Колбанов Д.О.
6301-020302D

Задание №6. Динамическое программирование. Оптимальное распределение ресурсов.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
0	0	0	0	0
1	1	2	2	1
2	2	3	3,5	2
3	3,5	3	4	3,5
4	4	2	5	3
5	5	2	6	3

k	x_4	$f_4(x)$	W_4
0	0	0	0
1	0	0	1
	1	1	
2	0	0	2
	1	1	
	2	2	
3	0	0	3,5
	1	1	
	2	2	
	3	3,5	
4	0	0	3,5
	1	1	
	2	2	
	3	3,5	
	4	3	
5	0	0	3,5
	1	1	
	2	2	
	3	3,5	
	4	3	
	5	3	

$$W_4(k) = \max_{k \geq x_4 \geq 0} \{f_4(x_4)\}$$

k	x_4	W_4
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3,5
4	3	3,5
5	3	3,5

$$W_3(k) = \max_{k \geq x_3 \geq 0} \{\underbrace{f_3(x_3) + w_4(k - x_3)}_{\tilde{W}_3}\}$$

k	x_3	$\tilde{W}_3$	W_3
0	0	0	0
1	0	1	2
	1	2	
2	0	2	3,5
	1	3	
	2	3,5	
3	0	3,5	4,5
	1	4	
	2	4,5	
	3	4	
4	0	3,5	5,5
	1	5,5	
	2	5,5	
	3	5	
	4	5	
5	0	3,5	7
	1	5,5	
	2	7	
	3	6	
	4	6	
	5	6	

k	x_3	W_3
0	0	0
1	1	2
2	2	3,5
3	2	4,5
4	1 / 2	5,5
5	2	7

Колбанов Д.О.
6301-020302D

$$w_2(k) = \max_{k \ge x_2 \ge 0} \{\underbrace{f_2(x_2) + w_3(k - x_2)}_{\tilde{w}_2}\}$$

k	x_2	$\tilde{w}_2$	w_2
0	0	0	0
1	0	2	2
	1	2	
2	0	3,5	4
	1	4	
	2	3	
3	0	4,5	5,5
	1	5,5	
	2	5	
	3	3	
4	0	5,5	6,5
	1	6,5	
	2	6,5	
	3	5	
	4	2	
5	0	7	7,5
	1	7,5	
	2	7,5	
	3	6,5	
	4	4	
	5	2	

k	x_2	w_2
0	0	0
1	0, 1	2
2	1	4
3	1	5,5
4	1, 2	6,5
5	1, 2	7,5

k	x_1	$\tilde{w}_1$	w_1
5	0	7,5	7,5
	1	7,5	
	2	7,5	
	3	7,5	
	4	6	
	5	5	

1) $x_1^* = 0$

$k_1^* = 5 - x_1^* = 5 - 0 = 5 \Rightarrow x_2^* = 1$

$k_2^* = k_1^* - x_2^* = 5 - 1 = 4 \Rightarrow x_3^* = 1$

$k_3^* = k_2^* - x_3^* = 4 - 1 = 3 \Rightarrow x_4^* = 3$

$k_4^* = k_3^* - x_4^* = 3 - 3 = 0$

2) $x_1^* = 0$

$k_1^* = 5 \Rightarrow x_2^* = 2$

$k_2^* = 3 \Rightarrow x_3^* = 2$

$k_3^* = 1 \Rightarrow x_4^* = 1$

$k_4^* = 0$

3) $x_1^* = 0;\ x_2^* = 1;\ x_3^* = 2$

$k_3^* = 4 - 2 = 2 \Rightarrow x_4^* = 2$

$k_4^* = 0$

4) $x_1^* = 1,\ k_1^* = 4 \Rightarrow x_2^* = 1;\ k_2^* = 3 \Rightarrow x_3^* = 2;$

