Signal Processing

Panwit Tuwanut

1. สัญญาณ (Signal)

What is Signal?

- It is representation of physical quantity (Sound, temperature, intensity, Pressure, etc..,) which varies with respect to time or space or independent or dependent variable. (คือ ปริมาณทางกายภาพ)

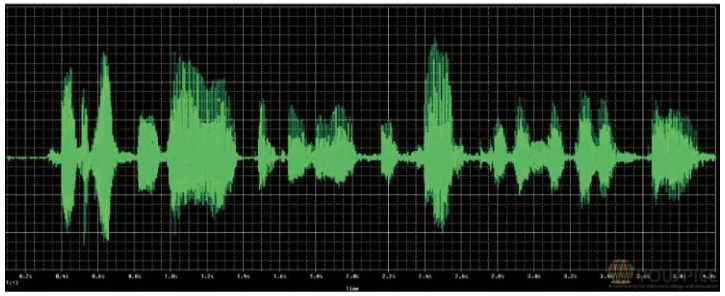
- Signals are represented mathematically as functions of one or more independent variables.
  - For example, a speech signal can be represented mathematically by acoustic pressure as a function of time, and a picture can be represented by brightness as a function of two spatial variables.

1. สัญญาณ (Signal)

- A signal is a function of independent variable that carries information.
- Physical quantity that varies with time, space or any other independent variable.

One –Dimensional Signal

Depends on single variable e.g. Speech signal

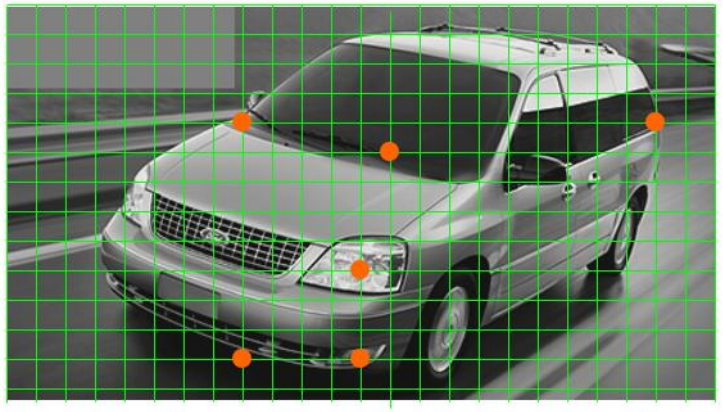


Multidimensional Signals

Depends on two or more variables

Two –Dimensional Signal e.g. image `I(x,y)`

Three –Dimensional Signal e.g. video `v(x,y,t)`



1. สัญญาณ (Signal)

- **สัญญาณ** คือ การแปรรูปของ พลังงานที่ทั้งมองเห็นและมองไม่เห็น ได้ยินและไม่ได้ยิน สัมผัสได้และสัมผัสไม่ได้ ให้เป็น ปริมาณทางไฟฟ้า
  - เช่น สัญญาณเรดาร์เสียงพูด เสียงเพลง เสียงปลาวาฬ อินฟราเรด คลื่นสัญญาณโทรศัพท์ คลื่นสึนามิ สัญญาณมือของจราจร กลิ่นไวน์ แรงกระแทก และ อื่นๆ อีกมากมาย...

- **สัญญาณ** คือ ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แสดงปริมาณทางกายภาพ
  - เช่น สัญญาณเสียง สัญญาณภาพ สัญญาณคลื่นหัวใจ

1. สัญญาณ (Signal)

- **สัญญาณ ในความหมายไม่เฉพาะเจาะจง** หมายถึง ปริมาณทางกายภาพ

เช่น อุณหภูมิความดัน ความเข้มแสง ค่าศักดาไฟฟ้า กระแสไฟฟ้า พลังงานจลน์และ พลังงานศักย์
ปริมาณเหล่านี้มีความสัมพันธ์กับเวลา

- **สัญญาณ ในความหมายเฉพาะ หมายถึง** ปริมาณทางกายภาพที่สัมพันธ์กับระบบใดระบบหนึ่ง

