

ZhijiangOIP 2021

小 C 和她的朋友们

时间：2077 年 4 月 1 日 08:30 ~ 13:00

题目名称	棋盘	序列	子图	括号
题目类型	传统型	传统型	传统型	传统型
目录	<i>chess</i>	<i>sequence</i>	<i>graph</i>	<i>bracket</i>
可执行文件名	<i>chess</i>	<i>sequence</i>	<i>graph</i>	<i>bracket</i>
输入文件名	<i>chess.in</i>	<i>sequence.in</i>	<i>graph.in</i>	<i>bracket.in</i>
输出文件名	<i>chess.out</i>	<i>sequence.out</i>	<i>graph.out</i>	<i>bracket.out</i>
每个测试点时限	1.0 秒	1.0 秒	1.0 秒	4.0 秒
内存限制	512 MB	512 MB	512 MB	512 MB
测试点数目	20	10	10	20
测试点是否等分	是	是	是	是

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	<i>chess.cpp</i>	<i>sequence.cpp</i>	<i>graph.cpp</i>	<i>bracket.cpp</i>
-----------	------------------	---------------------	------------------	--------------------

编译选项

对于 C++ 语言	<i>-std=c++14 -O2 -lm</i>
-----------	---------------------------

注意事项与提醒（请选手务必仔细阅读）

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C/C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是 0。
3. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
4. 程序可使用的栈内存空间限制与题目的内存限制一致。
5. 关注嘉然，顿顿解馋，身体倍儿棒。

棋盘 (chess)

【题目描述】

小 B 有一个 $n \times m$ 的棋盘，每个格子可能为黑色或白色。

小 B 每次可以取出一个极大的同色联通块，并反转其颜色。

小 B 算不出自己需要至少多少次操作才能将棋盘全部染成同色，于是她开始乱按。

在若干次尝试后，小 B 忘记了开始的局面。给定这个棋盘中每个格子的颜色，你需要告诉她有多少种不同的初始局面可以在有限次操作后得到当前棋盘。

答案对 $10^9 + 7$ 取模。

【输入格式】

从文件 `chess.in` 中读入数据。

第一行输入两个整数 n, m 。

接下来 n 行，每行一个长度为 m 的字符串 s_i 。

如果第 $s_{i,j} = B$ ，则棋盘第 i 行第 j 列的格子为黑色，反之为白色。

【输出格式】

输出到文件 `chess.out` 中。

输出一个整数，代表可能的初始局面数量对 $10^9 + 7$ 取模的值。

【样例 1 输入】

```
1 2 2
2 BW
3 WB
```

【样例 1 输出】

```
1 1
```

【样例 1 解释】

给定的棋盘即为唯一可能的局面。

【样例 2 输入】

```
1 1 3
2 BWW
```

【样例 2 输出】

```
1 2
```

【样例 2 解释】

BWW 和 BWB 为可能的局面。

【样例 2 输入】

```
1 2 2
2 BB
3 BB
```

【样例 3 输出】

```
1 16
```

【样例 3 解释】

所有 2^4 种初始局面都可以得到该局面。

【样例 4 】

见选手目录下的 `chess/chess4.in` 与 `chess/chess4.ans`。

【数据范围】

本题共 20 个测试点，全部测试点满足 $n, m \leq 2 \times 10^3$, $s_{i,j} \in \{B, W\}$ 。

测试点	$n \leq$	$m \leq$	特殊限制
1 ~ 5	1	20	无
6 ~ 10	1	2×10^3	无
11 ~ 15	2×10^3	2×10^3	保证 $s_{i,j} = B$
16 ~ 20	2×10^3	2×10^3	无

序列 (sequence)

【题目描述】

为了在下一次天下第一舞斗会中一雪前耻，小 E 正在练习一段高难度舞蹈。

一段舞蹈可以视为为一个长度为 $n \geq 3$ 的动作序列 a ，第 i 个动作的难度为整数 a_i ，且有 $1 \leq a_i \leq n$ 。小 E 会用 $n-2$ 天练习这段舞蹈，第 i 天练习动作 $i \sim i+2$ 之间的衔接。

小 E 定义第 i 天的**疲劳度**为 $w_{\max(a_i, a_{i+1}, a_{i+2})}$ ，其中 w 为一个给定的序列。整支舞蹈的**练习代价**为每天疲劳度的乘积。由于最终的舞蹈动作还未确定，无聊的小 E 想先算出，对于所有本质不同的序列 a 对应的舞蹈**练习代价**的和对 998244353 取模的值。

【输入格式】

从文件 sequence.in 中读入数据。

第一行输入一个整数 n 。

第二行输入 n 个整数 w_i 。

【输出格式】

输出到文件 sequence.out 中。

一行，一个数，表示答案对 998244353 取模的结果。

【样例 1 输入】

```
1 3
2 1 2 3
```

【样例 1 输出】

```
1 72
```

【样例 1 解释】

有 1 个序列满足 $\max(a_1, a_2, a_3) = 1$ ，7 个序列满足 $\max(a_1, a_2, a_3) = 2$ ，19 个序列满足 $\max(a_1, a_2, a_3) = 3$ ，答案为 $1 \cdot w_1 + 7 \cdot w_2 + 19 \cdot w_3 = 72$ 。

【样例 2 输入】

```

1 6
2 1 1 4 5 1 4

```

【样例 2 输出】

```

1 6971872

```

【样例 3】

见选手目录下的 `sequence/sequence3.in` 与 `sequence/sequence3.ans`。
该样例数据范围满足测试点 5。

【数据范围】

本题共 10 个测试点，全部测试点满足 $3 \leq n \leq 4 \times 10^3$, $0 \leq a_i < 998244353$ 。

测试点	n	特殊限制
1 ~ 2	≤ 6	无
3 ~ 4	≤ 18	无
5	≤ 100	无
6	≤ 500	无
7	$\leq 4 \times 10^3$	$w_i = 1$
8	$\leq 4 \times 10^3$	$\sum [w_i > 0] \leq 40$
9	$\leq 2 \times 10^3$	无
10	$\leq 4 \times 10^3$	无

子图 (graph)

【题目描述】

小 D 正在学习图论，你需要帮她完成课后习题。

小 D 今天学习了导出子图的定义：一个点集 V' 的导出子图 $G' = (V', E')$ ，其中 E' 为 E 中所有两端点都在 V' 中的边。

给定一张包含 n 个点， m 条边的简单无向图 $G = (V, E)$ ，以及一个指数 k 。

你需要求出所有 2^n 个集合的导出子图的边数的 k 次方和对 $10^9 + 7$ 取模的值。

【输入格式】

从文件 `graph.in` 中读入数据。

第一行三个正整数 n, m 和 k 。

接下来 m 行，每行两个正整数 u_i, v_i ，表示一条边。

【输出格式】

输出到文件 `graph.out` 中。

一个正整数，表示答案对 $10^9 + 7$ 取模的值。

【样例 1 输入】

```
1 4 5 2
2 1 2
3 2 3
4 3 4
5 4 1
6 2 4
```

【样例 1 输出】

```
1 56
```

【样例 1 解释】

有 5 张导出子图的边数为 1。

有 2 张导出子图的边数为 2。

有 2 张导出子图的边数为 3。

有 1 张导出子图的边数为 5。

故答案为 $5 \cdot 1^2 + 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 5^2 = 56$ 。

【样例 2~3】

见选手目录下的 `graph/graph*.in` 与 `graph/graph*.ans`。

该样例数据范围依次满足测试点 4, 7。

【数据范围】

本题共 10 个测试点，全部测试点满足 $1 \leq n, m \leq 10^5$, $1 \leq k \leq 3$, $1 \leq u_i, v_i \leq n$, $u_i \neq v_i$ 。

测试点	$n \leq$	$m \leq$	$k =$	特殊限制
1	10^5	10^5	1	无
2	10^5	$n - 1$	2	A
3	10^5	$n - 1$	2	B
4	10^5	10^5	2	无
5	12	50	3	无
6	100	10^3	3	无
7	2048	10^5	3	无
8	10^5	$n - 1$	3	A
9	10^5	$n - 1$	3	B
10	10^5	10^5	3	无

特殊限制 A: $u_i = i, v_i = i + 1$ 。

特殊限制 B: $u_i = 1, v_i = i + 1$ 。

括号 (bracket)

【题目背景】

在世界的尽头，蓝色头发的少女仍在月海中穿行。

为什么要这么做？她似乎并没有一个自洽的答案。在末日后的一切，似乎已经不存在所谓的意义。生命的存在，文明的存在似乎都已经成为了笑话。

小 A 也许已经忘了自己为什么要将最后的营地驻扎在永远面向地球的一面。或许是她对自己的母星还有留恋，又或许是月背的未知令她有些恐惧。

不过是 4×10^8 米以外的另一片球形荒漠罢了。

【题目描述】

小 A 可以对一个括号串执行三种操作：

- 选择一对相邻的字符并交换。
- 在括号串开头增加一个右括号。
- 在括号串结尾增加一个左括号。

小 A 给了你一个长度为 n 的括号串 s ，你需要处理 m 次操作：

- 1 $l\ r$ ：将区间 $[l, r]$ 中所有左括号变为右括号，右括号变为左括号。
- 2 $l\ r$ ：询问保留子串 $[l, r]$ 后，使字符串变为合法的最小操作数，注意我们不会真的执行这些操作。

【输入格式】

从文件 `bracket.in` 中读入数据。

第一行输入两个整数 n, m 。

接下来输入一个长度为 n 的括号串 s 。

接下来 m 行，每行输入三个整数 op, l, r 。

【输出格式】

输出到文件 `bracket.out` 中。

对于每个查询输出一行，包含一个整数，代表最小的操作次数。

【样例 1 输入】

```
1 6 6
2 ())(())(
3 2 1 6
```



```
4 1 2 4
5 2 1 4
6 2 2 5
7 1 1 5
8 2 1 6
```

【样例 1 输出】

```
1 2
2 5
3 0
4 6
```

【样例 1 解释】

第一个询问的字符串为 $a = ())(())$ 。

我们交换 a_3, a_4 ，再交换 a_5, a_6 即可。

第一次修改后的字符串为 $s = (((()))$ 。

第二个询问的字符串为 $b = (((())$ 。

我们先在开头增加两个右括号，变为 $))(((())$ 。

然后交换 b_2, b_3 ，交换 b_3, b_4 ，最后交换 b_1, b_2 即可。

【样例 2 输入】

```
1 7 5
2 ((((((
3 2 1 7
4 1 1 7
5 2 1 7
6 2 3 3
7 2 2 6
```

【样例 2 输出】

```
1 20
2 26
```

3 2
4 20

【样例 3】

见选手目录下的 bracket/bracket3.in 与 bracket/bracket3.ans。

该样例数据范围满足测试点 13 ~ 16。

【数据范围】

本题共 20 个测试点，全部测试点满足 $1 \leq n, m \leq 1.5 \times 10^5$, $op \in \{1, 2\}$, $1 \leq l \leq r \leq n$ 。

测试点	$n \leq$	$m \leq$	特殊限制
1	10	10	$op = 1$
2	10	10	$op = 2$
3 ~ 4	10^3	10	$op = 2$
5 ~ 8	1.5×10^5	10	$op = 2$
9 ~ 12	1.5×10^5	1.5×10^5	$op = 2$
13 ~ 16	5×10^4	5×10^4	无
17 ~ 20	1.5×10^5	1.5×10^5	无