$k_3^* = 1 \Rightarrow x_4^* = 1;\ k_4^* = 0$

Калбаев Д.О.
6301-020302D

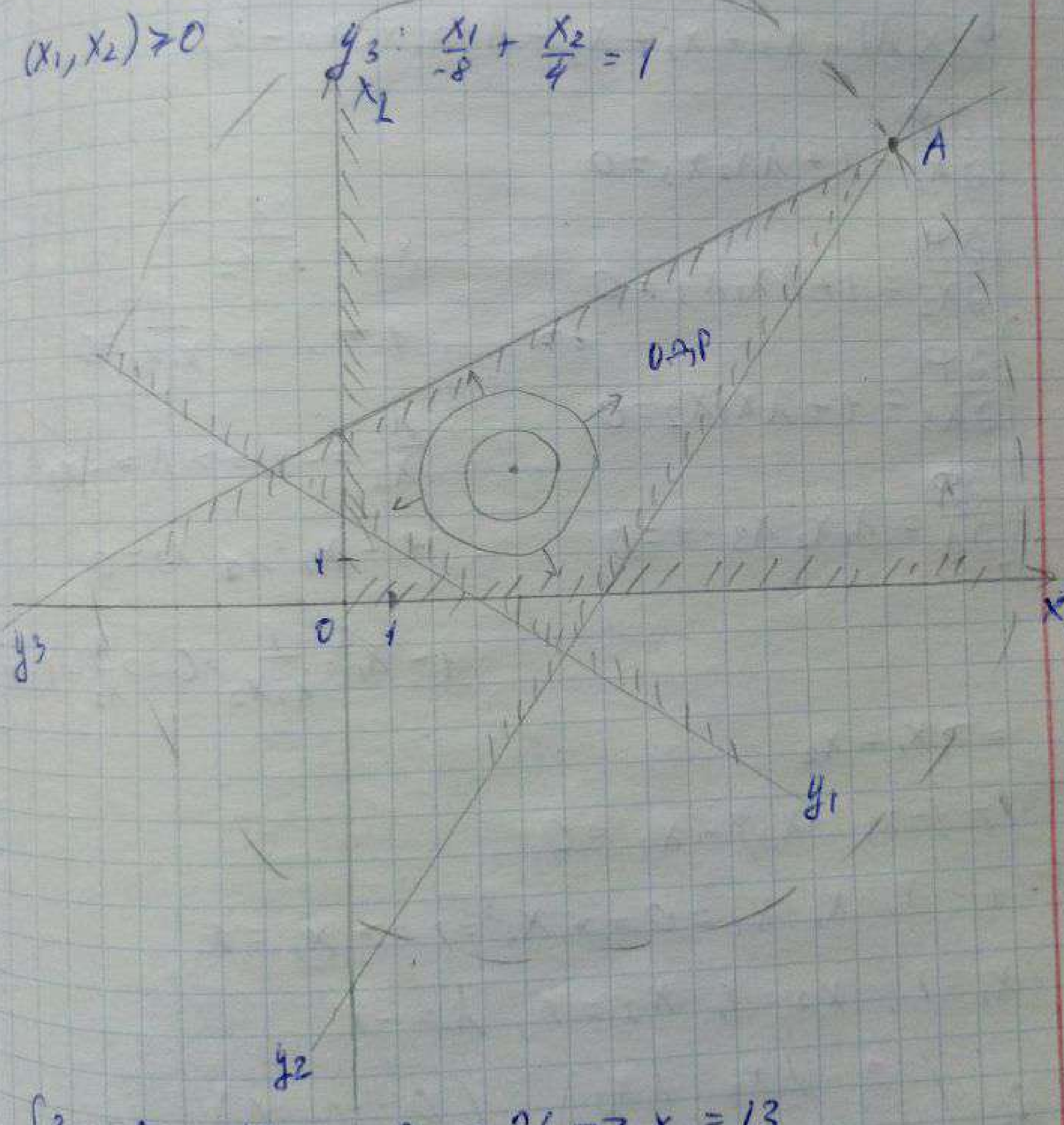
№2.а) $F=(x_1-4)^2+(x_2-3)^2 \to max$

$2x_1+3x_2 \geq 6$ $\quad y_1: \frac{x_1}{3}+\frac{x_2}{2}=1$

$3x_1-2x_2 \leq 18$ $\quad y_2: \frac{x_1}{6}+\frac{x_2}{-9}=1$

$-x_1+2x_2 \leq 8$

$(x_1,x_2) \geq 0$ $\quad y_3: \frac{x_1}{-8}+\frac{x_2}{4}=1$



$\begin{cases} 3x_1-2x_2=18 \\ -x_1+2x_2=8 \end{cases}$ $\quad 2x_1=26 \Rightarrow x_1=13$

$2x_2=21 \Rightarrow x_2=10{,}5$

Ответ: $x_1=13;\ x_2=10{,}5;\ F=137{,}25$

Колбочков Д.О
6301-0203020

5) $x_1^*=1;\ x_2^*=2;\ k_2^*=4-2=2 \Rightarrow x_3^*=2;\ k_3^*=0 \Rightarrow x_4^*=0$

6) $x_1^*=2;\ k_1^*=3 \Rightarrow x_2^*=1;\ k_2^*=2 \Rightarrow x_3^*=2;\ k_3^*=0 \Rightarrow x_4^*=0$

7) $x_1^*=3;\ k_1^*=2 \Rightarrow x_2^*=1;\ k_2^*=1 \Rightarrow x_3^*=1;\ k_3^*=0 \Rightarrow x_4^*=0$

Ответ: (0, 1, 1, 3), (0, 1, 2, 2), (0, 2, 2, 1), (1, 1, 2, 1), (1, 2, 2, 0), (2, 1, 2, 0), (3, 1, 1, 0)