เช่น ในระบบไฟฟ้า ก็หมายถึงค่าศักดาไฟฟ้าหรือกระแสไฟฟ้าที่มีความสัมพันธ์กับเวลา

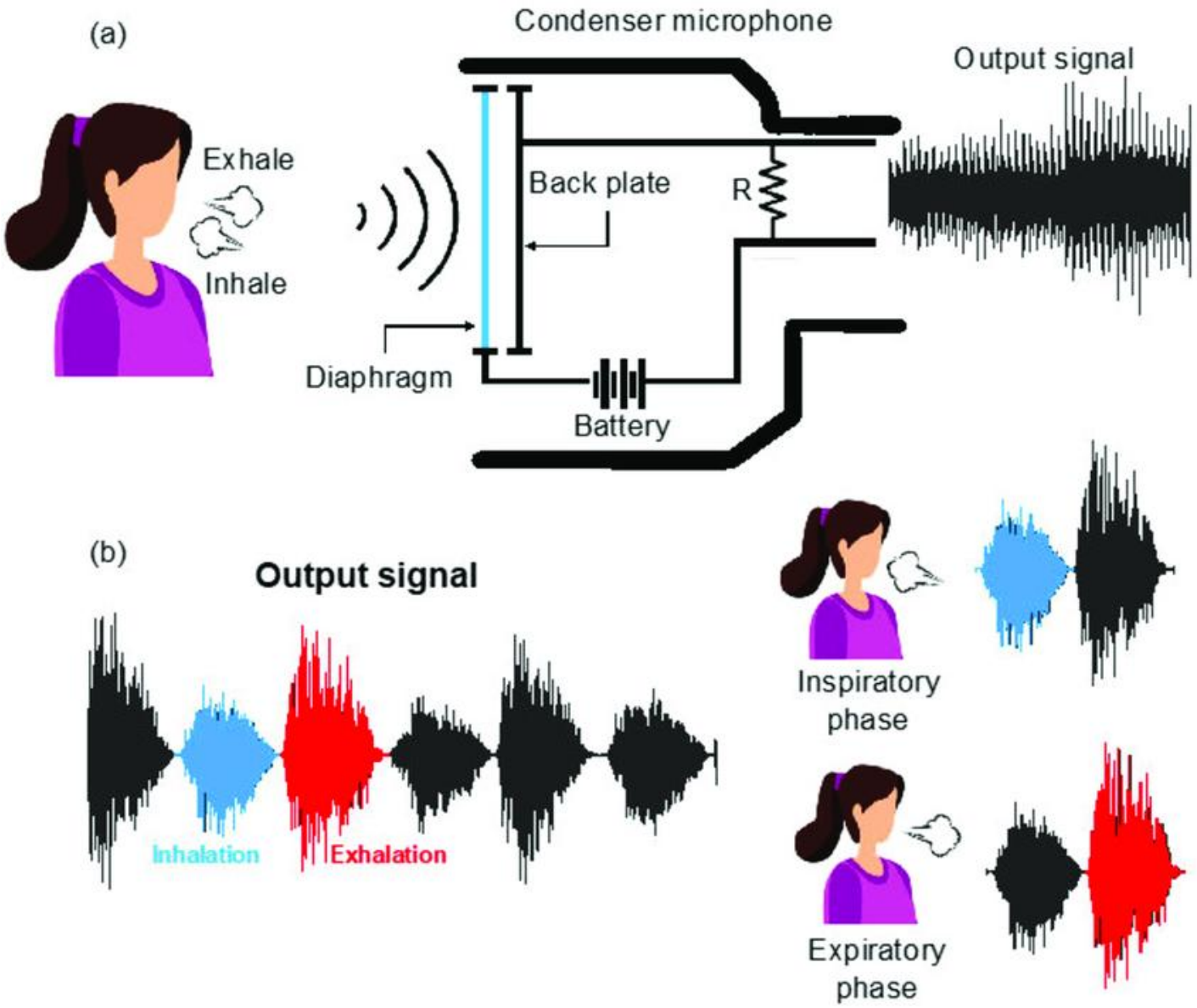
แต่อย่างไรก็ตามพบว่า

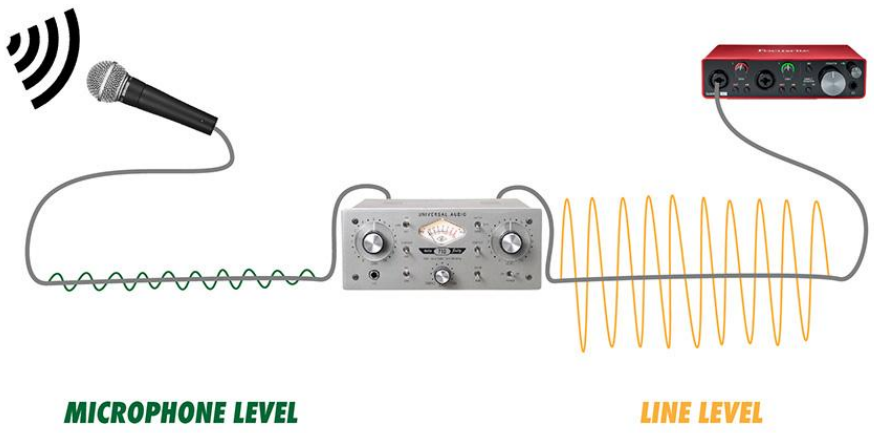
สัญญาณส่วนใหญ่ของระบบหลายๆ ระบบมักจะถูกแปลงให้อยู่ในรูปของสัญญาณไฟฟ้า

