

NOI2024 模拟赛

NOI2024 Simulation

时间：2024 年 2 月 20 日

题目名称	房间	序列	图图
题目类型	传统题	传统题	传统题
目录	room	sequence	graph
可执行文件名	room	sequence	graph
输入文件名	room.in	sequence.in	graph.in
输出文件名	room.out	sequence.out	graph.out
每个测试点时限	1 秒	4 秒	5 秒
内存限制	512 MB	512 MB	1024 MB
子任务数目	4	8	6
测试点是否等分	否	否	否

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	room.cpp	sequence.cpp	graph.cpp
-----------	----------	--------------	-----------

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -std=c++14
-----------	----------------

注意事项（请仔细阅读）

- 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
- C/C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是 0。
- 提交的程序代码文件的放置位置请参考各省的具体要求。
- 因违反以上三点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
- 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
- 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
- 程序可使用的栈空间内存限制与题目的内存限制一致。
- 只提供 Linux 格式附加样例文件。
- 评测在当前最新公布的 NOI Linux 下进行，各语言的编译器版本以此为准。

房间 (room)

【题目描述】

有 n 个房间排成一列，依次编号为 $1 \sim n$ 。有 $n + 1$ 扇门，第 i ($2 \leq i \leq n$) 扇门在 i 号房间和 $i - 1$ 号房间之间。特别地，第 1 扇门在 1 号房间之前，第 $n + 1$ 扇门在 n 号房间之后。

你初始时站在房间 s ，有初始经验值 x ，你的目标是通过第 1 扇门或者第 $n + 1$ 扇门。第一次到达房间 i 可以获得 a_i 点经验值（房间 s 也算）。第 i 扇门只能在经验值 $\geq b_i$ 时通过（通过不消耗经验值）。

对于每个 $1 \leq s \leq n$ ，求出达到目标所需要的最小 x 。

【输入格式】

从文件 `room.in` 中读入数据。

第一行一个整数 n 。

第二行 n 个整数 a_1, \dots, a_n 。

第三行 $n + 1$ 个整数 b_1, \dots, b_{n+1} 。

【输出格式】

输出到文件 `room.out` 中。

输出一行 n 个整数，第 i 个整数表示 $s = i$ 的答案。

【样例 1 输入】

```
1 3
2 1 2 3
3 4 5 6 7
```

【样例 1 输出】

```
1 3 3 3
```

【样例 2】

见选手目录下的 `room/room2.in` 与 `room/room2.ans`。

【数据范围】

对于所有数据， $1 \leq n \leq 10^6$, $0 \leq a_i, b_i \leq 10^9$ 。

子任务编号	子任务分值	$n \leq$	特殊限制
1	20	5000	无
2	20	2×10^5	$b_i \leq 100$
3	30		无
4	30	10^6	

序列 (sequence)

【题目描述】

给定长度为 n 的序列 a 。对所有 $0 \leq k < n$ 求有多少个不同的序列 b 满足：

- b 是 a 的排列。
- $\sum_{i=1}^{n-1} [b_i < b_{i+1}] = k$ 。

答案对 998244353 取模。

其中， b 是 a 的排列，当且仅当 b 中元素组成的多重集与 a 中元素组成的多重集相等。

【外部库说明】

在本题，我们提供可以用于计算 $\text{mod } 998244353$ 意义下的卷积的库。选手可以自行选择是否使用。

如果你要使用本库，你需要包含头文件 "`convolution.h`"，并使用下面的命令进行编译：

```
1 g++ sequence.cpp convolution.cpp -o sequence -std=c++14 -O2
```

我们下发了作为示例的 `sequence.cpp`，选手可以在此基础上完成本题。

库中提供了如下函数：

```
1 std::vector<int> convolution(  
2     const std::vector<int> &a,  
3     const std::vector<int> &b  
4 );
```

你必须保证传入的 a, b 中所有数必须在 $[0, 998244353)$ 内，且卷积的结果长度不超过 2^{23} 。

设 a 的长度为 n_1 ， b 的长度为 n_2 ，那么该函数会返回一个长度为 $n_1 + n_2 - 1$ 的 `std::vector<int> c`，满足：

$$\forall i \in \mathbb{N} \cap [0, n_1 + n_2 - 1) : c_i = \left(\sum_{k=\max\{0, i-n_2+1\}}^{\min\{i, n_1\}} a_k \cdot b_{i-k} \right) \bmod 998244353$$

