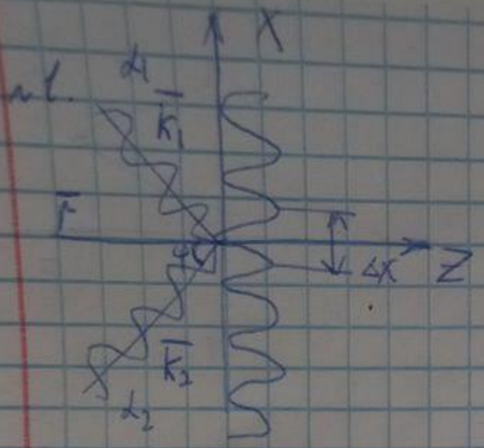
03

№1.



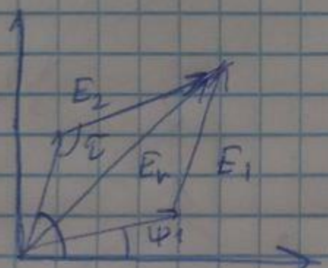
$E_1 = E_{01}\cos(\omega t + \varphi_1 + \bar{k}_1 \cdot \bar{r})$

$E_2 = E_{02}\cos(\omega t + \varphi_2 + \bar{k}_2 \cdot \bar{r})$

$\bar{k}_1 \cdot \bar{r} = |k| \cdot |r| \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}\right) = \sin\frac{\varphi}{2}$

$\bar{k}_2 \cdot \bar{r} = |\bar{k}| \cdot |\bar{r}| \cdot \sin\frac{\varphi}{2}$

$\bar{E} = \bar{E}_1 \times \bar{E}_2, \ |\bar{E}| = E_1 + E_2 = E_{01}\cos(\omega t + \varphi_1 + |k_1| \cdot |\bar{r}| \sin\frac{\varphi}{2})$
$+ E_{02}\cos(\omega t + \varphi_2 - |\bar{k}| \cdot |\bar{r}| \sin\frac{\varphi}{2})$

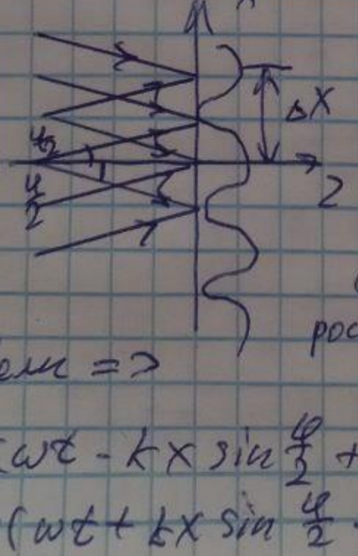


$\varphi_2 - \varphi_1 = 2\pi n, \ n \in \mathbb{Z} = \varphi_2 - \varphi_1 -$
$- 2|\bar{k}| \cdot |\bar{r}| \cdot \sin\frac{\varphi}{2} = 2\pi$

$k \Delta x \sin\frac{\varphi}{2} = \pi \Rightarrow \Delta x = \frac{\pi}{k \sin\frac{\varphi}{2}} =$
$= \frac{\lambda}{2\sin\frac{\varphi}{2}} = \frac{\lambda}{\varphi}$

Д/З:

№2.1.1 Дано	Решение:
$\lambda, \varphi/2$	
Δx - ?	



Ур-ие плоской волны:

$E = A\cos(\omega t - kx + \alpha)$

Т.к нормаль к фронту сост. угол $\pm\frac{\varphi}{2}$ с напр-ем распростр-я интерференции волн =>

$E_1 = A_1\cos(\omega t - kx\sin\frac{\varphi}{2} + \alpha_1)$

$E_2 = A_2\cos(\omega t + kx\sin\frac{\varphi}{2} + \alpha_2)$

При сложении волн в которой точке экрана с координатой X возникает гармоническое колебание с амплитудой