แบบเชิงเส้นด้วยอุปกรณ์รับรู้ (sensor) เพื่อวัตถุประสงค์ในการประมวลผล และการแสดงผลสัญญาณ

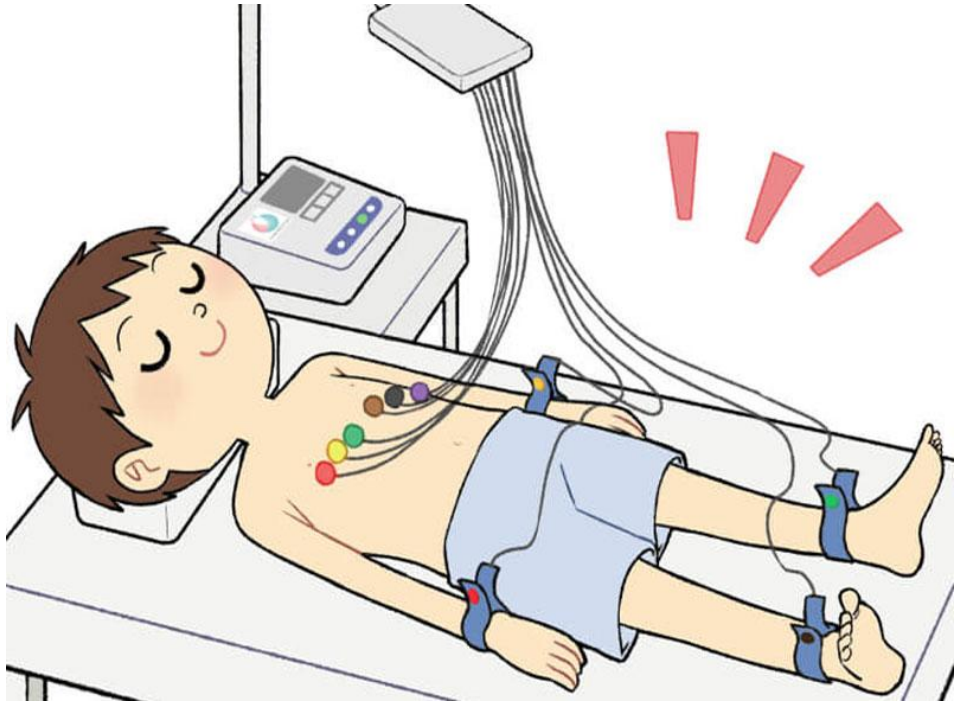
ดังนั้นเมื่อกล่าวถึง สัญญาณ เรามักจะนึกว่าเป็นสัญญาณของระบบทางไฟฟ้าแต่เพียงอย่างเดียว