Задание №7. Нелинейное программирование

№1. $F = 3x_1 + 4x_2 \to max$

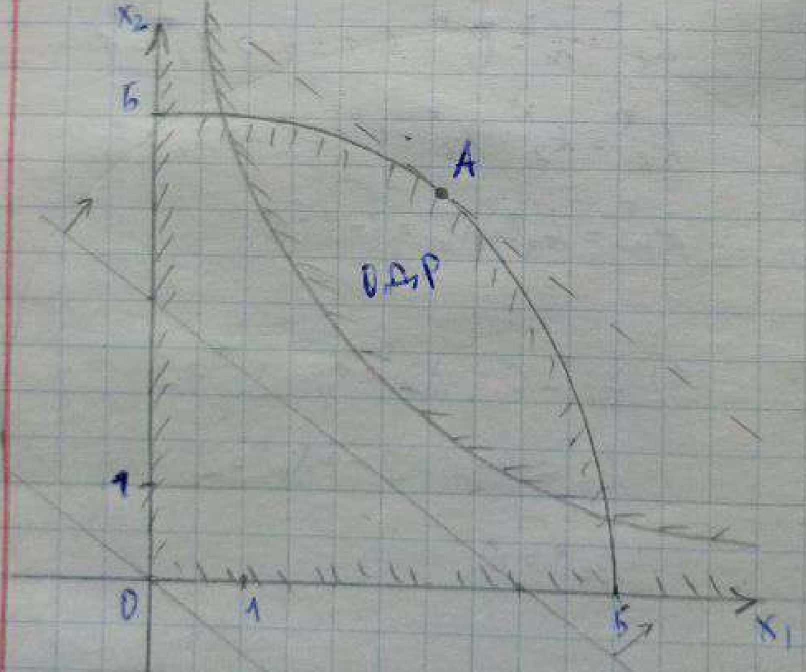
$x_1^2 + x_2^2 \leq 25$

$x_1 \cdot x_2 \geq 4 \quad x_2 = \frac{4}{x_1}$

$x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0$

$F = 12:\ 3x_1 + 4x_2 = 12$

$\frac{x_1}{4} + \frac{x_2}{3} = 1$



$x_2^2 = 25 - x_1^2$

$x_2 = \sqrt{25 - x_1^2}$

$x_2' = -\frac{x_1}{\sqrt{25-x_1^2}} = -\frac{3}{4}$

$4x_1 = 3\sqrt{25-x_1^2}$

$16x_1^2 = 9(25 - x_1^2)$

$16x_1^2 - 225 + 9x_1^2 = 0$

$25x_1^2 = 225$

$x_1 = 3 \Rightarrow x_2 = \sqrt{25-9} = 4$

$F = 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 = 25$

Ответ: $x_1 = 3,\ x_2 = 4,\ F = 25$

Колбанов Д.О.
6301-020302D

б) $F = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \to \min$

Ответ: $x_1 = 4$; $x_2 = 3$; $F = 0$

№3. $F = x_1 + x_2 + x_3 \to \min$

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 1 \quad n = 3,\ m = 1$

$\Phi(x, \lambda) = x_1 + x_2 + x_3 + \lambda(x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 - 1)$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \Phi}{\partial x_1} = 1 + \lambda x_2 x_3 = 0 \\ \dfrac{\partial \Phi}{\partial x_2} = 1 + \lambda x_1 x_3 = 0 \\ \dfrac{\partial \Phi}{\partial x_3} = 1 + \lambda x_1 x_2 = 0 \\ \dfrac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = x_1 x_2 \cdot x_3 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$x_3 = \dfrac{1}{x_1 x_2}$

$1 + \lambda x_2 \cdot \dfrac{1}{x_1 x_2} = 0$

$\dfrac{\lambda}{x_1} = -1 \Rightarrow \lambda = -x_1$

$1 - x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 0$

$1 - x_1^2 \cdot \dfrac{1}{x_1 x_2} = 0 \Rightarrow \dfrac{x_1}{x_2} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

$1 + (-x_1) \cdot x_2 \cdot x_1 = 0$

$1 - x_1 \cdot x_1 \cdot x_1 = 0 \Rightarrow x_1^3 = 1 \Rightarrow x_1 = 1$

$x_1 = 1, \quad x_2 = 1, \quad x_3 = 1, \quad \lambda = -1$

$$H = \begin{pmatrix} 0 & \lambda x_3 & \lambda x_2 \\ \lambda x_3 & 0 & \lambda x_1 \\ \lambda x_2 & \lambda x_1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \delta_1 = 0$$

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} & \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} & \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} \end{pmatrix} = (x_2 x_3 \quad x_1 x_3 \quad x_1 x_2) = (1 \; 1 \; 1)$$ Колбасов Д.О.

6301-020302D

$$Q' = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad H^B = \begin{pmatrix} 0 & Q \\ Q' & H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_3 = 0 - 1 - 1 - 0 - 0 - 0 = -2$$

$$D_4 = -3$$

$$(-1)^4 = -1$$

$(1, 1, 1)$ – т. min