

General 注意事项:

- 1) 做完有时间不管觉得难度怎么样 每道题都尽量检查! 主要是检查自己读题有没有读漏细节什么的
- 2) 题目给了多个限制条件 经常很容易就解决了其中一个忘记了另外的! 一定要写下来! 提醒自己不要忘记了!
- 3) 比之后是分母!
- 4) 长的题目绕晕了就分析主干! 抓出主干!
- 5) 题目所给的限制条件一定看清楚 (比如'different number'/different integers...)
- 6) 未知数出现要高度小心啊啊啊!!
- 7) 高次幂的题目 就是找规律/和数位结合的题目 也不要慌张!
- 8) 数列题目也基本就是找规律! 列多几个就能看到规律! (一般可能可以消掉之类的)

整数/凑整

- 考虑好是从等式的那一边入手 一定要确定好! 再开始列可能性 (e.g.平方数是首选从平方数开始列再配对)
- 注意题目的限制条件比如 $x > y$; x 和 y 是不同的数 那么就不能考虑都取一样的
- 如果完全没有思路的题目 可以考虑数位的问题, 个位数有没有什么特征, 凑整和数位一起考也是有考点的 (比如 5 的个位只有 0/5, 那么看有没有可能 \times 了偶数)
- 完全没有思路的时候也可以想想奇偶性 也是经常会一起用上的思路
- 凑整和数位一起考的时候一定要看有没有具体的某数位可以先确定
- 凑整的时候一定不要想到什么就列什么 一定要有规律的列, 比如通常是从小的开始列然后逐渐递增, 这样不容易漏掉!

正负数

- **凡是出现未知数! 就是陷阱! 一定要考虑正负/0**
 - 题目中所出现的未知数可能不一定是一个固定的值 可能是一个取值范围 那么就要用取值范围去求解!
- **平方数/开平方 取正负!**
- 绝对值可能值讨论 check assumption
- 根号下和根号出来的数都要 ≥ 0
- 尤其是题目如果只提到说未知数是 integers \rightarrow 那么陷阱很有可能就是 0!

奇偶数

- 乘积中只要有一个是偶数 那么整体都是偶数了, 如果全部是奇数那么不管是几个 都是奇数 (奇数的奇次方还是偶次方都是奇数)

- 偶数的偶次方无法判定 有可能是 1
- 奇数+奇数 = 偶数
- 奇数+偶数= 奇数
- 偶数*奇数 or 偶数*偶数= 偶数
- 性质通常会在其他的题目中同时出现 (质数/余数/等式凑整)
- 指数奇偶性

连续整数

- 个数: 末项-首项 + 1 (如果是连续奇数/连续偶数 要用通项公式, 即 $n = (b-a)/2 + 1$)
- 连续整数/连续奇数/连续偶数/某个数的倍数都属于等差数列 中位数= 平均数= 首项+末项/2 = $\min + \max/2$ 的公式都是通用的!
- 综合考点: 结合平均数/中位数/sum/min+max
- 平均数=中位数= $\min + \max/2$ ->如果平均数=中位数=0, sum = 0, $\min + \max = 0$
- 乘积性质 (倍数)
- **从负到正的连续整数会过 0, 对称/乘积=0**
- 连续整数乘积的话只要有一个是 0 那么整体就是 0 了, 所以如果乘积不是 0, **就代表里面一个 0 都没有 所以肯定是要不就是全正数, 要不就是全部负数!**

科学计数法

- 0.xxxx 小数点后有几位 那么就是 - 几次方

常用的关于整数的性质

- 人数一定是整数 (未知数取整考点)
- 所有有理数 (有限小数/无限循环小数) 都可以写成整数/整数 即分数的形式
- 整数/整数一定是有理数 either 是整数 or 分数
- 整数的平方也一定是整数 (**但是整数的开方不一定是整数! 除非这个整数是完全平方数**)
- 但是如果已知一个数的平方是整数 不代表这个数就是整数! 和上面的性质同理!