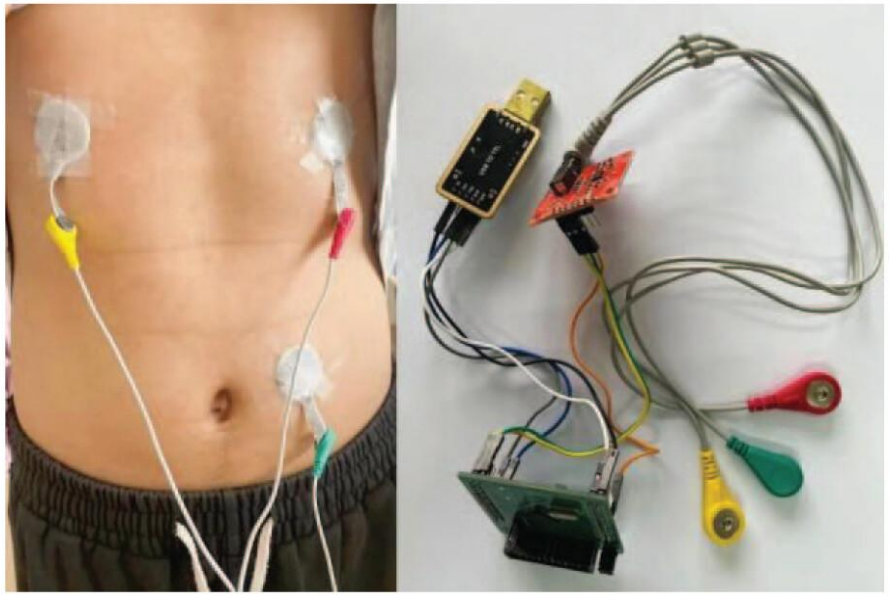
Speech Signal

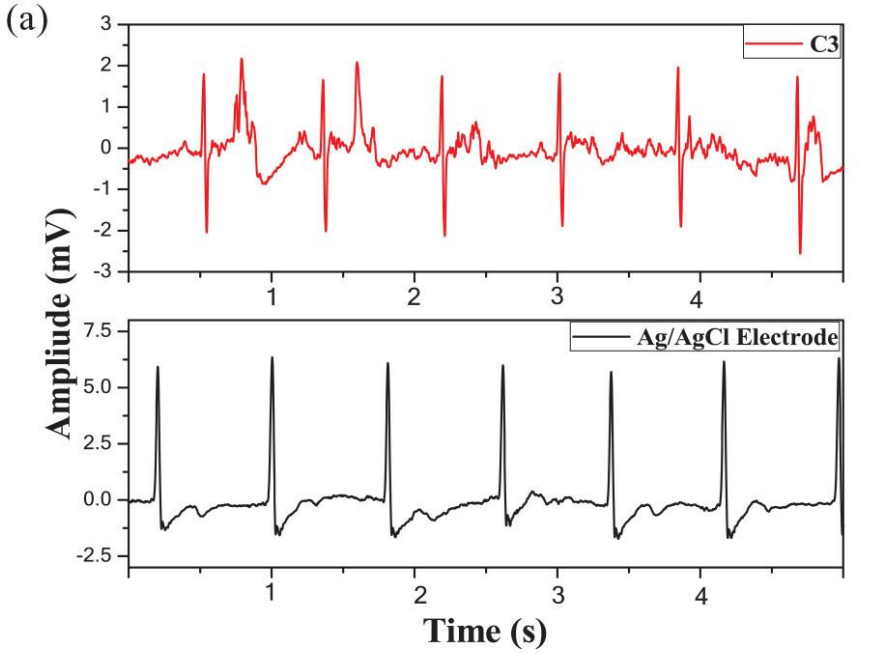