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi(x), \text{ где}$$

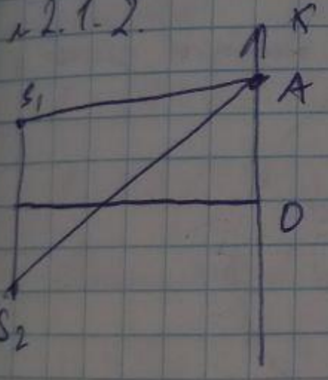
$$\Delta\varphi(x) = k\left(\sin\frac{\varphi}{2} + \sin\frac{\varphi}{2}\right)x + \Delta\alpha, \quad \Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1,$$

$$I(x) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}\cdot\cos\Delta\varphi(x), \text{ где}$$

$$I_1 = A_1^2, \quad I_2 = A_2^2.$$

т.к. φ мал $\Rightarrow \Delta\varphi(x) \approx k\varphi x + \delta\alpha \Rightarrow k\varphi\cdot\Delta X = 2\pi \Rightarrow \Delta X = \dfrac{\lambda}{\varphi}$

№2.1.2.



1) Излучение S состоит из λ и $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$

2) Разность хода в т. A:

$\Delta = m\lambda'$ – max для λ'

$\Delta = (m + \frac{1}{2})\lambda$ – min для λ.

3) Условие исчезновения полос:

$$m = \frac{\lambda}{2(\lambda' - \lambda)} = \frac{\lambda}{2\delta\lambda}$$

4) Пусть S заполняет интервал $(\lambda; \lambda + \Delta\lambda)$:

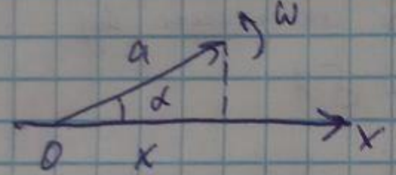
Разбиваем $\Delta\lambda$ на мн-во пар, находящихся на $\frac{\Delta\lambda}{2} \Rightarrow m = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}\ (\delta\lambda \to \frac{\Delta\lambda}{2})$

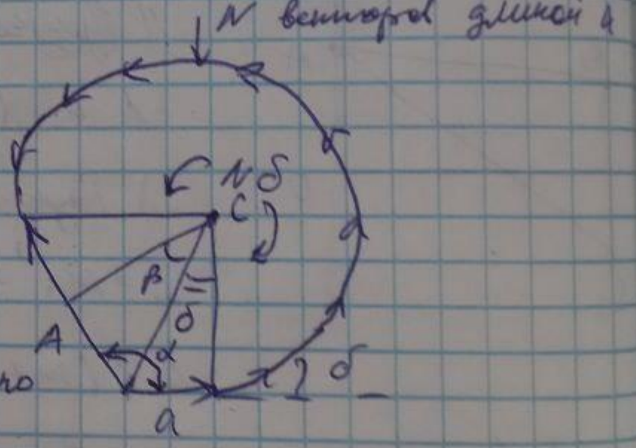
5) Для белого света $\Delta\lambda \approx \lambda \Rightarrow m \approx 1$

№2.1.3 Сумма большого числа N гармонических колебаний одного направления с одинаковой частотой ω и амплитудой a, каждое из которых сдвинуто по фазе отн-но соседнего на δ:

$$X = \sum_{n=1}^{N} a\cos(\omega t + (n-1)\delta)$$

векторное представление гармонических колебаний: $X = a\cos(\omega t + \alpha)$





$X = A\cos(\omega t + \alpha)$

амплитуда результирующего колебания

фазовый сдвиг отн-но $a\cos\omega t$

$$\frac{A}{2} = OC\cdot\sin\beta = OC\cdot\sin\frac{2\pi - N\delta}{2} = OC\cdot\sin\frac{N\delta}{2}$$

$$\frac{a}{2} = OC\cdot\sin\frac{\delta}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$A = a\left|\frac{\sin\frac{N\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}}\right| \qquad \alpha = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\delta}{2}\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$$

$$2\beta = 2\pi - N\delta$$

$$\beta = \frac{2\pi - N\delta}{2} \Rightarrow \alpha = (N-1)\frac{\delta}{2}$$

Результ. колебание:

$$x = a\left|\frac{\sin\frac{N\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}}\right|\cdot\cos\left(\omega t+(N-1)\frac{\delta}{2}\right)$$

