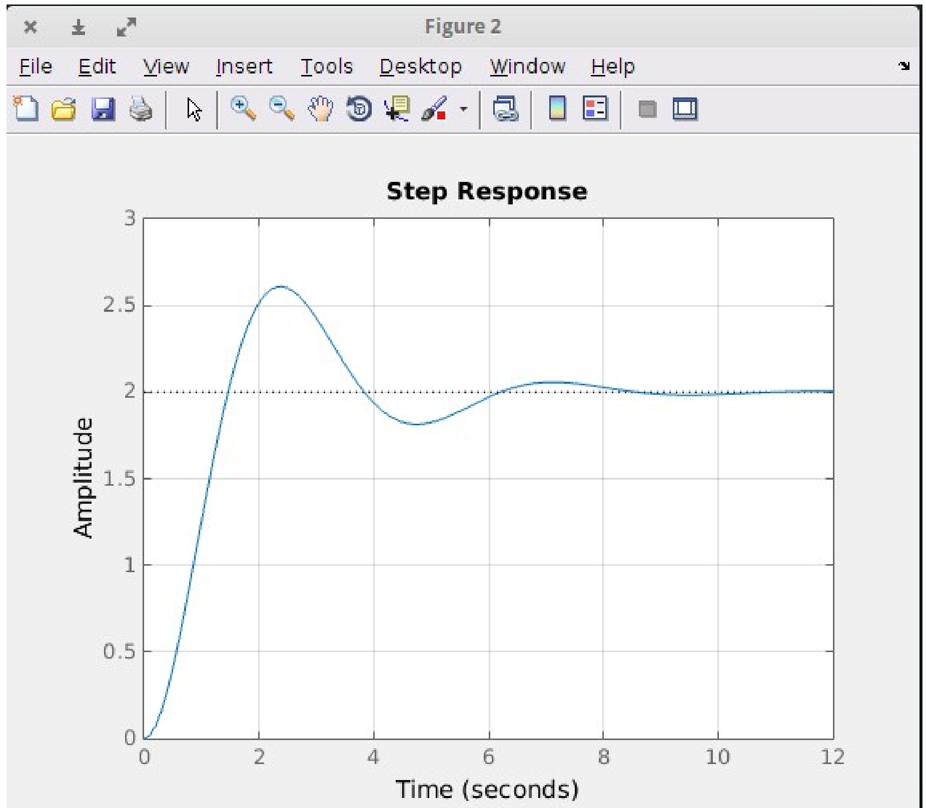
Graficando Los polos de la planta se analiza que el sistema es Estable, con polos en el semiplano negativo y con parte imaginaria, por tanto la respueta ante el escalon debe ser subamortiguada.

los polos son:

$s = -0.5000 \pm 1.3229j$

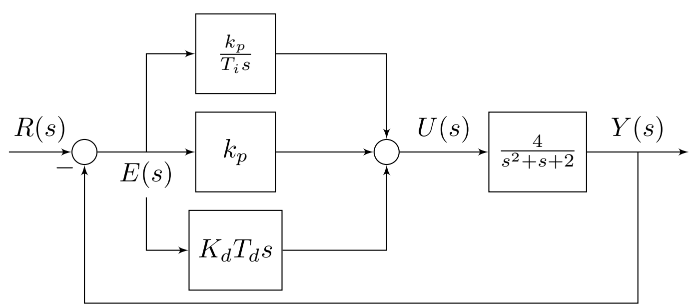


Con Matlab, se grafica la respuesta ante una entrada escalon unitario analizando que el sistema se estabiliza mas o menos en 8 segundos, y el voltaje pico es mayor a 2.5 v, tambien se aprecia un error de estado estacionario de 2 incluido por la gananancia de la planta k:

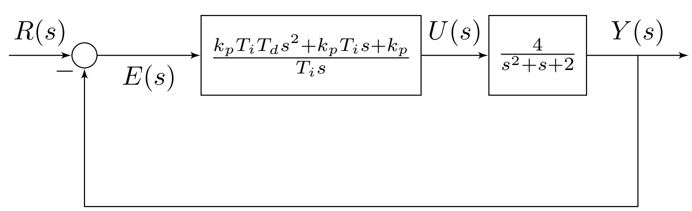


2. **planta 2 con el controlador**

   Para mejorar la respuesta de la planta, entonces realimentamos el sistema con el controlador PID:



   Resolviendo los bloques del controlador:



Resolviendo la realimentacion:

$$R(s) \longrightarrow \boxed{\frac{4k_pT_iT_ds^2+4k_pT_is+4k_p}{T_is^3+(T_i+4k_pT_iT_d)s^2+(4k_pT_i+2T_i)s+4k_p}} \longrightarrow Y(s)$$

Dividiendo por T_i con el fin de dejar s^3 solo, se tiene la funcion de transferencia planta-controlador o controlada.

$$R(s) \longrightarrow \boxed{\frac{4k_pT_ds^2+4k_ps+\frac{4k_p}{T_i}}{s^3+(1+4k_pT_d)s^2+(4k_p+2)s+\frac{4k_p}{T_i}}} \longrightarrow Y(s)$$

nota: en este momento ya se tiene la funcion de transferencia de la planta con el bloque de control. es necesario hallar los parametros K_pT_iTd

3. Funcion de transferencia deseada

Segun las especificacion de diseno se requiere que el sistema responda con un tiempo de establecimiento Ts deseado, ademas el sobrepaso deseado M_p.

en este caso el controlador tiene que hacer que la planta se estabilice en menos tiempo $T_s < 8s$, con un error de estado estacionario nulo, lo que indica una ganancia de 1, y un voltaje pico menor a al 10 porciento del voltaje final de estabilidad.

