

## 嘟嘟

将每个方格看作点，对于每对相邻方格，由方格内数较大的一方向较小的一方连边，由方格表的性质易知建成的图一定是一个无出度的点仅有一个的 dag，那么对于任意一个点，沿着出边走，一定能走到 1 所在点。

可以得到一个随机算法：随机询问方格，如果遇到一个较小的数，每次在其四周找到比它小的数走到那里，一直沿着出边走，直至找到 1 所在点，设阈值为  $n$  可使得期望复杂度为  $O(n)$ 。

但是随机算法无法满足要求，考虑在方格表上二分。

第一轮，先询问整个方格表最中间的两行，未询问方格组成上下两部分，考察这两行的最小值  $x$ ，如果这个最小值在两行中的上面一行，那么 1 的位置一定在上面部分，反之则在下面部分。

第二轮，不妨设 1 在上面部分，询问上面部分最中间的两个半列，目前可能出现 1 的未询问方格组成左右两部分。还是考察这两个半列的最小值  $y$ ，不妨设  $y$  在两个半列中左边的半列。如果  $y < x$ ，那么 1 的位置在左面部分，反之，1 的位置在与  $x$  相邻的那部分。

以此类推，每次可以把 1 的位置限定在全局询问过的方格的最小值的相邻部分，总询问次数为  $2 \times (2n + n + \frac{n}{2} \cdots) - 2n = 6n$ ，期望得分 55。

进一步发现，我们并不需要知道两行的最小值，只需要先询问一行的最小值，再在这个最小值上下找到比该最小值更小的一个值，1 的位置也随之确定了，于是总询问次数降低到  $n + \frac{n}{2} + \frac{n}{2} + \frac{n}{4} \cdots = 3n$ ，期望得分 100。

由于交互库没有使用自适应，有一些随机算法通过了，在此表示对造交互库的同学的强烈谴责。

## 滴滴

为了下文表达方便，认为排列从 0 到  $n - 1$ ，构造完后整体加一即可。

观察到  $n$  相对于  $k$  巨大，也许我们并不需要找到一些归纳的构造方式。

容易发现一个非常简单的  $n = 2k + 1$  的构造，即任意选择  $p_1$ ，并取  $p_i + k \equiv p_{i+1} \pmod{n}$ ，容易验证其正确性，并且其有重要性质  $|p_n - p_1| \in \{k, k + 1\}$ 。将序列反转可以知道，可以任意选择满足  $|p_n - p_1| \in \{k, k + 1\}$  并且在范围内的  $p_1, p_n$ ，都有满足条件的构造。

如果在上述构造中取  $p_1 = 0$ ，并且在序列最后加上  $2k + 1$ ，我们得到了一个  $n = 2k + 2$  的构造，但这个构造没有更好的性质。

设  $2k + 1$  的构造在  $p_1 = x, p_n = y$  时为  $A(x, y)$ ， $2k + 2$  的构造为  $B(x, y)$ 。

发现当  $n$  巨大的时候，可以使用不超过  $2k + 1$  个  $B$  以及很多个  $A$  来拼接出  $n$  的构造，现在只需要满足其两段拼接处的条件，容易发现两个  $A$  之间的拼接由于  $A$  自由度高，比较容易，需要找出一种方案能将两个  $B$  连接在一起。

考虑如下构造，设当前的  $B$  为  $B(a, a + 2k + 1)$ ，可以构造

$B(a, a + 2k + 1) - A(a + 3k + 1, a + 4k + 1) - A(a + 5k + 1, a + 6k + 1) - \cdots - A(a + 2k^2 - k + 1, a + 2k^2 + 1) - B(a + 2k^2 + k + 1, a +$   
最后一个  $A$  对应的构造中最大数为  $a + 2k^2 + k$ ，可以拼接上。这里的所有构造值域均是相接的，可以计算验证。

于是我们用  $k - 1$  个  $A$  将相邻两个  $B$  连接了起来，多余的  $A$  可以简单排列在最后一个  $B$  之后。

通过计算知道这样的构造方法能构造成功的  $n$  下界为  $4k^3 + O(k^2)$ ，在本题的数据范围下成立。

## 叭叭鸣

考虑  $(u, fa_u)$  关于  $[l, r]$  好的条件，转化为  $u$  子树内有  $[l, r]$  之间的点且  $u$  并不是  $\text{lca}(l, l + 1 \dots r)$  本身或其祖先，其中后面条件可以容斥掉，只需要减去询问区间的所有子区间 lca 深度和即可。

现在计算单个区间权值转化为两个问题：区间 lca 深度，有多少个子树内有该区间之间的点。

- 区间 lca 深度。

即解决询问区间子区间 lca 深度和，考虑扫描右端点，维护所有左端点对应 lca 深度，并维护历史和。

对于一个当前的右端点  $r$ ，其所有左端点的对应 lca 一定在一条链上，那么加入  $r + 1$  时，将  $r + 1$  与这条链的最低点也就是  $r$  取 lca，将那些比这个 lca 还深的对应 lca 都改成这个 lca，更浅的不变，可以直接实现区间覆盖区间历史和，也可以每次暴力修改一段左端点区间的对应 lca，实现区间加区间历史和，修改次数均摊线性。这一部分是  $O(n \log n)$  的。

- 有多少个子树内有该区间之间的点

考察一个点  $u$  不计入  $[l, r]$  答案的时候，将  $u$  子树内点按编号排序，那么这个  $[l, r]$  一定是介于两个编号排序后相邻的点之间的，可以抽象成矩形加。

考虑树上启发式合并，对每个子树维护一个 set 或一棵平衡树之类，内部存子树内点的编号，每次把小子树的某点合并到大子树里的时候，将大子树对应平衡树中该点编号前驱后继取出，并将这个矩形加终止，换用新的两个矩形加。

问题变为  $O(n \log n)$  次矩形加，询问即为矩形查询，可以在  $O(n \log^2 n)$  的时间内得到解决。

综上，整个问题在  $O(n \log^2 n)$  的时间内得到解决。