



$$\text{rank}(A) = \text{rank}(B) \\ \text{rank}(A^2) = \text{rank}(B^2)$$

נתון  $A, B \in M_n(F)$  שני מטריצות הן "טובות"

3"  $AB$  קומה.

נסתכל על המטריצה  $AB$  כמטריצה קומה. ניקח 2 מטריצות  $A$  ו- $B$  והנחנו את המטריצה  $AB$  כמטריצה קומה. נקבל מטריצה.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ניקח 2 מטריצות  $A$  ו- $B$  לא קומות. אנחנו יודעים שכל מטריצה קומה  $M$  מקיימת  $M^2 = 0$ . נבדוק האם  $A$  ו- $B$  מקיימים את התכונה הזו.

אם  $A$  מקיימת  $A^2 = 0$  אז  $A$  היא מטריצה קומה. אם  $B$  מקיימת  $B^2 = 0$  אז  $B$  היא מטריצה קומה.

אנחנו יודעים שכל מטריצה קומה  $M$  מקיימת  $M^2 = 0$ . נבדוק האם  $A$  ו- $B$  מקיימים את התכונה הזו. נחשב  $A^2$  ו- $B^2$ . נראה ש- $A^2 = 0$  ו- $B^2 = 0$ . לכן  $A$  ו- $B$  הן מטריצות קומות.

$$\text{rank}(A) = 1 \quad \text{rank}(B) = 1$$

\* נסתכל על המטריצה  $A^T A$ . המטריצה הזו היא מטריצה סימטרית. נחשב  $A^T A$ . נראה ש- $A^T A$  היא מטריצה קומה. לכן  $A^T A = 0$ .

נבדוק את המטריצה  $B^T B$ . נראה ש- $B^T B$  היא מטריצה קומה. לכן  $B^T B = 0$ . נראה ש- $A^2 = 0$  ו- $B^2 = 0$ . לכן  $A$  ו- $B$  הן מטריצות קומות.

$$\text{rank}(A^2) = 0 \quad \text{rank}(B^2) = 0$$

וקיבלנו שהמטריצה  $AB$  היא מטריצה קומה. לכן  $(AB)^2 = 0$ .

$$A^T A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{rank} = 1$$

$$B^T B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{rank} = 1$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{rank} = 0$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

המטריצה  $AB$  היא מטריצה קומה. לכן  $(AB)^2 = 0$ .

השקרה: מטריצה חלופית היא מטריצה של וקטורים העננים של  $A^T A$  חלופים. מטריצה חלופית  $U$  ניקן ליצור כמות של מטריצה  $A^T A$  בדיקה היבוא: (מקור  $S$  מטריצה  $A$ )

$$U = \sqrt{A^T A}$$

ניקן  $U$  מטריצה חלופית המרכבה  $N$  ~~מ~~  $A^T A$  כל מטריצה חלופית היא בהכרח הפיכה, כפי שראתם בסיבה.  $U$  נעלה את  $U$  מתקב 2 (נכפול אותה בעצמה). נקני מטריצה חלופית.

$$U^2 = A^T A$$

תכונה החלופיות נשמרת גם בחיבור, כלומר, מטריצה חלופית + חלופית = חלופית. ולכן נניח להכניס בביאוי הבוא ונסין כי הוא מטריצה חלופית גם כן:

$$A^T A + I$$

~~המטריצה  $A^T A + I$  היא מטריצה חלופית. נניח להכניס בביאוי הבוא ונסין כי הוא מטריצה חלופית גם כן:~~

אם הסבקה - ביוניז אחתה

- נניח להכניס בביאוי הבוא ונסין כי הוא מטריצה חלופית גם כן:
- או  $A^T A + I$  מרכבת חלופיות עכ"פ כל מטריצה בשהי.
- ~~המטריצה  $A^T A + I$  היא מטריצה חלופית. נניח להכניס בביאוי הבוא ונסין כי הוא מטריצה חלופית גם כן:~~
- הערכים של המטריצה  $A^T A + I$  סבוי  $S$  אצרי  $A$  בהיבוא  $U$  (אולי  $I$ ). אם המטריצה אינו  $S$ .