Para esto se hace una funcion de transferencia deseada de segundo orden, para asi comparar con la planta controlada y definir los parametros de control.

Segn la forma cannica de un sistema de orden 2:

$$\frac{k{w_n}^2}{s^2+2\zeta w_ns+{w_n}^2}$$

El factor de amortiguamiento ζ lo definimos de 0.8 con el fin de que la respuesta sea casi subamortiguada

$$\zeta = 0.8$$

El tiempo de establecimiento o tiempo cuando la seal alcanza un error maximo del 2 porciento denminado T_s sera 5_s, si se recuerda la funcion de transferencia deseada de la planta anterior, es valida para este caso. para esto se usa:

$$T_s = 4\tau \Rightarrow \tau = \frac{1}{\zeta w_n} \Rightarrow T_s = \frac{4}{\zeta w_n}$$

despejando w_n:

$$w_n = \frac{4}{\zeta T_s} \Rightarrow w_n = \frac{4}{(0.8)(5)} \Rightarrow w_n = 1$$

reemplazando los valores en la forma canonica

$$\frac{k{w_n}^2}{s^2+2\zeta w_n s+{w_n}^2} \Rightarrow \frac{(1)(1)^2}{s^2+2(0.8)(1)s+1^2}$$

La funcion de transferencia deseada sera:

$$\frac{1}{s^2+1.6s+1}$$

si queremos comparar esta funcion de transferencia deseada de orden 2 con la funcion de transferencia planta-controlador o controlada de orden 3 no podriamos. tendriamos que aumentar el orden a la deseada. para esto colocamos un polo 10 veces mas alejado del ultimo polo de la deseada.

hallamos los polos de la deseada:

$$s = 0.8 \pm 0.6j$$

entonces:

$$\frac{1}{s^2+1.6s+1} \Rightarrow \frac{1}{(s+0.8+0.6j)(s+8-0.6j)}$$

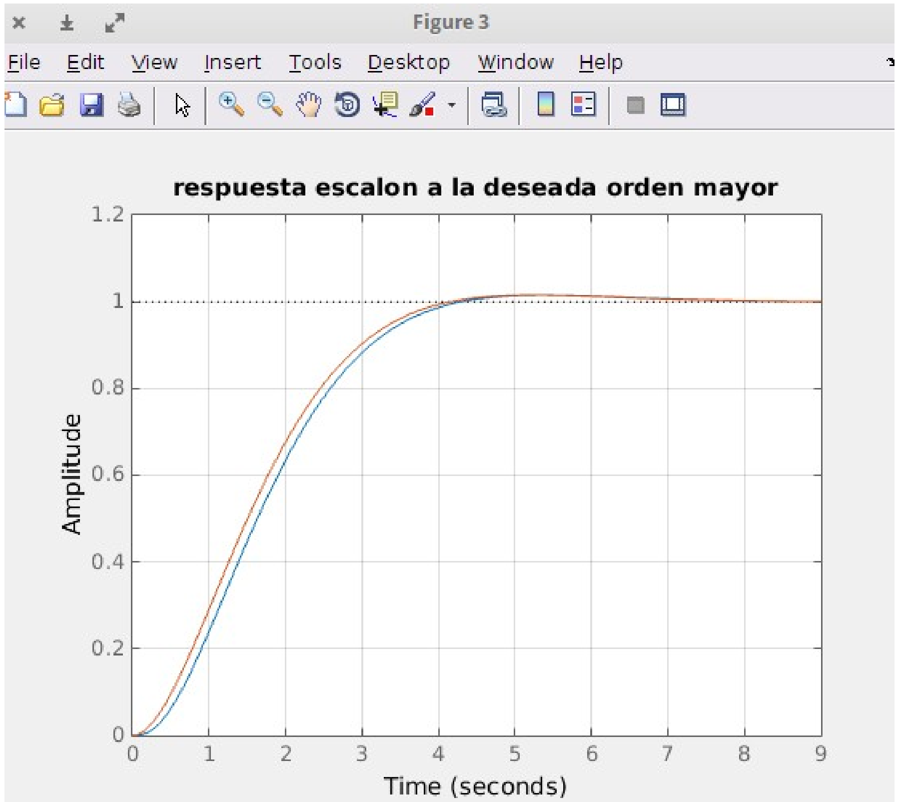
un polo 10 veces mas alejado sin parte imaginaria y multiplicamos por el valor del polo en el numerador con el fin de mantener ${w_n}^2$ tanto en el numerador y denominador. Aumentando el orden del sistema con el polo alejado:

$$\frac{1(8)}{(s+0.8+0.6j)(s+0.8-0.6j)(s+8)} \Rightarrow \frac{1(8)}{(s^2+1.6s+1)(s+8)}$$

la funcion de transferencia deseada sera entonces:

$$\boxed{\frac{8}{s^3+9.6s^2+13.8s+8}}$$

Graficando la respuesta al escalon de la deseada y la deseada aumentada con un polo 10 veces mayor, vemos que la respuesta deseada cumple los requerimientos y no son muy diferentes una con otra:



4. **comparando la deseada aumentada con la planta-controlador**

ya tenemos la funcion de transferencia controlada y la funcion de transferencia a la cual quermos llegar si las comparamos asi:

$$\frac{4k_pT_ds^2+4k_ps+\frac{4k_p}{T_i}}{s^3+(1+4k_pT_d)s^2+(4k_p+2)s+\frac{4k_p}{T_i}} \Longleftrightarrow \frac{8}{s^3+9.6s^2+13.8s+8}$$

comparando la ecuacion caracteristica o denominador:

$$s^3+(1+4k_pT_d)s^2+(4k_p+2)s+\frac{4k_p}{T_i} \Longleftrightarrow s^3+9.6s^2+13.8s+8$$

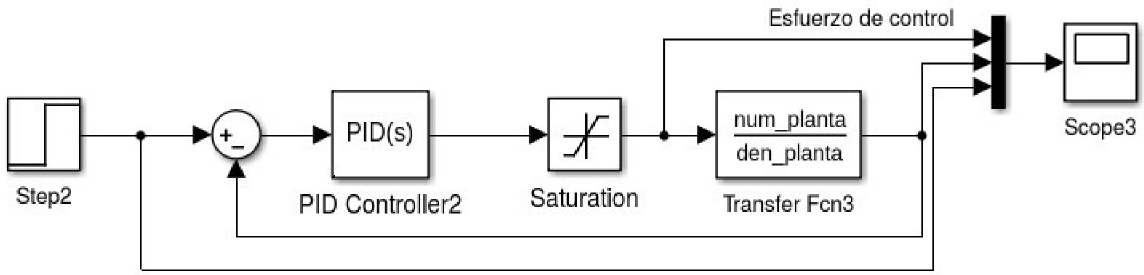
igualando tenemos que:

$$4k_p+2=13.8 \Rightarrow k_p=\frac{13.8-2}{4} \Rightarrow \boxed{k_p=2.95}$$

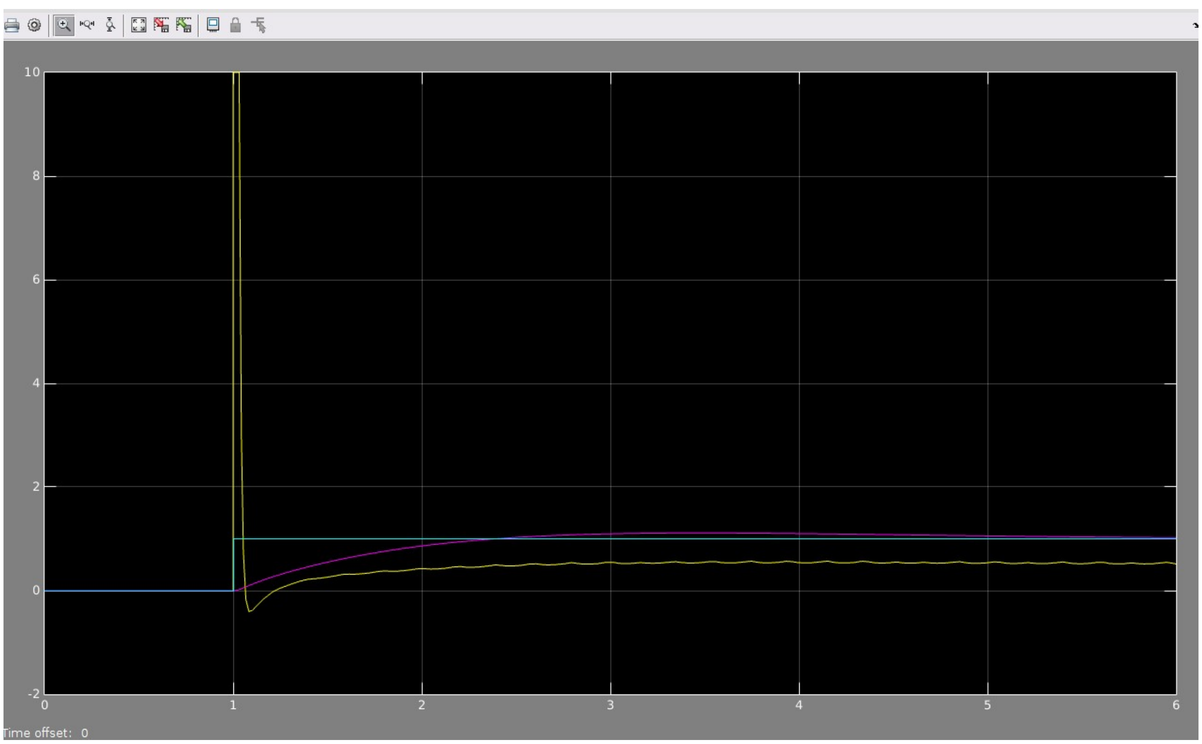
$\frac{4k_p}{T_i} = 8 \Rightarrow T_i = \frac{4k_p}{8} \Rightarrow T_i = \frac{4(2.95)}{8}$ $\boxed{T_i = 1.475}$