保证该函数的时间复杂度为 $O((n_1 + n_2) \log(n_1 + n_2))$ ，空间复杂度为 $O(n_1 + n_2)$ 。保证整个库占用的静态空间不超过 64 MiB。

【输入格式】

从文件 `sequence.in` 中读入数据。
第一行一个整数 n 。
第二行 n 个整数 a_1, \dots, a_n 。

【输出格式】

输出到文件 `sequence.out` 中。
输出 n 个数，第 i 个数表示 $k = i - 1$ 的答案。

【样例 1 输入】

1 4

2 1 1 2 2

【样例 1 输出】

1 1 4 1 0

【样例 2 输入】

1 4

2 1 1 2 3

【样例 2 输出】

1 1 7 4 0

【样例 3】

见选手目录下的 `sequence/sequence3.in` 与 `sequence/sequence3.ans`。
该样例满足子任务 3 的限制。

【样例 4】

见选手目录下的 `sequence/sequence4.in` 与 `sequence/sequence4.ans`。
该样例满足子任务 5 的限制。

【样例 5】

见选手目录下的 `sequence/sequence5.in` 与 `sequence/sequence5.ans`。
该样例满足子任务 7 的限制。

【样例 6】

见选手目录下的 `sequence/sequence6.in` 与 `sequence/sequence6.ans`。
该样例满足子任务 8 的限制。

【数据范围】

对于所有数据， $1 \leq n \leq 5 \times 10^5$ ， $1 \leq a_i \leq n$ 。

子任务编号	子任务分值	$n \leq$	特殊限制
1	5	10	无
2	5	100	
3	25	5000	
4	25	10^5	
5	10	5×10^5	$a_i \leq 2$
6	10		$a_i = i$
7	10		$a_i = \lfloor i/2 \rfloor$
8	10		无

图图 (graph)

【题目描述】

一张 $n + m$ 个点的有向图，点编号为 $1 \sim n + m$ ，且有 nm 条有向边。边通过一个 $n \times m$ 的 01 矩阵 A 描述：

对于 $\forall 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$ ：

- 若 $A_{i,j} = 1$ ，则 i 号点向 $j + n$ 号点有一条有向边。
- 若 $A_{i,j} = 0$ ，则 $j + n$ 号点向 i 号点有一条有向边。

矩阵 A 通过下面的方式得到：

1. 初始化 A 为全 0 矩阵。
2. 执行 q 次操作，每次操作给出 l, u, r, d ，对于 $\forall i \in [l, r], j \in [u, d]$ ，把 $A_{i,j} \leftarrow 1 - A_{i,j}$ 。

对所有 $1 \leq i \leq n + m$ ，请你求出有多少个点 j 满足图上存在 i 到 j 的路径。

【输入格式】

从文件 `graph.in` 中读入数据。
第一行三个正整数 n, m, q 。
接下来 q 行，每行四个整数 l, r, u, d ，表示一个操作。

【输出格式】

输出到文件 `graph.out` 中。
输出一行 $n + m$ 个整数，第 i 个整数表示点 i 的答案。

【样例 1 输入】

```
1 3 3 2
2 1 1 2 2
3 2 2 3 3
```

【样例 1 输出】

```
1 6 6 6 6 6 6
```

【样例 1 解释】

矩阵 A 和图的形态如下所示：



图 1: 矩阵 A 以及图的形态

【样例 2 输入】

```
1 3 3 1
2 1 1 2 2
```

【样例 2 输出】

```
1 4 4 1 2 2 6
```

【样例 2 解释】

矩阵 A 和图的形态如下所示：



图 2: 矩阵 A 以及图的形态

【样例 3】

见选手目录下的 `graph/graph3.in` 与 `graph/graph3.ans`。
该样例满足子任务 1 的限制。

【样例 4】

见选手目录下的 `graph/graph4.in` 与 `graph/graph4.ans`。
该样例满足子任务 5 的限制。

【数据范围】

对于所有数据， $1 \leq n, m \leq 2 \times 10^5$ ， $1 \leq q \leq 5 \times 10^4$ ， $1 \leq l \leq r \leq n$ ， $1 \leq u \leq d \leq m$ 。

子任务编号	子任务分值	$n, m \leq$	特殊限制	子任务依赖
1	10	100	无	无
2	10	2×10^5	$q \leq 100$	
3	20	10^4	无	1
4	10	5×10^4		1, 3
5	25	2×10^5	$l = r$	无
6	25		无	1, 2, 3, 4, 5