

Тема 3

Підвищення узгодженості експертних оцінок парних порівнянь

Причини неузгодженості МПП

- шкала, в якій виконується оцінювання (шкала 1-9)
- неповнота знань експерта
- випадкові помилки та суб'єктивні фактори

Неузгодженість внаслідок шкали, в якій виконується оцінювання

$$(0.45, 0.25, 0.10, 0.20) = w^{real}$$

$$D^* = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 & 3 & 1 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$CR(D^*) = 0.006 \neq 0$$

$$w^* = w^{EM}(D^*) = (0.455, 0.238, 0.092, 0.215)$$

$$Cheb(w^*, w^{real}) = 0.015$$

$$E(w^*, w^{real}) = 0.021$$

$$\left(\frac{w_i^{real}}{w_j^{real}} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 1.8 & 4.5 & 2.25 \\ & 1 & 2.5 & 1.25 \\ & & 1 & 0.5 \\ & & & 1 \end{pmatrix}$$

$$D^4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 2 \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$w^4 = (0.444 \quad 0.222 \quad 0.111 \quad 0.222)$$

$$Cheb(w^4, w^{real}) = 0.075$$

$$E(w^4, w^{real}) = 0.094$$

Підвищення узгодженості МПП

- організація зворотного зв'язку з експертом
 - для перегляду повертаються вся неузгоджена МПП або найбільш неузгоджені її елементи /викиди
- коригування МПП без участі експерта

Слабо узгоджені МПП

$D = \{(d_{ij}) \mid i, j = 1, \dots, n\}$ – мультиплікативна МПП

МПП D наз. *узгодженою*, якщо $d_{ij} = d_{ik} d_{kj}$, $\forall i, j, k$

МПП D наз. *слабо узгодженою*, якщо

$$(d_{ij} > 1) \wedge (d_{jk} > 1) \Rightarrow (d_{ik} > 1)$$

$$(d_{ij} = 1) \wedge (d_{jk} > 1) \Rightarrow (d_{ik} > 1)$$

$$(d_{ki} > 1) \wedge (d_{ij} = 1) \Rightarrow (d_{kj} > 1)$$

$$(d_{ij} = 1) \wedge (d_{jk} = 1) \Rightarrow (d_{ik} = 1)$$

МПП – узгоджена \Rightarrow МПП – слабо узгоджена

Поняття циклу в МПП

МПП D наз. *слабо неузгодженою*, якщо існує (i, j, k) :

$$(d_{ij} > 1) \wedge (d_{jk} > 1) \wedge (d_{ik} < 1)$$

$$(d_{ij} = 1) \wedge (d_{jk} > 1) \wedge (d_{ik} \leq 1)$$

$$(d_{ki} > 1) \wedge (d_{ij} = 1) \wedge (d_{kj} \leq 1)$$

$$(d_{ij} = 1) \wedge (d_{jk} = 1) \wedge (d_{ik} \neq 1)$$

Ця трійка індексів (i, j, k) визначає *цикл* в МПП.