$1 + 4k_pT_d = 9.6 \Rightarrow T_d = \dfrac{9.6 - 1}{4k_p} \Rightarrow T_d = \dfrac{9.6 - 1}{4(2.95)} \Rightarrow \boxed{T_d = 0.7288}$

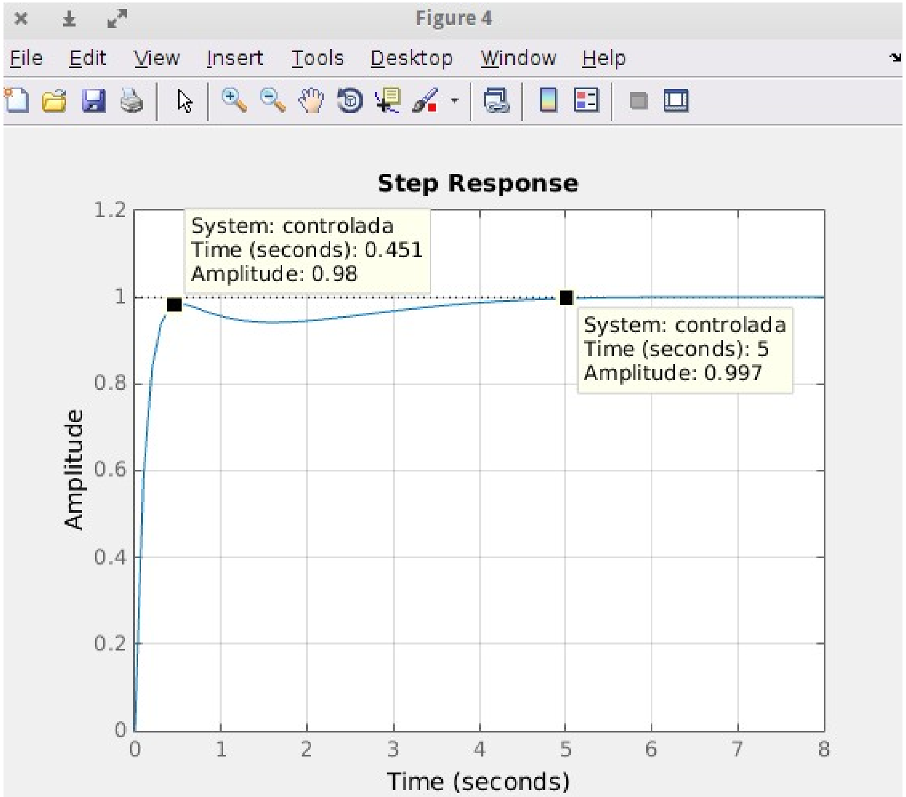
con Simulink, se crea la simulacion del controlador-planta y un bloque que simula la saturacion de los amplificadores operacionales. En el circuito electronico, si el esfuerzo de control supera el umbral de alimentacion de los Operacionales, estos daran como resuesta el voltaje maximo que los alimenta 10_v



en la respuesta del Scope de la simulacion, se puede analizar la entrada escalon, la respuesta de la planta controlada y el esfuerzo de control que debe hacer el PID:



graficando la respuesta ante el escalon de la planta controlada con Matlab se puede aprecir que el sistema se estabiliza a 5s y el sobrepico maximo es menor 10 porciento ($VoltajePico = 0.98v$). el sobrepico no es exacto devido que el esfuezo de control esta restringido por el voltaje de alimentacion de los operacionales:



Diseno sistema de control PID para la planta numero3

1. **analisis de la planta en lazo abierto**

La planta a controlar es un sistema en segundo orden cuya funcion de transferencia esta dada por:

$$R(s) \longrightarrow \boxed{\frac{1}{5.04s^2+5s+1}} \longrightarrow Y(s)$$

segun la forma canonica de un sistema de segundo orden:

$$\frac{k{w_n}^2}{s^2+2\zeta w_n s+{w_n}^2}$$

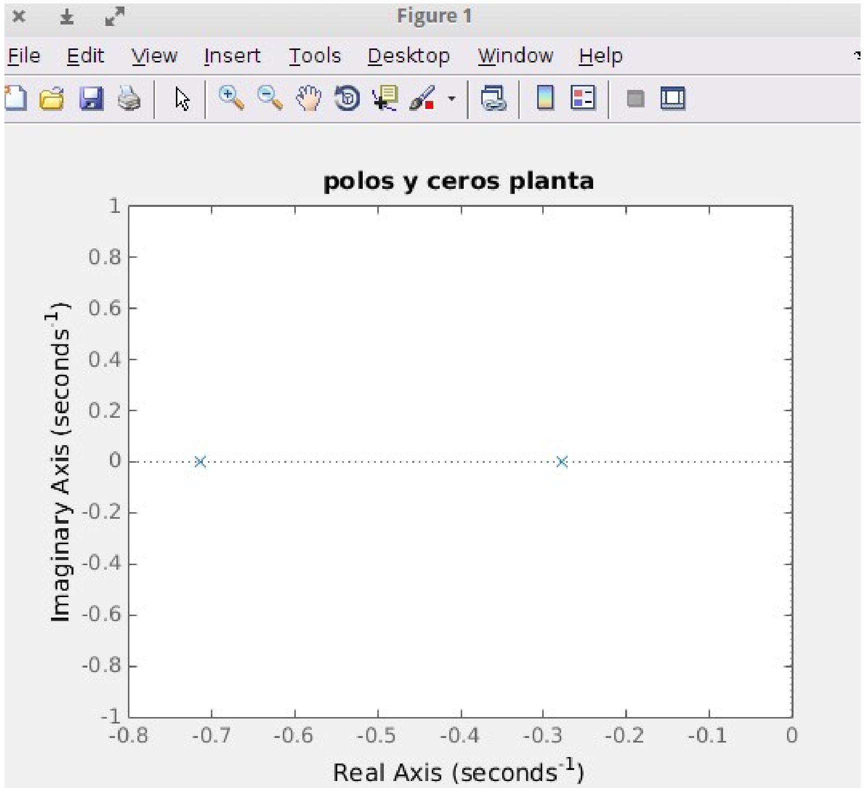
Es facil identificar que ${w_n}^2 = 1$ en el denominador de la planta, por tanto la ganancia en el numerador es $k = 1$

Graficando Los polos de la planta se analiza que el sistema es Estable, con polos en el semiplano negativo y sin parte imaginaria, por tanto la respuesta ante el escalon no tiene amortiguamiento.

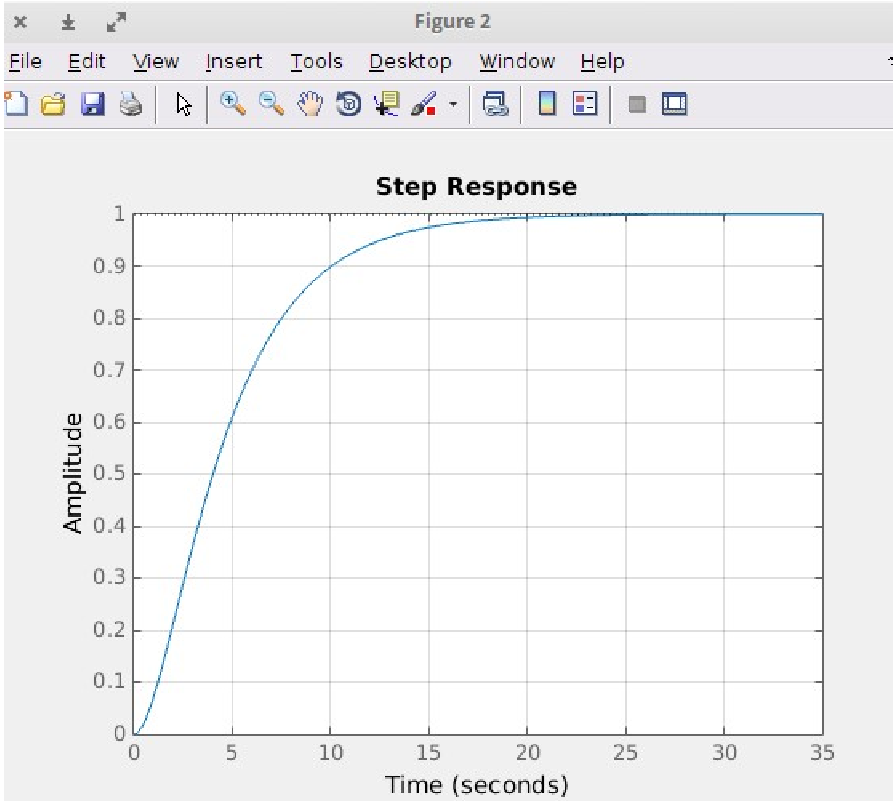
los polos son:

$s = -0.7143$

$s = -0.2778$

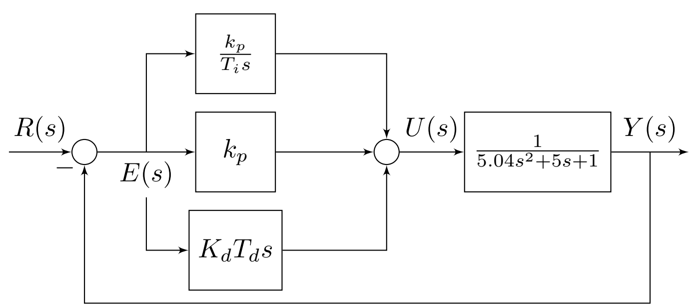


Con Matlab, se grafica la respuesta ante una entrada escalon unitario, analizando que el sistema es una planta lenta, se estabiliza en un tiempo mayor a 20 segundos, y no tiene sobrepaso, tambien se aprecia un error de estado estacionario nulo ya que la ganancia de la planta k es 1:

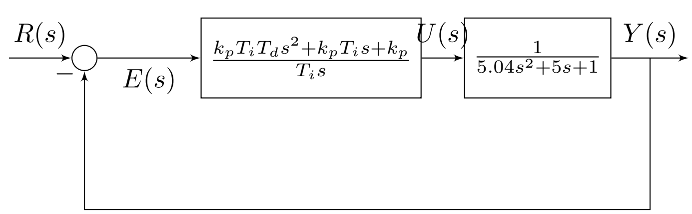


2. **planta 3 con el controlador**

Para mejorar la respuesta de la planta, entonces realimentamos el sistema con el controlador PID:



Resolviendo los bloques del controlador:



Resolviendo la realimentacion:

$$R(s) \rightarrow \boxed{\frac{k_pT_iT_ds^2+k_pT_is+k_p}{5.04T_is^3+(5.0T_i+k_pT_iT_d)s^2+(k_pT_i+T_i)s+k_p}} \rightarrow Y(s)$$

Dividiendo por $5.04T_i$ con el fin de dejar s^3 solo, se tiene la funcion de transferencia planta-controlador o controlada.

$$R(s) \rightarrow \boxed{\frac{\frac{k_pT_d}{5.04}s^2+\frac{k_p}{5.04}s+\frac{k_p}{5.04T_i}}{s^3+(\frac{5.0}{5.04}+\frac{k_pT_d}{5.04})s^2+(\frac{k_p}{5.04}+\frac{1}{5.04})s+\frac{k_p}{5.04T_i}}} \rightarrow Y(s)$$

nota: en este momento ya se tiene la funcion de transferencia de la planta con el bloque de control. es necesario hallar los parametros K_pT_iTd

3. Funcion de transferencia deseada

Segun las especificacion de diseno se requiere que el sistema responda con un tiempo de establecimiento Ts deseado, ademas el sobrepaso deseado M_p.

en este caso el controlador tiene que hacer que la planta se estabilice en menos tiempo $T_s < 20s$, con un error de estado estacionario nulo, lo que indica una ganancia de 1, y un voltaje pico menor a al 10 porciento del voltaje final de estabilidad.

Para esto se hace una funcion de transferencia deseada de segundo orden, para asi comparar con la planta controlada y definir los parametros de control.

Segn la forma cannica de un sistema de orden 2:

$$\frac{kw_n{}^2}{s^2+2\zeta w_ns+w_n{}^2}$$

El factor de amortiguamiento ζ lo definimos de 0.8 con el fin de que la respuesta sea casi subamortiguada

$$\zeta = 0.8$$

El tiempo de establecimiento o tiempo cuando la seal alcanza un error maximo del 2 porciento, dicho tiempo T_s lo definimos como 5_s, mas de la mitad del tiempo de la planta sin controlador. exactamnte la misma respuesta deseada de las plantas anteriores. para esto se usa:

$T_s = 4\tau \Rightarrow \tau = \frac{1}{\zeta w_n} \Rightarrow T_s = \frac{4}{\zeta w_n}$

despejando w_n:

$w_n = \frac{4}{\zeta T_s} \Rightarrow w_n = \frac{4}{(0.8)(5)} \Rightarrow w_n = 1$

reemplazando los valores en la forma canonica

$\frac{k{w_n}^2}{s^2+2\zeta w_n s+{w_n}^2} \Rightarrow \frac{(1)(1)^2}{s^2+2(0.8)(1)s+1^2}$

La funcion de transferencia deseada sera:

$$\frac{1}{s^2+1.6s+1}$$

si queremos comparar esta funcion de transferencia deseada de orden 2 con la funcion de transferencia planta-controlador o controlada de orden 3 no podriamos. tendriamos que aumentar el orden a la deseada. para esto colocamos un polo 10 veces mas alejado del ultimo polo de la deseada.

hallamos los polos de la deseada:

$s = 0.8 \pm 0.6j$

entonces:

$\frac{1}{s^2+1.6s+1} \Rightarrow \frac{1}{(s+0.8+0.6j)(s+8-0.6j)}$

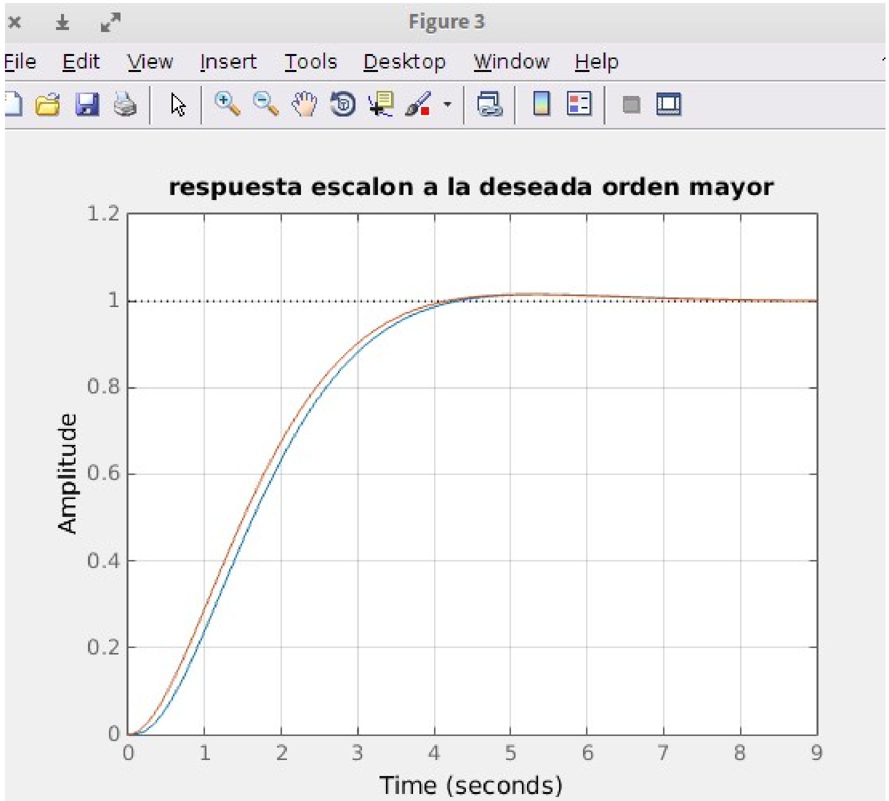
un polo 10 veces mas alejado sin parte imaginaria y multiplicamos por el valor del polo en el numerador con el fin de mantener ${w_n}^2$ tanto en el numerador y denominador. Aumentando el orden del sistema con el polo alejado:

$\frac{1(8)}{(s+0.8+0.6j)(s+0.8-0.6j)(s+8)} \Rightarrow \frac{1(8)}{(s^2+1.6s+1)(s+8)}$

la funcion de transferencia deseada sera entonces:

$$\boxed{\frac{8}{s^3+9.6s^2+13.8s+8}}$$

Graficando la respuesta al escalon de la deseada y la deseada aumentada con un polo 10 veces mayor, vemos que la respuesta deseada cumple los requerimientos y no son muy diferentes una con otra:



4. **comparando la deseada aumentada con la planta-controlador**

ya tenemos la funcion de transferencia controlada y la funcion de transferencia a la cual quermos llegar si las comparamos asi:

$$\frac{\frac{k_pT_d}{5.04}s^2+\frac{k_p}{5.04}s+\frac{k_p}{5.04T_i}}{s^3+(\frac{5.0}{5.04}+\frac{k_pT_d}{5.04})s^2+(\frac{k_p}{5.04}+\frac{1}{5.04})s+\frac{k_p}{5.04T_i}} \Longleftrightarrow \frac{8}{s^3+9.6s^2+13.8s+8}$$

comparando la ecuacion caracteristica o denominador:

$$s^3 + (\frac{5.0}{5.04} + \frac{k_pT_d}{5.04})s^2 + (\frac{k_p}{5.04} + \frac{1}{5.04})s + \frac{k_p}{5.04T_i} \Longleftrightarrow s^3 + 9.6s^2 + 13.8s + 8$$

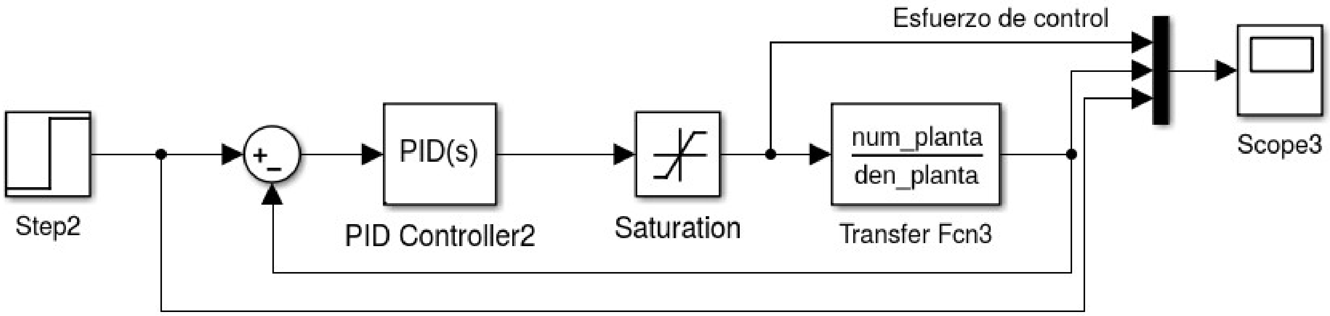
igualando tenemos que:

$$\frac{k_p}{5.04} + \frac{1}{5.04} = 13.8 \Rightarrow k_p = (13.8 - \frac{1}{5.04})(5.04) \Rightarrow \boxed{k_p = 68.552}$$

