NOI2024 模拟赛

NOI2024 Simulation

时间: 2024年2月20日

题目名称	房间	序列	图图
题目类型	传统题	传统题	传统题
目录	room	sequence	graph
可执行文件名	room	sequence	graph
输入文件名	room.in	sequence.in	graph.in
输出文件名	room.out	sequence.out	graph.out
每个测试点时限	1秒	4 秒	5秒
内存限制	512 MB	512 MB	1024 MB
子任务数目	4	8	6
测试点是否等分	否	否	否

提交源程序文件名

对于 C++ 语言 room	n.cpp sequ	ience.cpp	graph.cpp
----------------	------------	-----------	-----------

编译选项

对于 C++ 语言	-02 -std=c++14
-----------	----------------

注意事项(请仔细阅读)

- 1. 文件名(程序名和输入输出文件名)必须使用英文小写。
- 2. C/C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int,程序正常结束时的返回值必须 是 0。
- 3. 提交的程序代码文件的放置位置请参考各省的具体要求。
- 4. 因违反以上三点而出现的错误或问题,申诉时一律不予受理。
- 5. 若无特殊说明,结果的比较方式为全文比较(过滤行末空格及文末回车)。
- 6. 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
- 7. 程序可使用的栈空间内存限制与题目的内存限制一致。
- 8. 只提供 Linux 格式附加样例文件。
- 9. 评测在当前最新公布的 NOI Linux 下进行,各语言的编译器版本以此为准。

NOI2024 模拟赛 1 房间 (room)

房间 (room)

【题目描述】

有 n 个房间排成一列,依次编号为 $1 \sim n$ 。有 n+1 扇门,第 i ($2 \le i \le n$) 扇门在 i 号房间和 i-1 号房间之间。特别地,第 1 扇门在 1 号房间之前,第 n+1 扇门在 n 号房间之后。

你初始时站在房间 s,有初始经验值 x,你的目标是通过第 1 扇门或者第 n+1 扇门。第一次到达房间 i 可以获得 a_i 点经验值(房间 s 也算)。第 i 扇门只能在经验值 $\geq b_i$ 时通过(通过不消耗经验值)。

对于每个 1 < s < n,求出达到目标所需要的最小 x。

【输入格式】

从文件 room.in 中读入数据。

第一行一个整数 n。

第二行 n 个整数 a_1,\ldots,a_n 。

第三行 n+1 个整数 b_1, \ldots, b_{n+1} 。

【输出格式】

输出到文件 room.out 中。

输出一行 n 个整数, 第 i 个整数表示 s = i 的答案。

【样例 1 输入】

1 3 2 3 3 4 5 6 7

【样例 1 输出】

1 3 3 3

【样例 2】

见选手目录下的 room/room2.in 与 room/room2.ans。

【数据范围】

对于所有数据, $1 \le n \le 10^6$, $0 \le a_i, b_i \le 10^9$ 。

子任务编号	子任务分值	$n \leq$	特殊限制	
1	20	5000	无	
2	20	2×10^{5}	$b_i \le 100$	
3	30	2 × 10	无	
4	30	10^{6}		

NOI2024 模拟赛 2 序列(sequence)

序列 (sequence)

【题目描述】

给定长度为 n 的序列 a。对所有 0 < k < n 求有多少个不同的序列 b 满足:

b 是 a 的排列。

•
$$\sum_{i=1}^{n-1} [b_i < b_{i+1}] = k_\circ$$

答案对 998244353 取模。

其中,b 是 a 的排列,当且仅当 b 中元素组成的多重集与 a 中元素组成的多重集相等。

【外部库说明】

在本题,我们提供可以用于计算 mod 998244353 意义下的卷积的库。**选手可以自行 选择是否使用**。

如果你要使用本库,你需要包含头文件 "convolution.h",并使用下面的命令进行编译:

```
g++ sequence.cpp convolution.cpp -o sequence -std=c++14 -02
```

我们下发了作为示例的 *sequence.cpp*,选手可以在此基础上完成本题。 库中提供了如下函数:

```
std::vector<int> convolution(
const std::vector<int> &a,
const std::vector<int> &b
);
```

你必须保证传入的 a,b 中所有数必须在 [0,998244353) 内,且卷积的结果长度不超过 2^{23} 。

设 a 的长度为 n_1 , b 的长度为 n_2 , 那么该函数会返回一个长度为 $n_1 + n_2 - 1$ 的 std::vector<int> c, 满足:

$$\forall i \in \mathbb{N} \cap [0, n_1 + n_2 - 1) : c_i = \left(\sum_{k = \max\{0, i - n_2 + 1\}}^{\min\{i, n_1\}} a_k \cdot b_{i - k}\right) \bmod 998244353$$

NOI2024 模拟赛 2 序列 (sequence)

