

# 省选 2024 模拟赛 Day 1

时间：2024 年 2 月

题目名称	弹性碰撞	连通	树上二维偏序问题
题目类型	传统题	传统题	传统题
目录	physics	connect	partial
可执行文件名	physics	connect	partial
输入文件名	physics.in	connect.in	partial.in
输出文件名	physics.out	connect.out	partial.out
每个测试点时限	1 秒	1 秒	5 秒
内存限制	1024 MB	512 MB	1024 MB
子任务数目	8	100	6
测试点是否等分	否	是	否

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	physics.cpp	connect.cpp	partial.cpp
-----------	-------------	-------------	-------------

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -std=c++14
-----------	----------------

注意事项（请仔细阅读）

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C/C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是 0。
3. 提交的程序代码文件的放置位置请参考各省的具体要求。
4. 因违反以上三点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
5. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
6. 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
7. 程序可使用的栈空间内存限制与题目的内存限制一致。
8. 只提供 Linux 格式附加样例文件。
9. 评测在当前最新公布的 NOI Linux 下进行，各语言的编译器版本以此为准。

# 弹性碰撞 (physics)

## 【题目描述】

数轴上有  $n$  个小球，相邻两个小球的间距相同。每个小球有两种属性：量子 (A) 和虚数 (B)，带有正电荷或者负电荷。一开始所有的小球都是量子 (A) 属性。

通过某种方式给所有的小球初速度，使得带正电荷的小球向左，反之则向右运动。我们认为所有小球的速度相同，且均沿直线运动。

当两个小球到达同一位置时，会发生弹性碰撞，沿着相反的方向按照原有速度继续运动。同时，这两个小球的电性会发生反转，属性也会发生反转。

例如： $A^-$  和  $B^+$  相撞后， $A^-$  会变成  $B^+$ ， $B^+$  会变成  $A^-$ ，并各自沿着相反的方向运动。

定义一种摆放方式的权值为，经过足够长的时间后，在左侧收集到的虚数 (B) 小球个数。

现在已经确定了一些小球的电性，剩下的小球可能带正电，也有可能带负电。请求出对于所有可能方案的权值之和。你需要将答案对 998244353 取模。

## 【输入格式】

从文件 *physics.in* 中读入数据。

输入一行一个长为  $n$  的字符串  $s$ ，代表从左到右小球的电性。具体而言：

- 若  $s_i$  为  $+$ ，则第  $i$  个小球带正电；
- 若  $s_i$  为  $-$ ，则第  $i$  个小球带负电；
- 若  $s_i$  为  $?$ ，则第  $i$  个小球可能带正电，也可能带负电。

## 【输出格式】

输出到文件 *physics.out* 中。

输出一行一个数表示答案。

## 【样例 1 输入】

1 +?+-

【样例 1 输出】

11

1

【样例 1 解释】

如果初始局面是  $+++ -$ ，最终将会收集到三个量子（A）小球，不会造成贡献；如果初始局面是  $+ - + -$ ，则会收集到一个量子（A）和一个虚数（B）小球，造成 1 点贡献。所以总的答案是 1。

【样例 2 输入】

11

??+-?--+

【样例 2 输出】

11

12

【样例 3 输入】

11

-????-?+?--????

【样例 3 输出】

11

3675

【样例 4 ~ 11】

见选手目录下的 *physics/physics4 ~ 11.in* 与 *physics/physics4 ~ 11.ans*。  
对于  $i \in [1, 8]$ ，第  $i + 3$  个样例满足子任务  $i$  的限制。

【数据范围】

对于 100% 的数据， $1 \leq n \leq 2 \times 10^6$ 。

子任务编号	$n \leq$	特殊性质	子任务分值
1	10		10
2	$2 \times 10^6$	$s$ 中没有 ?	10
3	$5 \times 10^3$	$s$ 中 ? 不超过 15 个	10
4	40		10
5	300		10
6	$5 \times 10^3$		20
7	$2 \times 10^5$		10
8	$2 \times 10^6$		20