$$x=\sum_{n=1}^{N} a\cdot \exp(i(\omega t+(n-1)\delta)) = ae^{i\omega t}(1+e^{i\delta}+\dots+e^{i(N-1)\delta}) = ae^{i\omega t}\cdot\frac{1-e^{iN\delta}}{1-e^{i\delta}} = a\cdot e^{i\omega t}\cdot\frac{e^{\frac{iN\delta}{2}}\left(e^{-\frac{iN\delta}{2}}-e^{\frac{iN\delta}{2}}\right)}{e^{i\delta}\left(e^{-\frac{i\delta}{2}}-e^{\frac{i\delta}{2}}\right)}$$

$$x = a\cdot\frac{\sin\frac{N\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}}\cdot \exp\left(i\left(\omega t+\frac{(N-1)\delta}{2}\right)\right)$$

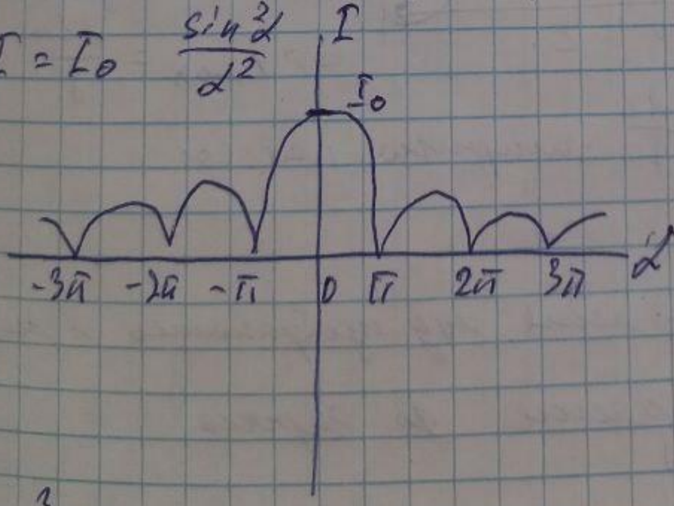
Исследуем поведение амплитуды A при большом числе колебаний N:

$\alpha=(N-1)\cdot\frac{\delta}{2}\approx\frac{N\delta}{2}$ $\qquad$ $\sin\frac{N\delta}{2}\approx\sin\alpha$

$A=aN\left|\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right|$ $\qquad$ $\sin\frac{\delta}{2}\approx\sin\frac{\alpha}{N}\approx\frac{\alpha}{N}$

Интенсивность суммарного колебания I:

$$I=I_0\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}$$



$\alpha=\frac{3}{2}\pi$ - второй максимум

$\alpha=\frac{5}{2}\pi$ - третий максимум.

№2.1.4

$$X = \sum_{j=0}^{N-1} A\cos(\omega t + j\Delta\omega) = \sum_{j=0}^{N-1} A e^{i\omega t + ij\Delta\omega} = A e^{i\omega t}\sum_{j=0}^{N-1} e^{ij\Delta\omega} =$$

$$= A e^{i\omega t}(1 + e^{i\Delta\omega} + \ldots + e^{(N-1)i\Delta\omega}) = A e^{i\omega t}\frac{1-e^{Ni\Delta\omega}}{1-e^{i\Delta\omega}} =$$

$$= A e^{i\omega t}\cdot \frac{e^{\frac{Ni\Delta\omega}{2}}\left(e^{-\frac{Ni\Delta\omega}{2}} - e^{\frac{Ni\Delta\omega}{2}}\right)}{e^{\frac{i\Delta\omega}{2}}\left(e^{-\frac{i\Delta\omega}{2}} - e^{\frac{i\Delta\omega}{2}}\right)} = A\frac{\sin\frac{N\Delta\omega}{2}}{\sin\frac{\Delta\omega}{2}}\cos\left(\omega t + \frac{(N-1)\Delta\omega}{2}\right)$$

№2.1.5

Дано:

S_1, S_2, d

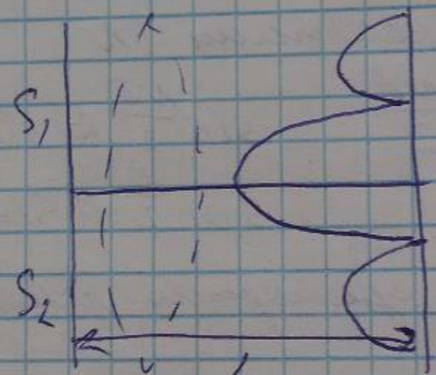
$L = 2м$

$F = 0{,}25м$

1) $2f$, Δx - ?

