T1

给定一个只由圆括号和方括号（即字符集为 `()[]`）的字符串，你现在可以任意地把若干个左括号变成右括号、把若干个右括号变成左括号，但保持括号的种类（圆或方）不变。求是否唯一存在一个变括号的方案，使得括号序列合法。

合法的括号序列由如下过程递归定义：

- $\varnothing$ 是合法的。
- S 是合法的，则 (S) 和 $[S]$ 是合法的。
- S, T 是合法的，则 ST 是合法的。

多组测试，字符串长度之和不超过 10^6。对于每组测试保证至少存在一种变括号的方案使得括号序列合法。

T2

给出一个大小为 $n \times n$ 的方阵 A，问是否存在一个正整数 k 使得 A^k 的所有元素都是正数。

$2 \le n \le 2000, 0 \le A_{i,j} \le 50, \sum_{i=1}^{n} A_{i,i} > 0$。

T3

给定一个 n 个点的以 1 为根的树，两个玩家轮流操作，每次选择一个非 1 的点，把该点整个子树删去，不能操作者负。求双方按最优策略操作，先手是否必胜。

$1 \le n \le 2 \times 10^5$。

T4

给定 n 个 01 串 $s_{1,\dots,n}$，求是否存在一对下标序列 $p_{1,\dots,x}, q_{1,\dots,y}$，使得 $x \neq y \vee \exists i, s.t. p_i \neq q_i$，且 $s_{p_1} s_{p_2} \dots s_{p_x} = s_{q_1} s_{q_2} \dots s_{q_y}$。如果存在，报告满足条件的 $\sum |s_{p_i}|$ 的最小值，否则报告 0。

$1 \le n \le 1000, 1 \le |s_i| \le 16$。

T5

给定长度为 n 的正整数数组 h_i 以及 a, b。两个玩家轮流操作，你是先手。在你的回合，你可以选择任意一个 $h_i > 0$，并使 $h_i := h_i - a$，或者什么都不做，假如此时你的操作使得某个 $h_i \le 0$，则你的积分加一。在对手的回合，他一定会找到最小的 i 使得 $h_i > 0$，并使 $h_i := h_i - b$。当不存在 $h_i > 0$，游戏结束。你的目标是使你的积分尽可能大，求最大积分。

$1 \le n \le 3 \times 10^5, 1 \le a, b, h_i \le 10^9$。

T6

对于所有点数为 n 的树，如果其满足对于所有 $i \in [2, n]$，与 i 相连的 j 中恰有一个点 j 满足 $j < i$，那么我们称其为好树。

$\forall 1 \le i \le n$，求出来有多少好树满足重心为 i。

重心定义满足为删去该点后形成的所有连通块大小均小于 $\frac{n-1}{2}$ 的点。

数据范围 $3 \le n \le 2 \times 10^5$ 且 n 为奇数。

T7

有 $N+M$ 个问题，其中有 N 个问题的答案是 `YES`，M 个问题的答案是 `NO`。当你回答一个问题之后，会知道这个问题的答案，求最优策略下期望对多少。

答案对 998244353 取模。

$1 \leq n, m \leq 5 \times 10^5$。

T8

给定一个 $n \times m$ 的网格图以及正整数 k，即 $(x,y),(x',y')$ 之间有边当且仅当 $|x-x'|+|y-y'|=1$，每条边有正边权。你可以进行任意次如下操作：选择一条边，该边权加一。记 $d=\min_{1\leq p,q\leq n}\{\text{dis}((p,1),(q,m))\}$，其中 dis 为网格图上两点最短路，求最小操作次数使得 d 至少增加 k。

$2 \leq n, m \leq 500, 1 \leq n \times m \leq 500, 1 \leq k \leq 100$，边权范围 $[1, 10^9]$。