瘟疫 (ill)

根据期望的线性性,答案 $E(t)=P_2+P_3+\ldots+P_n+1$,其中 P_i 是第 i 个小区 在 1 号小区之前被选中的概率。

考虑 1 号和 i 号小区,可以发现其他小区都不会影响它们,因此相当于只要考虑只有这两个小区的情况,因此概率即为 $\frac{a_i}{a_1+a_i}$ 。 因此答案即为 $\sum_{i=2}^n \frac{a_i}{a_1+a_i}+1$,直接计算即可。 时间复杂度:O(n)。

打怪 (monster)

如果 x 固定,答案可以通过二分很容易的在 $O(n\log V)$ 的时间复杂度内算出。

设对于一个 x , 对应的最优解为 F(x) 。直接对于所有 x 都暴力计算即可得到 $O(nm\log n)$ 的复杂度,可以通过子任务 1,2 。

如果我们以随机顺序遍历所有 x,则在期望情况下,新的 F(x) 比当前所有 F 的 值都要小的 x 个数的期望应该是 $\sum \frac{1}{i}$,这是调和级数,为 $O(\ln n)$ 。 于是我们只对于这些 x 二分即可:我们令答案为 ans-1 并贪心,即可判断当前 的 x 是否满足条件。

时间复杂度: $O(nm + n \ln n \log n)$ 。

比赛 (tournament)

不知道有没有更好的解法,这里讲一个垃圾构造。

可以证明一定有解,对于任意输入,用如下方法构造:

首先比赛可以抽象成一个图。

对于一个序列 a_1,a_2,\ldots,a_n ,递归下去构造 $a_n-a_{n-1},a_n-a_{n-2},\ldots,a_n-a_1$,得到一个 a_n-a_1+1 个点的图,然后向里面加进去 a_1 个点,再取补图,就得到了一组构造。

递归到 n=1 时构造完全图即可。

稍微看一下就知道刚刚的构造可以在每一次递归时都算出合法的解:递归下去得到的图里的点度数取补图再加上 a_1 恰好就是我们要的新图里的一个度数。

时间复杂度 $O(n^2)$ 。

数据很水, 随机应该表现很好吧(大概吧), 欢迎来乱搞过题(

位运算 (bit)

考虑我们如何比较两个数的大小,可以发现是按照从高位到低位的顺序依次比较。直到第一个不同的位出现,那么两个数的大小关系就是这个不同的位的大小关系。

值得一提的是,这里我们认为较短的数字已经在前面补前导 0 使得两个数字长度相同。 那么对于本题,在二进制下比较方式同样不变,因此我们可以按照从高位到低位 的顺序逐位确定,这样就可以得到最大值了。

按位与

我们按照从高位到低位的顺序进行贪心,如果当前位有至少两个数字是 1,那么我们可以让这一位是 1,因此最终答案的这一位一定是 1。

那么如果我们确定了某一位是 1,我们最后选择的两个数的这一位都得是 1,所以我们可以去掉所有这一位为 0 的数字,然后继续向下贪心即可。最后的方案数就是剩余的数字中选出两个的方案数。

令 $V = \max a_i$,时间复杂度: $O(n \log V)$ 。

按位异或

同样地从高到低贪心,逐位确定。但是直接确定下来某一位是 1 并不能和按位与那样减少候选范围。

考虑先确定最后选择的一个数字 a_i ,考虑如何求出另一个 a_j 使得 $a_i \oplus a_j$ 最大。考虑将所有数字建出一个 trie 树,然后同样从高到低进行贪心:如果当前位可以取得和 a_i 这一位不一样,那么就取不一样的,否则取一样的。方案数可以在 trie 树 的每个节点上存储对应数字个数得到。

时间复杂度: $O(n \log V)$ 。

按位或

同样地在确定了一个数之后从高到低贪心。

考虑贪心到第 i 位,如何确定该位是否可以填 1: 设 A_i 为 a_i 是 1 的位置的集合,S 为已经确定的 高位必须是 1 的集合再并上第 i 位,再设 $B_i=\{x|x\in S\&x\not\in A_i\}$,如果 $\exists (i,j),B_i\subseteq A_j$,则第 i 位可以填 1。那么我们只要能求出 $f_S=\{i|S\subseteq A_i\}$,暴力枚举所有的 B_i 即可判断了。

这个 f 其实就是**高维后缀和**。令一开始的 f_S 数组为桶,然后枚举每一位分别做后缀和即可。具体而言,就是枚举每一个 i,对于所有 S&(1<< i)=0 的 S,令 $f_S\leftarrow f_{S|(1<< i)}$ 。

时间复杂度: $O((n+V)\log V)$.