

网络流进阶

stkwill

January 11, 2024

Q&A

Q: 课件有啥内容?

Q&A

Q: 课件有啥内容?

A: 基础的网络流技巧和一些杂题

Q&A

Q: 课件有啥内容?

A: 基础的网络流技巧和一些杂题

Q: 这份课件有什么前置芝士?

Q&A

Q: 课件有啥内容?

A: 基础的网络流技巧和一些杂题

Q: 这份课件有什么前置芝士?

A: 我们假定你已经会写基础的网络流算法, 并知道一些简单的技巧, 会做网络流 24 题

1 Q&A

2 杂题

- 热身题
- 一般题
- 进阶题

飞行大队有若干个来自各地的驾驶员，专门驾驶一种型号的飞机，这种飞机每架有两个驾驶员，需一个正驾驶员和一个副驾驶员。由于种种原因，例如相互配合的问题，有些驾驶员不能在同一架飞机上飞行，问如何搭配驾驶员才能使出航的飞机最多。

因为驾驶工作分工严格，两个正驾驶员或两个副驾驶员都不能同机飞行。

有 n 个正驾驶员， m 个副驾驶员， $n, m \leq 100$

在一个有 $m \times n$ 个方格的棋盘上，每个方格中有一个正整数。

现要从方格中取数，使任意 2 个数所在方格没有公共边，且取出的数的总和最大。试设计一个满足要求的取数算法。

$$1 \leq n, m \leq 30$$

W 教授正在为国家航天中心计划一系列的太空飞行。每次太空飞行可进行一系列商业性实验而获取利润。现已确定了一个可供选择的实验集合 $E = \{E_1, E_2, \dots, E_m\}$ ，和进行这些实验需要使用的全套仪器的集合 $I = \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$ 。实验 E_j 需要用到的仪器是 I 的子集 $R_j \subseteq I$ 。

配置仪器 I_k 的费用为 c_k 美元。实验 E_j 的赞助商已同意为该实验结果支付 p_j 美元。W 教授的任务是找出一个有效算法，确定在一次太空飞行中要进行哪些实验并因此而配置哪些仪器才能使太空飞行的净收益最大。这里净收益是指进行实验所获得的全部收入与配置仪器的全部费用的差额。

对于给定的实验和仪器配置情况，编程找出净收益最大的试验计划。

$1 \leq n, m \leq 50$ 。

1 Q&A

2 杂题

- 热身题
- 一般题
- 进阶题

$n \times m$ 网格图，再加上每个网格的主对角线连边，也就是
 $(u, v) \rightarrow (u + 1, v), (u, v) \rightarrow (u, v + 1), (u, v) \rightarrow (u + 1, v + 1)$ 。
每条边有正边权，此时你要删去一些边使得左上角不能到右下角，
最小化边权和。
 $n, m \leq 1000$ 。

经过千辛万苦小 A 得到了一块切糕，切糕的形状是长方体，小 A 打算拦腰将切糕切成两半分给小 B。出于美观考虑，小 A 希望切面能尽量光滑且和谐。于是她找到你，希望你能帮她找出最好的切割方案。

出于简便考虑，我们将切糕视作一个长 P 、宽 Q 、高 R 的长方体点阵。我们将位于第 z 层中第 x 行、第 y 列上的点称 (x, y, z) ，它有一个非负的不和谐值 $v(x, y, z)$ 。一个合法的切面满足以下两个条件：

1. 与每个纵轴（一共有 $P \times Q$ 个纵轴）有且仅有一个交点。即切面是一个函数 $f(x, y)$ ，对于所有 $(x, y)(x \in [1, P], y \in [1, Q])$ ，我们需指定一个切割点 $f(x, y)$ ，且 $1 \leq f(x, y) \leq R$ 。

2. 切面需要满足一定的光滑性要求，即相邻纵轴上的切割点不能相距太远。对于所有的 $1 \leq x, x' \leq P$ 和 $1 \leq y, y' \leq Q$ ，若 $|x - x'| + |y - y'| = 1$ ，则 $|f(x, y) - f(x', y')| \leq D$ ，其中 D 是给定的一个非负整数。

可能有许多切面 f 满足上面的条件，小 A 希望找出总的切割点上的不和谐值最小的那个。

项目需要 n 天才能完成，其中第 i 天至少需要 a_i 个人。一共有 m 类志愿者可以招募。其中第 i 类可以从第 s_i 天工作到第 t_i 天，招募费用是每人 c_i 元。

求最小费用

$$1 \leq n \leq 1000, 1 \leq m \leq 10000$$

从前有个 n 个方格排成一行，从左至右依此编号为 $1, 2, \dots, n$ 。

有一天思考熊想给这 n 个方格染上黑白两色。

第 i 个方格上有 6 个属性： $a_i, b_i, w_i, l_i, r_i, p_i$ 。

如果方格 i 染成黑/白色就会获得 b_i/w_i 的好看度。

但是太多了黑色就不好看了。如果方格 i 是黑色，并且存在一个 j 使得 $1 \leq j < i$ 且 $l_i \leq a_j \leq r_i$ 且方格 j 为白色，那么方格 i 就被称为奇怪的方格。

如果方格 i 是奇怪的方格，就会使总好看度减少 p_i 。

也就是说对于一个染色方案，好看度为：

$$\sum_{i \text{ is black}} b_i + \sum_{i \text{ is white}} w_i - \sum_{i \text{ is strange}} p_i$$

现在给你 n, a, b, w, l, r, p ，问所有染色方案中最大的好看度是多少。

给定一个有向边无向边混合的图，给无向边定向，并得到一个欧拉回路。

判断是否有解以及输出解。

给一棵带权的树，每个点上有 x_i 个军队，每个点需要至少 y_i 个军队。最小化调动军队的代价来满足每个点的需求，代价为每个军队走的路径长度之和。节点数 $\leq 2.5 \times 10^5$ ，军队数量之和 $\leq 10^6$ 。

1 Q&A

2 杂题

- 热身题
- 一般题
- 进阶题

$n \times m$ 网格中，每个格子可以有四个方向的接口，那么一共可以得到十五种水管。

可以任意次顺或逆时针旋转 90 度任意一个非直线型的水管，要求最后每个接口都对着接口。

求最少旋转步数。 $nm \leq 2000$ 。

给一个 m 个点 m 条边的有向网络，里面有 k 条特殊边， q 次询问，每次重新给出这 k 条特殊边的容量，求 1 到 n 的最大流。

$$n, m \leq 10^4, q \leq 2 \times 10^5, k \leq 10, w \leq 25$$

有 n 个技能， m 个成就。每个技能有一个等级，初始均为 1。

你可以用 c_i 块钱令技能 i 提升一个等级，该操作没有次数限制。

第 i 个成就达成的条件是对于 $\forall j \in [1, n], level_j \geq L_{i,j}$ ，其中 $level_j$ 表示第 j 个技能的等级。达成成就 i 后，你会获得 a_i 元的奖励。注意这里奖励与成本是分开的，也就是说你不能用奖励的钱去提升等级。

请最大化获得的奖励与所需成本之差，并输出该值。

$n, m \leq 50, 1 \leq L_{i,j} \leq 5, 1 \leq a_i, c_i \leq 10^6$ 。

给一张 n 个点 m 条边的无向图，每个点有点权 A_i, B_i 。你可以选择任意个点删掉，代价为它们的 A_i 之和，然后对于剩下的每个连通块，获得的收益是其 B_i 之和的绝对值。

你要最大化收益减代价。

$$-1 \leq N, M \leq 300 \quad -1 \leq A_i \leq 10^6 \quad -10^6 \leq B_i \leq 10^6$$

给出一个 n 个点 m 条边的 **有向图**，每条边有边权 w_i 。

有 Q 次询问，每次询问给出一个 x 。你可以把一条边修改成 $w_i + a_i$ 权值 (a_i **不一定是**整数)，不过需要保证 $a_i \geq 0$ 且 $\sum a_i \leq x$ 。

你要通过修改边权使得从 1 到 n 的最短路径尽可能长，每次询问之间**独立**。

数据保证至少存在一条从 1 到 n 的路径，无重边自环。

输出答案和标准答案的相对误差或绝对误差应不超过 10^{-6} 。

$2 \leq n \leq 50$, $1 \leq m \leq n \cdot (n - 1)$, $1 \leq w_i \leq 10^6$, $1 \leq q \leq 10^5$

吉丽的漫展有 n 件手办和 m 名警卫。

现在我们对其建立平面直角坐标系，每个手办和警卫都可以看做一个点。警卫们的目光都朝着 y 轴负方向，且都有相同大小的视角。警卫可以看见自己视角内（包括边界上的点）的所有手办，不用考虑视线的遮挡。

你打算抢劫吉丽的漫展，但不想被警卫发现。为了实施这次抢劫计划，你可以事先贿赂某些警卫，让他们闭上眼睛。只要某件手办不在任何睁着眼睛的警卫的视野内，你就可以偷走它。你知道每件手办的价格，以及每位警卫需要接受多少钱的贿赂。你想知道自己的最大收益是多少。

$$1 \leq n, m \leq 2 \times 10^5, 1 \leq w, h \leq 10^9, -10^9 \leq x_i, y_i \leq 10^9, \\ 1 \leq v_i \leq 10^9$$

在一个篮球联赛里，有 n 支球队，球队的支出是和他们的胜负场次有关系的，具体来说，第 i 支球队的赛季总支出是 $C_i \times x^2 + D_i \times y^2, D_i \leq C_i$ 。(赢得多，给球员的奖金就多嘛) 其中 x, y 分别表示这只球队本赛季的胜负场次。现在赛季进行到了一半，每支球队分别取得了 a_i 场胜利和 b_i 场失利。而接下来还有 m 场比赛要进行。问联盟球队的最小总支出是多少。

$$2 \leq n \leq 5000, 0 \leq m \leq 1000, 0 \leq D_i \leq C_i \leq 10, 0 \leq a_i, b_i \leq 50。$$