2) фокальная обл-сть, Δx - ?

Решение:



1) $d \ll L \Rightarrow \theta \ll 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta = d\theta$

Т.к. $\theta = \frac{x}{L} \Rightarrow \frac{d\,x_{max}}{L} =$

$= m\lambda \; (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots) \Rightarrow$

$\Rightarrow x_{max} = \frac{\lambda L m}{d}$

$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}$ - ширина полосы

2) $f < L$:

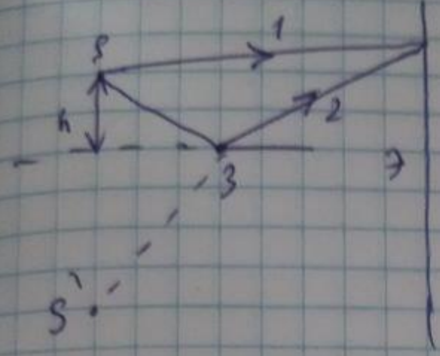
$L - 2f$ - расстояние м/у изображением и линзой.

$L - 2f$ - расстояние до экрана.

$\Delta x' = \frac{\lambda(L-2f)}{d}$

3) Помещаем линзу так, чтобы щели S_1, S_2 находились в фокальной обл-сти. $\Delta x'' = \frac{\lambda f}{d}$

2.1.6 Зеркало Ллойда



$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}$, $d = 2h$ =>

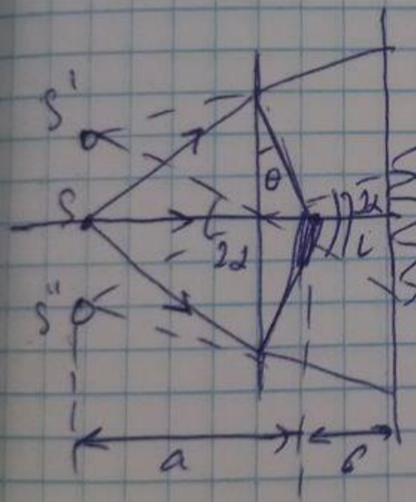
$2h = \frac{\lambda L}{\Delta x}$

После отодвигания источника на Δh:

$2h + 2\Delta h = \frac{\lambda L \eta}{\Delta x}$

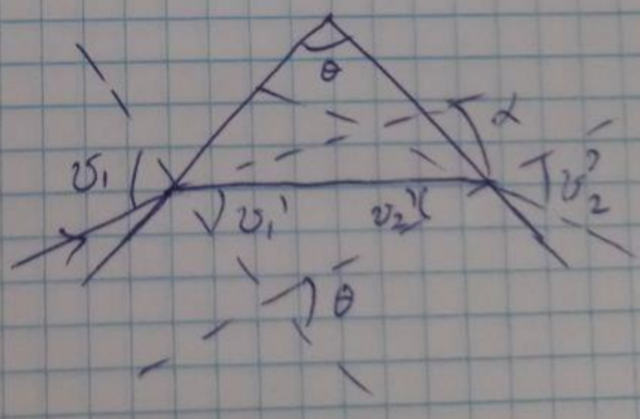
$2\Delta h = \frac{\lambda L(\eta - 1)}{\Delta x}$ => $\lambda = \frac{2\Delta h \Delta x}{L(\eta - 1)}$

Бипризма Френеля



1) З-н преломления:

$$\begin{cases} \upsilon_1 = n\upsilon_1' \quad n\upsilon_2 = \upsilon_2' \\ \upsilon_1' + \upsilon_2' = \theta \end{cases}$$



2) $\alpha = (\upsilon_1 - \upsilon_1') + (\upsilon_2' - \upsilon_2)$ => $\alpha = (n-1)\theta$