百分数

- 找到分母分子是核心 分母: 去 of 后面找分母/greater/smaller than, than 之后是分母
- 看好是 of 什么 是总数还是具体的某个分支
- 常和双纬度/集合一起考 但是不管是什么都要先看好是问什么再判断是不是需要用这两个方法

- 很喜欢考的 问某一个具体分支里面的小分支占比 -> 确定好分母很重要
 - 这也是常考的一种 percentage/ratio -> 让你求的就是在 A 不在 B 的那部分的总数 然后再问你这部分在整个 A 中占多少比重
- 设未知数
 - 设 x% 那么计算要带入 $x/100$ 算!

***比较大小

注意比较大小一定是得出 **strictly positive/negative 的情况才行 $\geq 0/\geq 1$ 这种都不行 都要选不确定**

- 求差
- 求比
 - 注意在进行求比的时候 一定要**先判断好是否分子分母都是正数** 如果是的话只需要比较 >1 or <1 但是如果都是负数的话 结果要倒过来! 所以如果没有办法确定分子分母的 sign 情况的话 应该选择不确定 (D)
- 倒数考点 (x vs $1/x$)
 - 直接确定取值范围
 - 两个端点分别取趋近值
 - 代特殊值
- 增减量
 - 观察两个式子 如果明显有共同的部分 -> 可能是要运用观察增量和减量的方法
- 平方差公式/完全平方和/差 (考虑正负/0)
 - 有的需要等式两边同时平方/开方等等
 - 别忘了 $1/x + x +/- 2$ 这种特殊的式子
- 小数比较大小
 - 科学计数法
 - 循环小数/分数转换
 - 平方差公式
 - **小数*小数越来越小 (小数的高次方越来越小)**
 - (遇到一个数的高次方 一定要考虑该底数可能是 <1 的数字)
- 根式/指数式(根式: 根号下 ≥ 0 , 开根号之后也是 ≥ 0)
 - 做比! 首选方法!
 - 根式有理化 (平方差公式)
 - 指数可以提取底/提取幂
 - 指数函数性质
 - 底数 >1 是 increasing
 - 底数 <1 是 decreasing
 - 一个正数的负次方一定还是正数
- 直接特殊值代数法
 - 适用于明显两个比较的式子特别的复杂 含复杂计算的

- 含绝对值（考虑正负）
- 常见的特殊值： ± 1 ; ± 2 ; 0, $\pm \infty$
- 常出现的式子 e.g. xy and $x+y$ 同时出现
 - 均值不等式（不要看到均值不等式的式子就过于激动！）
 - $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy}$ （常常出现比较 $x+y$ vs. xy ）

混合溶液/糖水不等式实际运用

- 糖水问题的前提很重要 一定要确定好 $a < b$ 和 $a > b$ 的情况
-

浓度问题

- 注意对于浓度的表达
 - A makes up $x\%$ of B: B 溶液当中溶质 A 所占比重（浓度）是 $x\%$
 - What percent of B is A/Solution B is how many % A: 就是问 A 在 B 中的浓度是%多少
- 我们所说的浓度 其实就是对于某溶液中的溶质在整个溶液中所占比重的描述

握手问题

- ➔ = **总净握手次数!** 一定是关于 total/they/them 这种词出现才是握手问题
- ➔ 总净握手次数 = (总握手人数(总人数)*每个人需要握手的**次数**)/2 (**注意是每个人需要握手的次数不是人数 因为有可能不只每个人和另外的人握手一次**)
 - 比如一场比赛要进行 5 rounds -> 每个人和另一个人握手要握手 5 次
- ➔ 凡是出现 'each' 都不是握手问题!
- 确定好每个人要和几个人握手!
 - 有明确说明**每个人要和几个人握手**
 - 如果是两两握手/两两打比赛 那么如果有 n 个人, 那么每个人要和剩下的 $n-1$ 都要握手
- 确定好每个人要和那几个人握手几次
 - 默认一般是 1 次 但是还是看好
- **握手问题基本都可以转换成组合问题**

握手问题需要关注的几个重要的关键词/关键信息:

- 1) **通常题目会是玩游戏/或者说握手 但是还是玩游戏的居多**

2) 如果是玩游戏

- 总共有几个人在玩
- 游戏规则是怎么样的：比如每个人和几个人玩？（对于每个人来说）；每个人和他所有的对手总共要在某一局里玩多少次？(each people play with the other players 10 times)
- 最后问的数量到底是什么**？关键就在问的到底是 "the number of games/rounds **that all players** play?/total number of games/rounds played" or "number of rounds/games **EACH player/team** played?" -> 看清楚！如果问的是总**净握手 (total number of DIFFERENT...)** 次数那么就是握手问题，**如果只是针对每个人/每一队在数那么就不是握手问题只是单纯的 count 问题（直接针对每个人的情况数就可以了）**

路程问题

- 注意单位问题！一定要小心单位是不是一样
 - 1 小时=60mins
 - 1mins = 60s
 - 1hr = 3600s
- 可能会考单位时间 A 比 B 多走了多少/或者问已知多走了这么多 那么花了多久
 - 题目一般会直接告诉 A 和 B 的平均速度 **可以直接看出来单位时间 A 比 B 多走了多少**
- 平均速度
 - 一定是具体走的路程/具体对应的时间
 - 如果有分开的不同段的路程 总平均速度= 总路程/总时间
- 相遇问题
 - 相遇时间= 路程/速度和
 - 别忘了两者相遇的时候两个人所在位置是同一个位置 那么相对于某一处的距离也是一样的**
- 往返问题/上下问题
 - 别忘了总路程=单段路程*2!!!

圆

- 解析方程
 - 圆上的所有点都满足解析方程
- 涉及到多点距离相等/外心/三点距离相等 ->构造圆
- 多圆问题
 - 连接圆心!!! 一定要连辅助线
 - 经常出现等边/等腰/30°60°三角形 等特殊三角形

- 和平方凑整问题一起考

折纸问题

- 折角 = 原来在水平面的角
 - 补全在水平面的那个角 画出水平线
- 一般是长方形纸条
 - 折叠之后会出现多组平行线 多组相等的角

正态分布/percentile/quartile

- **正态分布的横轴是具体的数值**
- 正态分布下的总面积=1, 面积=概率
 - 中位数/平均数正好平分面积
- Percentile/quartile 都是**用来表示某个数的位置**/也可以表示概率 但是和数值之间没有具体的关系!
- 位置不会发生变化 数值会发生变化!
- 注意观察题目所问的 percentile 是否是特殊位置 (中点->平分面积/三等分点等等)
 - 不同的分布 (但都是 normal distribution) 不同的数值 但是都处在三等分点的位置
->那么这两个不同数值所对应的 percentile 也是相同的
- 总之记住一点 percentile/quartile 就是表示位置的 位置 位置!!!

数据变化影响

- 整个数据同加/同减 -> 平均数/中位数/众数全部同加同减, 极差/标准方差不变! (离散度没有发生变化)
- 整个数据同 \times /同 \div -> 平均数/中位数/众数全部同乘同除, **极差/标准方差同乘同除那个数的绝对值!**
- 问极差 其实只需要知道最大和最小的即可

集合

几个重要的技巧

- 1) 先考虑能不能互斥 如果可以那么马上分别讨论可以互斥和不可互斥的情况和分别对应的图
- 2) 如果题目是问 $A \cap B'$, or $B \cap A'$ 的范围, 那么马上转化成求 $A \cap B$ 的取值范围
- 3) 涉及 $A \cap B$ 的取值范围的问题, 核心点就是考虑两个问题: 能不能互斥? 能不能包含 考来考取就是这两个点

注意: 对于不能互斥的情况, $\min(A \cap B) = A + B - \text{全集}$ (or 总人数)

这个时候由于是极限情况 就是最小最小都必须有交集, 这时候补集=0, 并集=全集 $\rightarrow P(\text{并集})$ 取到最大=1

对于可以互斥的 $P(\text{并集}) \max = P(A) + P(B)$ 也必须要 ≤ 1 !!

- 4) 给了总人数和分别 A 和 B 的元素个数 \rightarrow 即刻可以判断能不能互斥
- 5) 给了总人数 \rightarrow 有明显说是并集还是全集? 如果不清楚 那么这道题很可能就是考范围
- 6) 一般只要给了分别 A 和 B 的元素个数, 那么是可以立刻写出 $A \cap B$ 和 $A \cup B$ 分别最大值和最小值的 (如果判断了互斥和包含的情况)

\rightarrow **集合无序性!!** 如果是选元素 order does not matter!! (考虑 order 就像 $AB = BA$ 吗)

- 所以由于这个无序性的特征, 集合选元素然后组成子集的问题就相当于组合问题, 给定特定的子集个数相当于确定从一堆数中选出几个数
- 集合 N 有 x 个元素 \rightarrow 会有 2^x 个子集 (包括空集和自己)
- 有 $2^x - 1$ 个包含奇数个元素的子集 / 2^{x-1} 个包含偶数个元素的子集
- 求具体的交/并情况先考虑题目所给的条件是否能够求出具体的
 - 如果并没有给足条件 那么就需要考虑范围问题
- **交并补最大值/最小值问题** (这种问题出现讨论的原因就是由于补集的情况不确定)
 - 涉及交集最小值问题一定要考虑好是否能够存在互斥的情况 (两个之和有没有大于全集) (这个在概率问题上面也是一样 判断两者概率和 vs.1 的关系判断是否可以存在互斥)
 - 给的总人数一般是默认是全集 如果有明显说没有补集 那么就是并集
 - 如果并没有说清楚是不是补集/有没有补集 那么这种题目很大可能是要求范围的题目
 - **Both /at most/at least \rightarrow 求交集最大最小值情况**
 - **At least: 至少是多少 \rightarrow 求最小值**
 - **At most: 最多是多少 \rightarrow 求最大值**
- 凡是题目给了 A, B 分别的个数, 而且说了只有总共只存在 A 和 B (没有补集), 问总人数/总个数, 并且还给了交集 \rightarrow 马上用容斥原理!!! 经常会因为是以应用题形式出现就忘记用容斥原理!
- **注意题目如果问的是参加 A 的人数, 不仅包括 only A 的部分, 还包括 $A \cap B$ 的部分! 别忘了**

- 如果集合的情况涉及交集那么经常会出现用 'only' =>就是要减去所有的重叠部分 只剩下唯一的自己的那部分, 和 different 是并集的关键词一样! (问 total different number of people... 就是问一共有多少人, 不要重复部分)
- 题目最常给的条件是给总人数, 一般如果说班级有多少人 那么应该默认是除去重复的, 但是如果说选课人数, 这是不确定是不是有人重复选了课
- 如果给了 average 人数, 还给了个数 (课的个数/活动/club 个数), 应该马上算出 total 人数
- 双交集
 - 全集公式
 - 容斥原理
 - De Morgan's law (neither A nor B 的通常会转换为 $A \cup B$ 的补集来算)
 - 逆向/补集思维 (这个思维在具体的应用题中也是经常用的! 尤其是发现正向算很慢情况很多的时候)
- 三交集
 - 全集公式
 - 容斥原理
 - 核心是看好题目所给关键词!
 - 每个人都必须参加至少一个 -> 没有补集
 - 没有人同时参加三个 -> 三交集=0
 - 两个人上课的人数/两个人参加活动的人数 = 这个通常是双交集的总人数! 不需要再求和了 看清题目所给信息 (所以通常如果问的是两个人的情况, 那么就设双交集总和 = x)
 - At least 2... -> 其实就是在问 2 个+3 个的总的情况 (双交集+三交集部分和)
 - 常考联立容斥原理/全集公式的等式 vs. 双集合之间的不等式判断双集合/单集合/某具体部分的取值范围
 - 有时候还伴随具体带数值方法
- 常见的集合的表述
 - At least one of the two... -> 并集
 - Either A or B or both -> 并集
 - Either A or B -> 容斥原理, 除去交集部分
 - Both A and B -> 交集
 - Only A -> 除去 A 和 B 交集部分的 A
 - All but n: 除了 n 个人之外其他所有人...
 - Total number of 'different' people -> 并集! different 提示要减去重复的人数部分!
 - 注意题目说 3 or 5 的倍数 -> 就是说 3 或者 5 的倍数都有
 - 如果是 3 and 5 的倍数才是两个都是的才可以!!

双纬度

- 看到两个种类 而且每个种类里面还有两个类别
- 横向和纵向的总和都是 100%
- 马上写出所对应的补集 (包括韦恩图也是一样, 能够写出补集马上标出来! 信息总是会有用的!)
- 双纬度指的是有两个种类 然后分别两个种类各占横轴和纵轴, 对于横轴来说是 A 和 A', 纵轴则是 B 和 B'

注意: 关于到底用双纬度还是韦恩图

- 1) 首先题目提到两个种类, 两个种类自己本身里面还有两个种类->双纬度
- 2) 但是也存在简单型双纬度 这种时候可能用韦恩图更加简单

数列

- 找规律题目 一定要试着写多几个才能够发现规律然后写出式子

生活类问题:

- 钟表: 每 12 小时一循环, 时针 (hour hand) 走一大格代表一小时, 分针 (minute hand) 走一小格代表一分钟, 走一大格代表五分钟, 秒针 (second hand) 走一圈代表一分钟
- 切蛋糕/分绳子之类的 注意切的刀数=段数-1
- 这周一到下周一之间隔了 7 天
- 今天中午 12 点到明天中午 12 点隔了 24 小时
- 银行借了钱之后要换的就不只是本金了还有利息! 如果是拆分成每个月还, 那么要用 $\text{total amount} / 12$ 得出每个月要还钱的金额

因子(factor/divisor)/倍数(multiple)/整除:

- 找因子或者因式分解的时候一定先从 1 和它自己本身开始 (总是忘记!!) ! 最先就把这两个写下来才不会漏掉
- A 能被 B 整除->将 A 因式分解 然后看是否包含 B 或者包含是 B 开方的数
- 涉及因式分解和除数/整除的题目一定要小心有没有漏掉情况 因为因式分解里面可以拆除很多个不同的除数!! 一定要考虑分类讨论考虑完善
- 遇上除数本身很大的情况 也可以将除数也先因式分解
- 是否被某个数整除->将那个数因式分解 再和被除数比较
- 2 的倍数和 3 的倍数乘一起会出现 6 的倍数 其他情况也一样
- 一个数能同时被 A 和 B 整除->这个数是 A 和 B 公倍数的倍数

- 公倍数= 最小公倍数的整数倍
- 最小公倍数经常和应用题也一起考（什么时候共同工作/休息等）重点就是分别找到循环周期 然后找到循环周期之间的最小公倍数
- 但是注意看题！ 如果题目明确说了两个人开始的时间是一样的所以保证了一开始的重合 所以后面才可能再重合 但是如果一开始没有说两个人同时开始的话那么是有可能永远不重合的！（所以如果没有说一开始就是同时开始的话 那么两个人重合的次数可能是 0）
- $N \text{ is divisible by } A \Leftrightarrow N \text{ is multiple of } A$

数位

- 数位类的题目一定要看清楚所给的限制条件是最重要的！ 经常会在算的时候忘记了某个限制条件！
- 一定要看清楚题目给的条件是关于哪一个位数的！ 或者题目问的是个位/十位/百位看清楚！
- 凑整的一个很重要的技巧就是要从小到大试数！ 这样才不会漏掉 不要从最先想到或者最常见的考虑

质数

- 经常和奇偶数一起考

科学计数法

- 和指数运算一起考（提取底/提取同幂等）
 - 常见的技巧就是转换成同幂然后合并底（只有乘积可以合并 加减不能！）
- 可能出现估算（尤其是 10^{\wedge} -几次方 负次方越大该数越小 可几乎忽略不计！）
- 凡是出现很大的数 要考虑写成科学计数法可能更加好算 尤其出现很多位数的数 本身数其数位就容易数错 写成科学计数法之后更清楚一些
- 涉及大的数之间的运算 经常会应用科学计数法先进行对数值的估算
- 一个大的数转换成 $a \cdot 10^{\wedge}n$ 之后 a 就是其非零的部分
- 小数点后面有几位那么就是 $\times 10$ 的负几次方
 - E.g. $0.01 = 1 \cdot 10^{\wedge}-2$

不等式

- 经常用到完全平方和/差公式 构建不等式条件
 - E.g. $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$, 已知 $x, y > 0$ or 已知 $x^2 + y^2 = 1$, 可以推出 $(x+y)^2 \geq 1$
 $\rightarrow x+y \geq 1$
- 已知 $x, y > 0 \rightarrow x^2 > 0$ and $y^2 > 0$
- 利用不等式解题在应用题尤其是集合类题目中也经常出现
- 注意进行等式两边同乘同除的时候记得 check 乘/除的那个数是否是正数 否则要变号!

二次函数/抛物线

- 根据 Δ 判断二次函数根的情况:
 - 有两个根的话 \rightarrow 函数有 > 0 也有 < 0 的部分
 - 一个根 \rightarrow 函数 ≥ 0 or ≤ 0 取决于 $a \rightarrow$ 开口方向
 - 0 个根 \rightarrow 函数 > 0 or < 0 取决于 $a \rightarrow$ 开口方向
- 如果一个抛物线只给了图没有给具体的表达式, 重点需要看的点:
 - 开口方向 \rightarrow 确定 a 的 sign
 - Y 轴交点 \rightarrow 确定 c 的 sign
 - 还可以看对称轴 $x = -b/2a \rightarrow$ 结合开口方向可以确定 b 的 sign

除数/被除数/余数

- 被除数可以小于除数 \rightarrow 这个时候商 = 0, 余数 = 被除数本身
- 商是可以 = 0 的! 所以一定要首先考虑这个情况
- 注意除数是不能为 0 的!
- 余数必须小于除数!
- 有的题目除了列出等式之外还需要代入具体的数值进行举例验算才能得出余数的可能值 一般这种题目都是多选题 那种可以具体算出唯一的余数的题目是不需要代数的!
- 求余数的题目通常的做法就是通过给出的余数被除数的条件列出等式
 - 一些特殊的情况 需要结合 **奇偶数性质** (设商为 $2k$ or $2k+1$ 等)
 - 不需要列出等式 是属于特殊的数字和特殊的除数情况可以运用 **余数循环规律**: 当被除数是以高次幂的形式出现的时候 要考的考点就应该是 **考虑其余数的循环规律**
- 复杂的被除数或者没有特别已知规律或者被除数本身是很大的数 \rightarrow 试图将被除数 rewrite as form in terms of the 除数 建立和除数的关系

概率/排列组合

NOTE: 所有求的概率/并集/交集概率 都必须满足 ≤ 1 的条件!

- 大部分的概率题目都可以使用古典概率公式算出来 = 具体事件所有可能性个数/总可能性事件个数
 - 一般对于具体事件会有具体的限制条件 -> 转换排列组合问题
- 概率如果连续且独立 -> 可以直接将概率乘起来求总事件概率
 - 绿红绿, win loss win 等例子可以分别将 lv/hong 概率算出来然后乘起来
- 对立事件: 非黑即白 没有中间情况 不存在补集 -> $p(\text{黑}) + p(\text{白}) = 1$
 - 或者说 'no tie'
- 对于明显题目所求的事件是分步骤的而且是互相独立的 -> 那么直接用独立时间概率求法
- 注意排列和组合也好的前提都是 without replacement 都是不放回的情况! 所以对于题目明确说了可以放回 那么就不能使用排列组合!
- 看到明显的对于并集/交集的概率问法马上写下来
 - Odd and one side is 5 (交集)
 - Odd or one side is 5 (并集)
- 算概率最有可能掉的陷阱就是漏了情况!! 一定考虑并集情况有没有漏掉!!
 - 5 pairs of different colors socks 每一 pair 的颜色是一样的, 具体事件是: 选中的两个袜子是同色系的 -> 这会有 5 种情况不是只有一种啊啊! 对于每一对所对应的颜色都有可能正好选中一对
 - 类似的还有拼数字 (e.g. 扔两个骰子, $\text{sum} = 10$, 有多种可能)
- 出现 at least -> 用逆向思维!! 求补集!
- 注意求条件概率的补集是要保证 conditional 的部分是要一样的!!! 总是记错!!
 - $P(A'|B) = 1 - P(A|B)$
- 注意 对于条件概率题目 一定要搞清楚题目最后问的概率到底是条件概率还是交集概率! 如果是交集概率则需要再乘一步 要搞清楚!
 - 但是一般都是最后求的是交集!!
 - 由于我知道概率公式所以会出现很简单的情況 不要怀疑自己的理解!!
- 对于不管是 $P(A|B)$ 还是 $P(B|A)$ -> 都可以得到 $P(A \cap B)$
- 概率中的容斥原理
 - 一样的逻辑 只要看到分别给了 A 和 B 的概率 -> 马上 check 能否互斥
 - 一般并集的取值情况和交集的取值情况是互相对应的
- 排列组合
 - 特殊元素的话 -> 先安排它!
 - 常见的有: 先选一种颜色/先选定一个位置
 - 捆绑法记得要内部排序
 - 密西西比要除掉所有重复元素的阶乘
 - 挡板法 (特殊方法)
 - 核心就是要考虑清楚到底 order 是否 matter!

- 对于组合来说: ABC 不同元素是 take care 的 但是如果有两个 A 那么 AABC 和 AABC 就是一样的 这时候应该要密西西比法则除掉
- 排委员会如果只是单独选人 那么顺序不重要, 但是如果有职位之分的话 那么顺序 matters
- 出现 at most 几种 e.g. at least 2 times -> 分类讨论: 1 次 + 2 次
- 如果题目明确说了 A 和 B 不能在一起 -> 如果 order 是 matter 的话 那么所有都先默认是全排 然后再减掉不能在一起的所有情况

立体图形/平面图形

- 体对角线 = $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$
- 构建直角三角形/特殊直角三角形
 - 尤其是矩形中
 - 有不知道的边 马上设未知数 尽管不知道的边很多也可以设!
- 如果三边正好满足勾股定理的话就可以直接确定肯定是直角三角形
- 相邻的多边形的内角和相差 180°
- 正多边形的很多关键解题点就是先找到几何体的中心 然后分别连接各个顶点 这个时候由于是正多边形 每一个被分出来的角是相等的 -> 然后会出现很多的等腰/等边或者其他特殊的三角形!
 - E.g. 正六边形常考的性质 过几何中心能够正好分成 6 个正三角形
 - 正八边形连接竖直的对角线会出现直角三角形/由于每个内角是 135° 所以还能构建出来等边直角三角形
- 相似多边形也满足所有相似三角形的性质
- 注意描述: 边内/边上/边外
- Leg 可以 either 是腰 or 直角边
- 圆内直角三角形面积最大
- 钝角三角形: $a^2 + b^2 < c^2$
- 锐角三角形: $a^2 + b^2 > c^2$
- 出现类似 "到各个边距离相等"
 - 构建圆
 - 画中垂线 找到外心 连接外接圆
- 相似三角形: 边比 = 周长比 = 高比
 - 判定: (AA/SAS 两边对应成比例, 夹角相等/SSS 三边对应成比例)
- 菱形: 四条边相等, 对角线垂直平分, 面积 = 对角线乘积/2
- 正方形/矩形: 对角线相互平分且相等 (正方形的对角线还垂直)
- 直角三角形全等: HL (直角边+斜边)
- 拼图形类题目
 - 对于平面图形: 拼的 element 的个数 = 该平面图形的面积

- 对于立体图形：拼的 element 的个数= 该立体图形的体积
- 对于找圆周角一定要看仔细题目给的描述 我经常会被描述给弄晕
- 注意 同一个弦所对应的圆周角有两个！
 - 同圆/等圆中等弦所对应的圆周角 either 相等 or 互补！
- 同弧所对应的圆周角= 圆心角的一半 不要忘记了！
- 半圆！或者是扇形！拜托拜托求面积的时候千万不要忘了要/2 or /4!!!!
- 注意！半圆和扇形（sector）求周长的时候除了弧度那部分用圆周长/2 or /4 还要加上半径或者直径的部分！！不要忘了
 - 扇形要加上两个半径的部分
 - 半圆要加上直径的部分！！
- 算弧度只能够用圆心角算！圆周角不能算！
- 圆内内切三角形->等腰直角三角形时面积和周长达到最大值！
- 多圆相交的核心辅助线就是连接圆心！构建特殊三角形！
- 关于圆与圆之间的关系：
 - 相离/内含/相交/内切/外切
 - 只有相交，内切，外切的时候才会有交点！
- 球内内接正方体，正方体的体对角线为球的直径