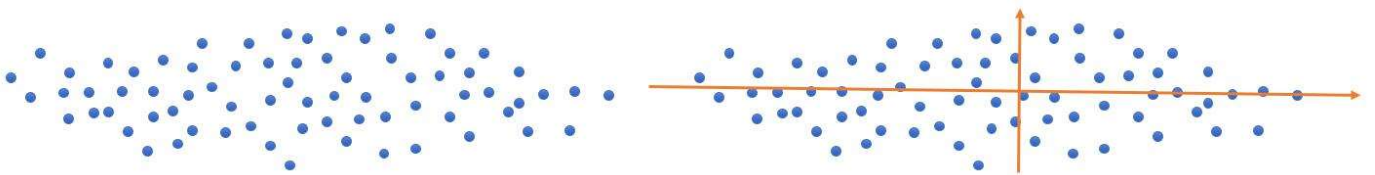


PCA

PCA简介

如图所示，这是一个二维点云，我们想找出方差最大的方向，如右图所示，这个最大方向的计算，就是PCA做的事情。在高维情况下，PCA不光可以计算出最大方差方向，还可以计算第二大，第三大方向等。



PCA(Principal Components Analysis)，中文名也叫主成分分析。它可以按照方差大小，计算出相互正交的方向，这些方向也叫主方向。它常用于对高维数据进行降维，也就是把高维数据投影到方差大的几个主方向上，方便数据分析。

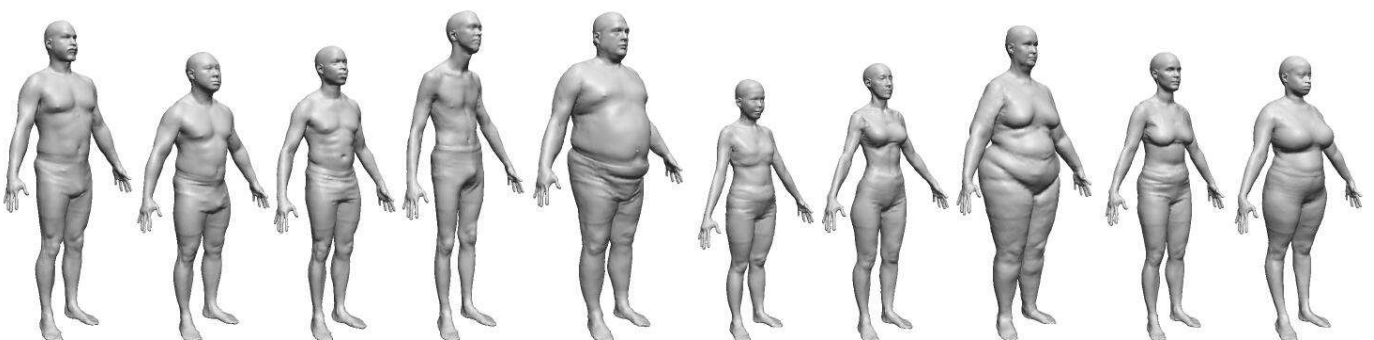
PCA的计算很简单：

- 第一步计算数据的协方差矩阵： $Cov = \sum (D_i - C) \times (D_i - C)$ ，其中 D_i 是第 i 个数据， C 是数据的平均值
- 然后计算协方差矩阵的特征值和特征向量，特征向量就是主方向，按照特征值的大小，从大到小依次排列

下面介绍PCA的一些应用。

三维人体模型参数化

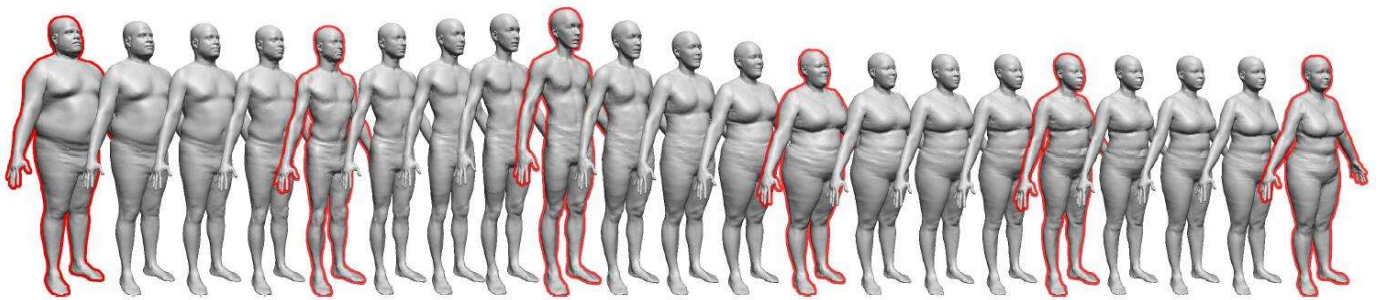
如图是一些拟合好的三维人体模型。它是通过扫描了几千个人体，然后用人体模板网格去拟合这些扫描数据得到的。这些拟合后的人体网格，有相同的网格拓扑结构。