Приклад

Приклад

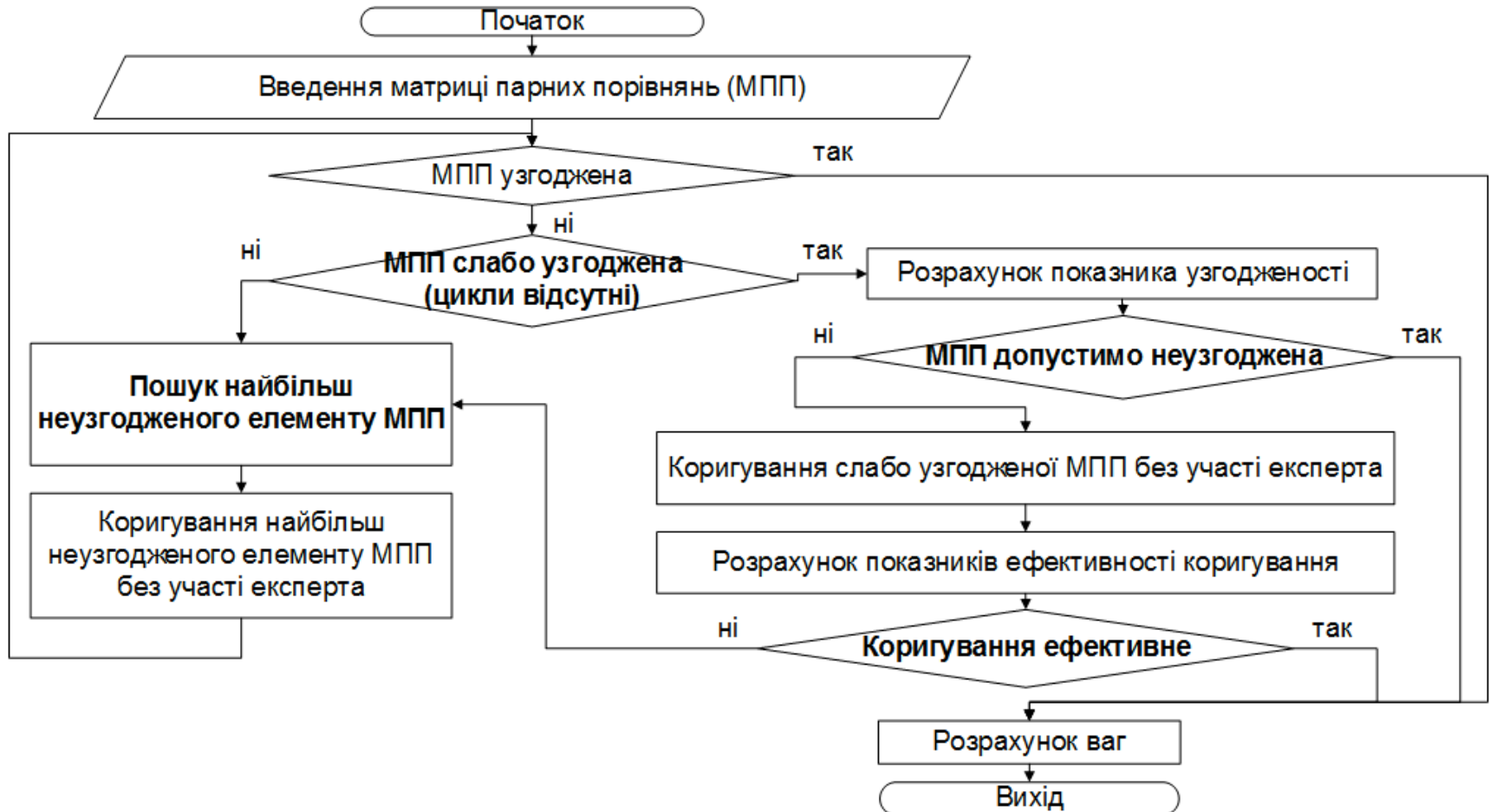
$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \frac{1}{5} & 1 \\ & 1 & 3 & \frac{1}{4} \\ & & 1 & \frac{1}{6} \\ & & & 1 \end{pmatrix}$$

$$CR \gg CR^*$$

$$D^{corrected} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 1 \\ & 1 & 3 & \frac{1}{4} \\ & & 1 & \frac{1}{6} \\ & & & 1 \end{pmatrix}$$

$$CR = 0.024 < CR^*$$

Метод оцінювання і підвищення узгодженості експертних оцінок



3.1.Методи пошуку найбільш неузгоджених елементів в МПП

Метод CI

Укорочена МПП D_i – отримана з МПП D
виключенням i -го рядка (стовпчика)

1) CI_i – індекс узгодженості D_i

2) $i^* : \min_i \{CI_i\}$ $j^* : \min_{i, i \neq i^*} \{CI_i\}$

$d_{i^*j^*}$ – найбільш неузгоджений

Метод Corr

1) $M(R_i^r)$ - вибіркова середня коеф-тів кореляції між i -м та всіма іншими рядками МПП D

2) $M(R_j^c)$ - вибіркова середня коеф-тів кореляції між j -м та всіма іншими стовпчиками МПП D

3) $i^* : \min_i \{M(R_i^r)\}$ $j^* : \min_j \{M(R_j^c)\}$

$d_{i^*j^*}$ – найбільш неузгоджений

Метод не працює коли розмірність МПП є малою.

Коефіцієнт кореляції

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad - \text{вибіркова середня}$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad - \text{вибіркова дисперсія}$$

$$r_{xy} = \frac{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sigma_y \sigma_x} \quad - \text{коефіцієнт кореляції}$$

Приклад

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & \frac{1}{7} & 6 \\ \frac{1}{5} & 1 & \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 3 & 1 & 6 & 3 \\ 7 & 1 & \frac{1}{6} & 1 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{6} & 3 & \frac{1}{3} & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$CI=0.936 \quad CR=0.843$$

Метод 1

При виключенні альтернатив:

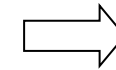
першої $CI=0.039$

другої $CI=1.320$

третьої $CI=1.043$

четвертої $CI=0.072$

п'ятої $CI=1.026$.



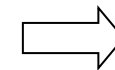
$d_{1,4}$

найбільш
неузгоджений

Метод 2

$$M(R_i^r) = (-0.182 \quad 0.319 \quad 0.245 \quad -0.456 \quad 0.350)$$

$$M(R_j^c) = (-0.344 \quad 0.349 \quad 0.332 \quad -0.151 \quad 0.383)$$



$d_{4,1}$

найбільш
неузгоджений

Метод, що використовує критерій Хі-квадрат

$$C = \{(c_{ij} = \frac{w_i}{w_j}) \mid i, j = 1, \dots, n\} \quad - \text{теоретична МПП}$$

$$Cw = nw$$

$$w = (w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_n)^T$$

$$C^T v = nv$$

$$v^T = (w_1^{-1} \quad w_2^{-1} \quad \dots \quad w_n^{-1})$$

$$C = wv^T$$

$$c_{ij} = w_i v_j = \frac{\left(w_i \sum_{j=1}^n v_j \right) \left(v_j \sum_{i=1}^n w_i \right)}{\left(\sum_{i=1}^n w_i \sum_{j=1}^n v_j \right)}$$

випадкова таблиця

Метод, що використовує критерій Хі-квадрат

$$D = \left\{ \left(d_{ij} \right) \mid i, j = 1, \dots, n \right\} \quad - \text{емпірична МПП}$$

$$t_{ij} = \frac{\left(\sum_{k=1}^n d_{ik} \right) \left(\sum_{l=1}^n d_{lj} \right)}{\left(\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n d_{kl} \right)}$$

випадкова таблиця

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\left(d_{ij} - t_{ij} \right)^2}{t_{ij}}$$

критерій згоди Пірсона
(Хі-квадрат)

Якщо емпірична МПП D – узгоджена, то $\chi^2 = 0$.

Метод, що використовує критерій Хі-квадрат: алгоритм

$$1) \Delta_{ij} = \frac{(d_{ij} - t_{ij})^2}{t_{ij}}$$

2) Вибіркові середня і дисперсія для Δ_{ij} ,
довірчий інтервал для Δ_{ij}

$$M(\Delta) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta_{ij}$$

$$\left[M(\Delta) - \sqrt{Var(\Delta)}, \quad M(\Delta) + \sqrt{Var(\Delta)} \right]$$

$$Var(\Delta) = \frac{1}{n^2 - 1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\Delta_{ij} - M(\Delta))^2$$

3) $\Delta_{i^* j^*}$ за межами довірчого інтервалу

$d_{i^* j^*}$ – найбільш неузгоджений

Метод Transitive

1) Побудова множини транзитивностей $\Gamma = \{\Gamma_u\} \quad u = 1, \dots, NT$

$$\Gamma_u = \{d_{ij}, d_{jk}, d_{ik}\} \quad \begin{matrix} i, j, k = 1, \dots, n \\ i < j < k \end{matrix} \quad NT = \frac{n!}{(n-3)!3!} \quad n \geq 3$$

Обчислення значень визначників цих транзитивностей

$$\det(\Gamma_u) = \frac{d_{ij}d_{jk}}{d_{ik}} + \frac{d_{ik}}{d_{ij}d_{jk}} - 2 \quad Det = \{\det(\Gamma_u)\}$$

2) Для кожної пари (i, j) розраховуються

$$S_{i,j} = \sum_{k=1}^n \left(\frac{d_{ij}d_{jk}}{d_{ik}} + \frac{d_{ik}}{d_{ij}d_{jk}} - 2 \right)$$

3) $(i^*, j^*) : \max_{i,j} S_{i,j}$

$d_{i^*j^*}$ – найбільш неузгоджений

Метод M_OutFlow

1. Для кожної альтернативи a_i обчислюються:

вихідний потік Φ_i^+ - кількість альтернатив a_j , таких що $d_{ij} > 1$

вхідний потік Φ_i^- - кількість альтернатив a_j , таких що $d_{ji} > 1$

2. Найбільш неузгодженим є елемент $d_{i^*j^*}$

$$d_{i^*j^*} : \max_{i,j} (\max(\Phi_j^+ - \Phi_i^+, \Phi_i^- - \Phi_j^-)) \quad d_{i,j} > 1$$

Якщо останній умові задовольняють декілька елементів, то розраховують

$$\max \gamma_{ij} = \frac{1}{n-2} \sum_{k=1}^n (\ln d_{i,j} - \ln(d_{i,k} d_{k,j})) \quad k \neq i \neq j$$