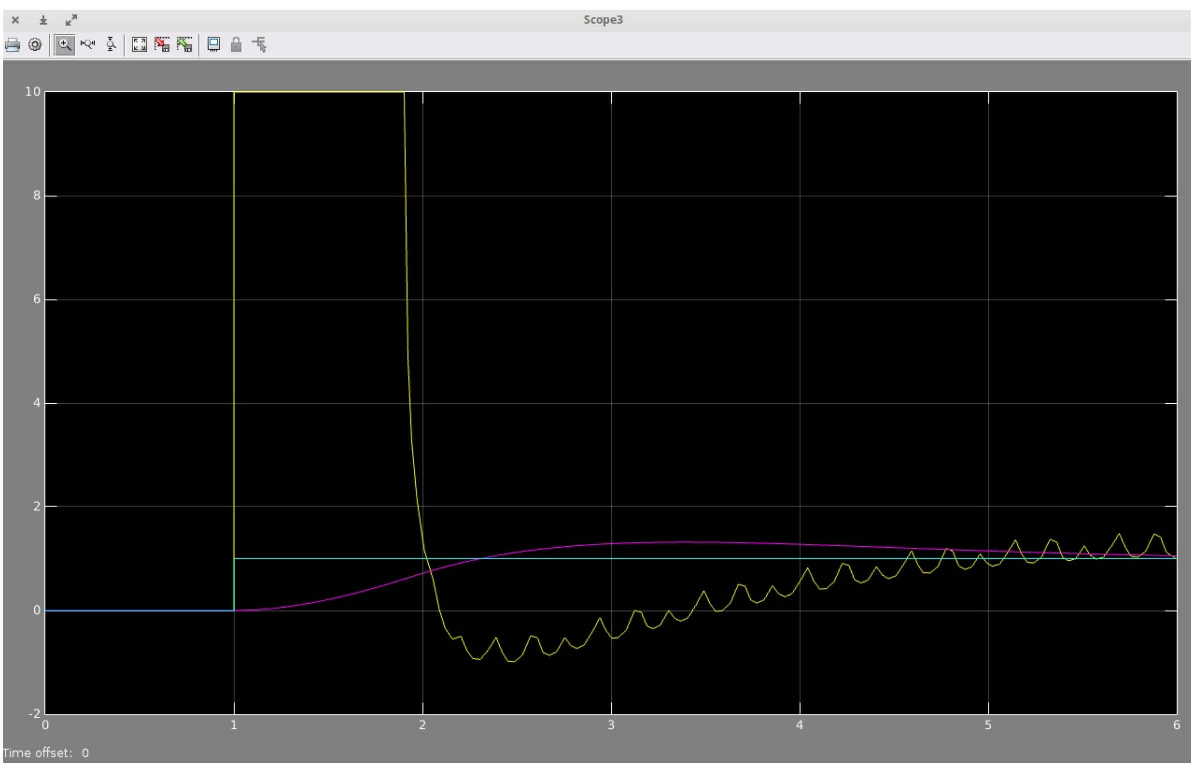
$\frac{k_p}{5.04T_i} = 8 \Rightarrow T_i = \frac{k_p}{(5.04)(8)} \Rightarrow T_i = \frac{68.552}{(5.04)(8)}$ $\boxed{T_i = 1.7002}$

$\frac{5.0}{5.04} + \frac{k_pT_d}{5.04} = 9.6 \Rightarrow T_d = \frac{(9.6-\frac{5.0}{5.04})(5.04)}{k_p} \Rightarrow T_d = \frac{(9.6-\frac{5.0}{5.04})(5.04)}{68.552} \Rightarrow$ $\boxed{T_d = 0.6329}$

con Simulink, se crea la simulacion del controlador-planta y un bloque que simula la saturacion de los amplificadores operacionales. En el circuito electronico, si el esfuerzo de control supera el umbral de alimentacion de los Operacionales, estos daran como resuesta el voltaje maximo que los alimenta 10_v



en la respuesta del Scope de la simulacion, se puede analizar la entrada escalon, la respuesta de la planta controlada y el esfuerzo de control que debe hacer el PID, se puede apreciar la saturacion que tendrian los operacionales:



graficando la respuesta ante el escalon de la planta controlada con Matlab se puede apreciar que el sistema se estabiliza a 5s y el sobrepico maximo es menor 10 porciento ($VoltajePico = 1.05v$). el sobrepico no es exacto devido que el esfuezo de control esta restringido por el voltaje de alimentacion de los operacionales: