

# dp优化

Konata

海亮高级中学

*842812488@qq.com*

2024年2月26日

# 前言

- 需要提前了解的前置知识：李超树
- 由于本人特别菜，出现错误或者讲解有问题请直接指出
- 请不要喷讲题人/kel

# 题1

在某台有  $k$  个  $CPU$  的计算机中，有  $n$  个计算任务等待执行。

$a_i$  为第  $i$  个任务的优先级，方便起见， $a$  为一个排列。

现在，要将这些任务分配给  $CPU$  去解决。

由于内存等原因，一个  $CPU$  只能负责连续一段的任务，并且要按 (从左到右的) 顺序执行。

在某个  $CPU$  内，无序度定义为：前者先执行，而后者优先级高的任务对的个数。

请最小化每个  $CPU$  的无序度之和。

$n \leq 25000, k \leq 25$

## 题2

给定一棵  $n$  个点的以 1 为根的树。

有  $m$  条路径  $(x, y)$ ，保证  $y$  是  $x$  或  $x$  的祖先，每条路径有一个权值。

你要在这些路径中选择若干条路径，使它们能覆盖每条边，同时权值和最小。

$$n, m \leq 3 \times 10^5$$

## 题3

给出一个长度为  $n$  的序列，把它划分成若干段，使得每一段中出现过恰好一次的元素个数  $\leq k$ ，求方案数对 998244353 取模后的结果。

$$n \leq 10^5$$

## 题4

给定数组  $a_1, a_2 \cdots a_n$ ，你需要将它划分成  $k$  段（每个元素在且仅在一段中），某段  $a_l, a_{l+1} \cdots a_r$  的权值为  $(r - l + 1) \times \max_{l \leq i \leq r} \{a_i\}$ ，整个划分的权值是每段权值之和。求最小划分权值。

$$n \leq 2 \times 10^4, k \leq 100$$

## 题5

给你一个非减序列 $x_1, x_2, \dots, x_n (1 \leq x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \leq q)$ 。你还有两个整数 $a$ 和 $b (a \leq b, a(n-1) < q)$

你要把序列变成 $y_1, y_2, \dots, y_n (1 \leq y_i \leq q, a \leq y_{i+1} - y_i \leq b)$

变换的代价为 $\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2$

最小化变换代价

原题 $n \leq 6000$ ，可加强至 $10^5$

## 题6

给定  $2 \times n$  的矩阵  $t$ ，求最多能切分出多少个和为 0 的连续子矩阵。

$$n \leq 3 \cdot 10^5, |t_{i,j}| \leq 10^9$$



## 题7

图灵大神站在一个向两边无限延伸的磁带上，一共有  $n$  个时刻，时刻 1 他站在 0 号格子，每一个时刻结束后他都可以选择向左/向右走一格或不动。

现在输入一个均匀随机生成的  $n$  阶排列  $a_i$ ，在时刻  $i$  时他会把  $a_i$  写在当前格子上，如果当前格子上已经写有数字就会覆盖掉原有的数字。第  $n$  个时刻结束后，定义价值为将写有数的所有格子从左向右连起来形成的序列的最长上升子序列，求可能获得的最大价值。

$n \leq 15000$

## 题8

有  $N$  座山横着排成一行，从左到右编号为从  $0$  到  $N - 1$ 。山的高度为  $H_i$  ( $0 \leq i \leq N - 1$ )。每座山的顶上恰好住着一个人。你打算举行  $Q$  个会议。会议  $j$  的参加者为住在从山  $L_j$  到山  $R_j$ 。对于该会议，你必须选择某个山  $x$  做为会议举办地。举办该会议的成本与你的选择有关，其计算方式如下：

- 来自每座山  $y$  的参会者的成本，等于在山  $x$  和  $y$  之间的所有山的最大高度。特别地，来自山  $x$  的参会者的成本是  $H_x$ 。
- 会议的成本等于其所有参会者的成本之和。

你想要用最低的成本来举办每个会议。询问之间独立。

$N, Q \leq 750000$

## 题9

给定一个数轴上的  $n$  个区间和  $m$  个点。第  $i$  个区间覆盖坐标  $[l_i, r_i]$ ，第  $i$  个点在坐标  $i$  处，并且具有系数  $p_i$ 。

最初，所有点都未激活。你需要选择一些点来激活。对于每个区间  $i$ ，我们定义它的代价为：

- 若区间内没有被激活的点，则代价为 0；
- 否则，代价为在区间内坐标最大的被激活点的系数。

你的任务是通过选择哪些点激活，使得所有区间的代价之和最大。

$$n, m \leq 10^6$$

## 题10

一个  $n \times m$  的网格，其中有  $k$  个矩形障碍，保证这些障碍不重叠。求从  $(1, 1)$  走到  $(n, m)$ ，每步只能往右或往上走，不经过任何障碍的方案数。

两种方案被视为不同，当且仅当存在一个障碍，它在第一种方案里被从右侧绕过，而在第二种方案里被从左侧绕过（第一种左，第二种右同理）。

$n, m \leq 10^6$ ,  $k \leq 10^5$ 。