## 连通 (connect)

【题目描述】

给定一棵  $n$  个点的树，第  $i$  个节点有权值  $a_i$ 。一个非空连通块合法当且仅当：

- 连通块内点权值的最大公约数等于  $X$ ；
- 连通块内点权值的最小公倍数等于  $Y$ 。

求合法非空连通块个数对  $10^9 + 7$  取模后的结果。

【输入格式】

从文件 `connect.in` 中读入数据。

第一行三个整数  $n, X, Y$ 。

第二行  $n$  个整数  $a_i$ 。

接下来  $n - 1$  行每行两个数  $u, v$ ，描述树上的一条边。

【输出格式】

输出到文件 `connect.out` 中。

一行一个数，表示合法的连通块个数对  $10^9 + 7$  取模后的结果。

【样例 1 输入】

```
1 3 1 2
2 1 2 2
3 1 2
4 1 3
```

【样例 1 输出】

```
1 3
```

【样例 1 解释】

有三种方案  $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}$ 。

【样例 2】

见选手目录下的 `connect/connect2.in` 与 `connect/connect2.ans`。

**【样例 3】**

见选手目录下的 `connect/connect3.in` 与 `connect/connect3.ans`。

**【样例 4】**

见选手目录下的 `connect/connect4.in` 与 `connect/connect4.ans`。

**【样例 5】**

见选手目录下的 `connect/connect5.in` 与 `connect/connect5.ans`。

**【数据范围】**

对于 10% 的数据,  $Y \leq 1$ ;

对于 21% 的数据,  $Y \leq 10^3$ ;

对于 27% 的数据,  $Y \leq 10^5$ ;

对于 35% 的数据,  $Y \leq 10^7$ ;

对于 50% 的数据,  $Y \leq 10^{10}$ ;

对于 100% 的数据,  $1 \leq n \leq 10^3, 1 \leq a_i, X, Y \leq 10^{18}, X \mid a_i, a_i \mid Y, \mu(Y) \neq 0$  且  $Y$  不存在大于 50 的质因子。

## 树上二维偏序问题 (partial)

### 【题目描述】

给定一棵  $n$  个节点的有根树，根节点是 1 号。每个点有一个权值  $a_i \in \{0, 1, ?\}$ ，问号可以替换成 0 或 1。

如果两个点  $i, j$  满足  $i$  是  $j$  的祖先且  $a_i < a_j$ ，则会造成一点贡献。现在你想知道，对于所有问号取值的方案中，贡献和的最大值是多少。

除此之外，还有  $q$  次修改操作，每次会修改一个点的  $a_i$ 。你需要在每次修改后回答上述问题。

### 【输入格式】

从文件 `partial.in` 中读入数据。

第一行两个整数  $n, q$ ，意义如题面所示。

第二行一个长为  $n$  的字符串  $a$ 。

第三行输入  $n - 1$  个数，其中第  $i$  个数  $f_{a_{i+1}}$  表示  $i + 1$  的父亲。

接下来  $q$  行，每行一个正整数  $u$  和字符  $c$ ，表示将  $a_u$  修改为  $c$ 。

### 【输出格式】

输出到文件 `partial.out` 中。

共  $q$  行，表示每次修改后的最大贡献和。

### 【样例 1 输入】

```
1 5 9
2 0?1?1
3 1 2 3 3
4 5 0
5 1 0
6 2 0
7 2 ?
8 1 1
9 4 0
10 1 1
11 5 0
```

12 4 ?

【样例 1 输出】

1 4  
2 4  
3 4  
4 4  
5 2  
6 1  
7 1  
8 1  
9 2

【样例 2 输入】

1 10 9  
2 0001?0?101  
3 1 2 3 4 1 1 4 5 6  
4 2 ?  
5 8 ?  
6 9 0  
7 4 0  
8 3 ?  
9 10 ?  
10 1 ?  
11 2 1  
12 2 1

【样例 2 输出】

1 12  
2 12  
3 12



4 11

5 11

6 11

7 11

8 10

9 10

【样例 3 ~ 8】

见选手目录下的 *partial/partial3 ~ 8.in* 与 *partial/partial3 ~ 8.ans*。  
对于  $i \in [1, 6]$ ，第  $i + 2$  个样例满足子任务  $i$  的限制。

【数据范围】

对于 100% 的数据， $1 \leq n, q \leq 2 \times 10^5, 1 \leq fa_i < i, 1 \leq u \leq n, a_i, c \in \{0, 1, ?\}$ 。

子任务编号	$n \leq$	$q \leq$	特殊性质	子任务分值
1	10	10		10
2	$2 \times 10^5$	$2 \times 10^5$	$fa_i = 1$	10
3	$2 \times 10^5$	$2 \times 10^5$	任何时刻没有问号	15
4	$10^3$	$10^3$		15
5	$2 \times 10^5$	$2 \times 10^5$	$fa_i = i - 1$	25
6	$2 \times 10^5$	$2 \times 10^5$		25