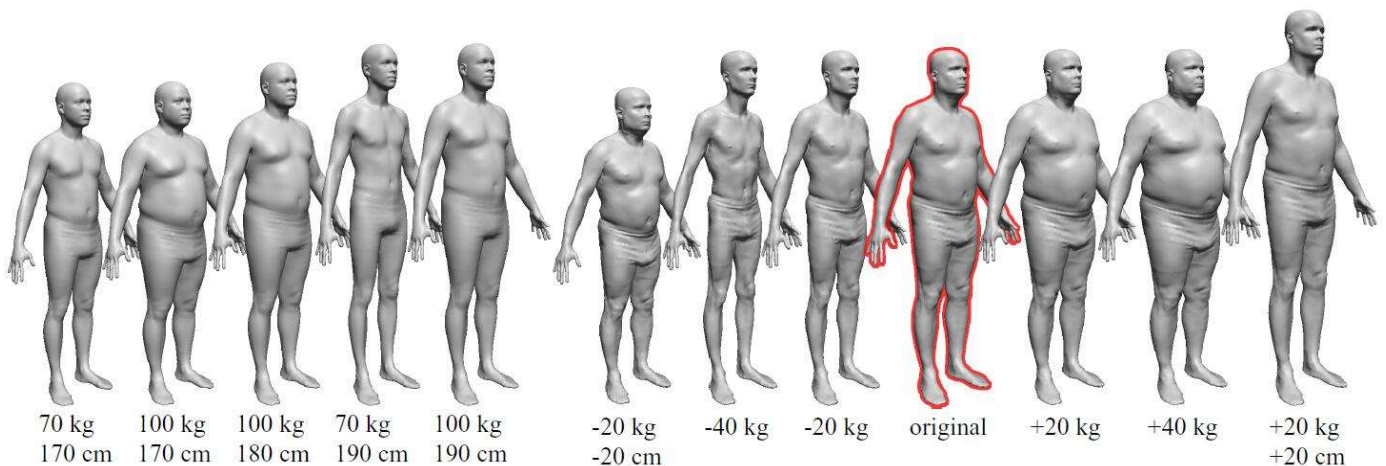
假设人体网格有 N 个顶点，则一个人体的几何可以由 $3N$ 个浮点数来表示，记这个向量为 S_i 。

如果有 K 个人体数据，记 $\{S_i\}$ 的平均向量为 ES ， $U_i = S_i - ES$ ，那么 $\{U_i\}$ 刻画了这 K 个人体几何的变化量。

这个一个高维向量，我们可以用PCA对 $\{U_i\}$ 进行降维，比如降到 k 维。设PCA的主方向为 D_1, D_2, \dots, D_k ，那么人体几何 $S = ES + W_1 * D_1 + W_2 * D_2 + \dots + W_k * D_k$ ，可以用一组权重 $W = \{W_1, W_2, \dots, W_k\}$ 来表示人体几何。通过设置 W 可以合成新的人体几何，如图所示，红色的人体是合成的数据，红色之间的人体是相邻人体的顶点线性插值得到的。



W 的设置并不直观，我们常见的人体参数有身高，体重，三维等。设这些有意义的参数为 $C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ 。我们可以用这些人数据拟合一个 C 到 W 的线性映射 M ，记为 $MC = W$ 。如下左图所示，这是人体是通过身高，体重参数设置得到的。因为这个参数映射是线性的，我们也可以对已有的人体进行参数编辑。比如设已有的人体参数为 W ，我们想给他一个 ΔC 参数变化，比如身高变化，体重变化等，记为 ΔC ，则 $\Delta W = M\Delta C$ ，那么变化后的人体参数为 $W + \Delta W$ 。如下右图所示，中间红色的人体是原始几何，其它的是编辑了身高体重后的人体几何。



这个人体参数化的方法，源自一篇2003年的Siggraph论文《The space of human body shapes: reconstruction and parameterization from range scans》。这个方法是三维人体参数化的一个开始，它很简单直观，也存在不少问题。以后有机会，我们再介绍一些前沿的人体参数化的方法。

PCA讨论

- PCA是一种线性的降维方法，计算简单直观。
 - 因为其线性的性质，遇到一些严重非线性的情况时，会出现一些问题。
 - PCA抗噪性不强
-

GeometryHub(几何空间)

沪ICP备18009089号 (<http://www.beian.miit.gov.cn>)