保证该函数的时间复杂度为 $O((n_1+n_2)\log(n_1+n_2))$,空间复杂度为 $O(n_1+n_2)$ 。保证整个库占用的静态空间不超过 $64\,\mathrm{MiB}$ 。

【输入格式】

从文件 sequence.in 中读入数据。

第一行一个整数 n。

第二行 n 个整数 a_1,\ldots,a_n 。

【输出格式】

输出到文件 sequence.out 中。

输出 n 个数, 第 i 个数表示 k = i - 1 的答案。

【样例 1 输入】

```
1 4
2 1 1 2 2
```

【样例 1 输出】

1 1 4 1 0

【样例 2 输入】

```
1 4
2 1 1 2 3
```

【样例 2 输出】

1 1 7 4 0

【样例 3】

见选手目录下的 *sequence/sequence3.in* 与 *sequence/sequence3.ans*。 该样例满足子任务 3 的限制。

NOI2024 模拟赛 2 序列(sequence)

【样例 4】

见选手目录下的 *sequence/sequence4.in* 与 *sequence/sequence4.ans*。 该样例满足子任务 5 的限制。

【样例 5】

见选手目录下的 *sequence/sequence5.in* 与 *sequence/sequence5.ans*。 该样例满足子任务 7 的限制。

【样例 6】

见选手目录下的 *sequence/sequence6.in* 与 *sequence/sequence6.ans*。 该样例满足子任务 8 的限制。

【数据范围】

对于所有数据, $1 \le n \le 5 \times 10^5$, $1 \le a_i \le n$ 。

子任务编号	子任务分值	$n \leq$	特殊限制	
1	5	10		
2	5	100	 	
3	25	5000		
4	25	10^{5}		
5	10		$a_i \leq 2$	
6	10	5×10^5	$a_i = i$	
7	10	3 × 10°	$a_i = \lfloor i/2 \rfloor$	
8	10		无	

NOI2024 模拟赛 3 图图 (graph)

图图 (graph)

【题目描述】

一张 n+m 个点的有向图,点编号为 $1 \sim n+m$,且有 nm 条有向边。边通过一个 $n \times m$ 的 01 矩阵 A 描述:

对于 $\forall 1 \leq i \leq n, \ 1 \leq j \leq m$:

- 若 $A_{i,j} = 1$, 则 i 号点向 j + n 号点有一条有向边。
- 若 $A_{i,j}=0$,则 j+n 号点向 i 号点有一条有向边。

矩阵 A 通过下面的方式得到:

- 1. 初始化 A 为全 0 矩阵。
- 2. 执行 q 次操作,每次操作给出 l, u, r, d,对于 $\forall i \in [l, r], j \in [u, d]$,把 $A_{i,j} \leftarrow 1 A_{i,j}$ 。 对所有 $1 \le i \le n + m$,请你求出有多少个点 j 满足图上存在 i 到 j 的路径。

【输入格式】

从文件 graph.in 中读入数据。

第一行三个正整数 n, m, q。

接下来 q 行,每行四个整数 l, r, u, d,表示一个操作。

【输出格式】

输出到文件 graph.out 中。

输出一行 n+m 个整数, 第 i 个整数表示点 i 的答案。

【样例 1 输入】

1 3 3 2

1 1 2 2

3 **2 2 3 3**

【样例 1 输出】

1 666666

NOI2024 模拟赛 3 图图 (graph)

【样例1解释】

矩阵 A 和图的形态如下所示:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

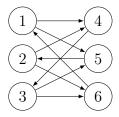


图 1: 矩阵 A 以及图的形态

【样例 2 输入】

1 3 3 1 2 1 1 2 2

【样例 2 输出】

1 4 4 1 2 2 6

【样例 2 解释】

矩阵 A 和图的形态如下所示:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

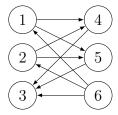


图 2: 矩阵 A 以及图的形态

【样例3】

见选手目录下的 *graph/graph3.in* 与 *graph/graph3.ans*。 该样例满足子任务 1 的限制。

【样例 4】

见选手目录下的 *graph/graph4.in* 与 *graph/graph4.ans*。 该样例满足子任务 5 的限制。

NOI2024 模拟赛 3 图图 (graph)

【数据范围】

对于所有数据, $1 \le n, m \le 2 \times 10^5, \ 1 \le q \le 5 \times 10^4, \ 1 \le l \le r \le n, \ 1 \le u \le d \le m$ 。

子任务编号	子任务分值	$n, m \leq$	特殊限制	子任务依赖
1	10	100	无	 无
2	10	2×10^5	$q \le 100$	
3	20	10^{4}	无	1
4	10	5×10^4		1,3
5	25	2×10^{5}	l=r	无
6	25	2 × 10°	无	1, 2, 3, 4, 5