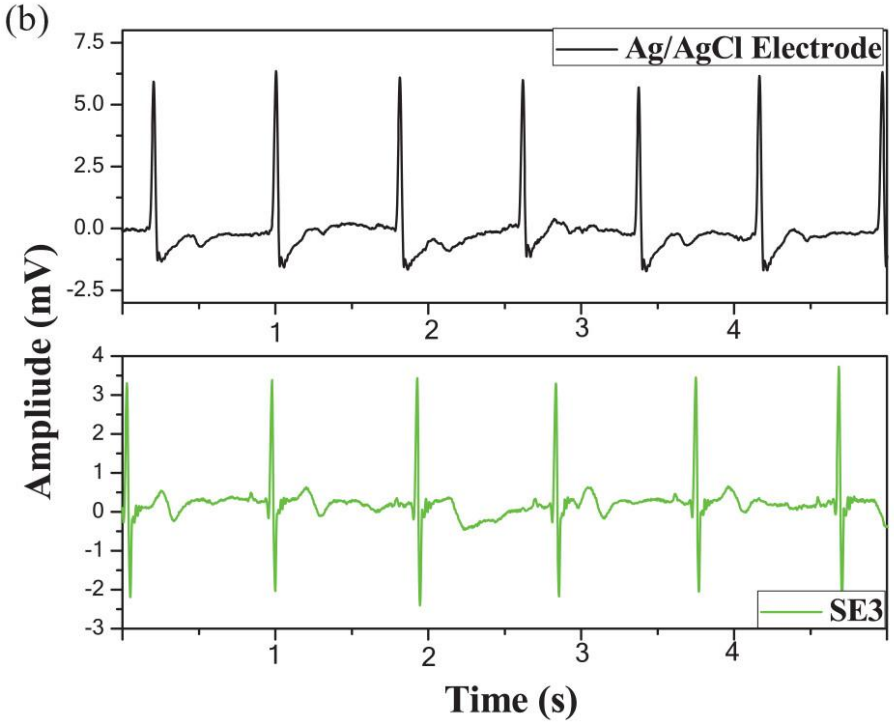


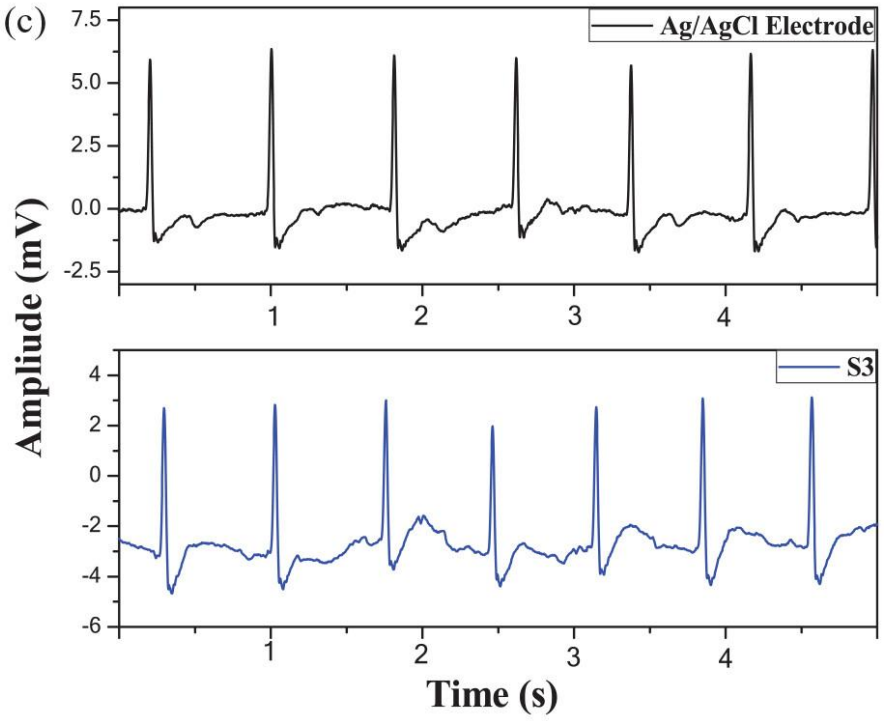
ECG Signal

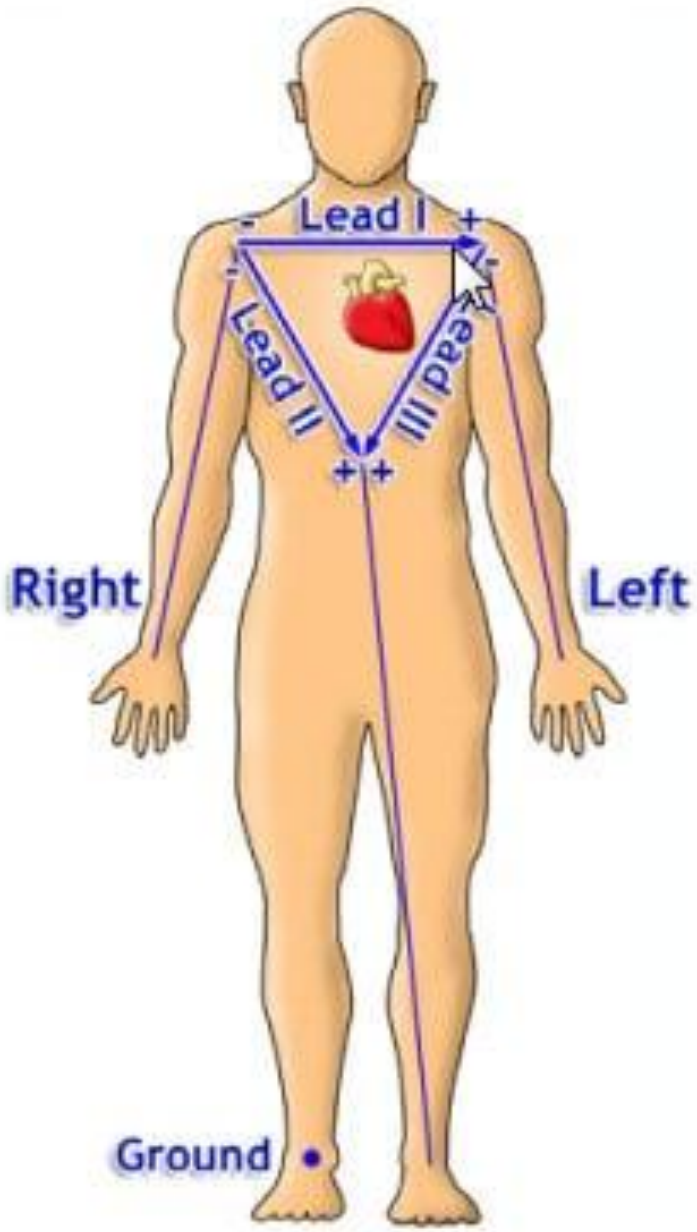


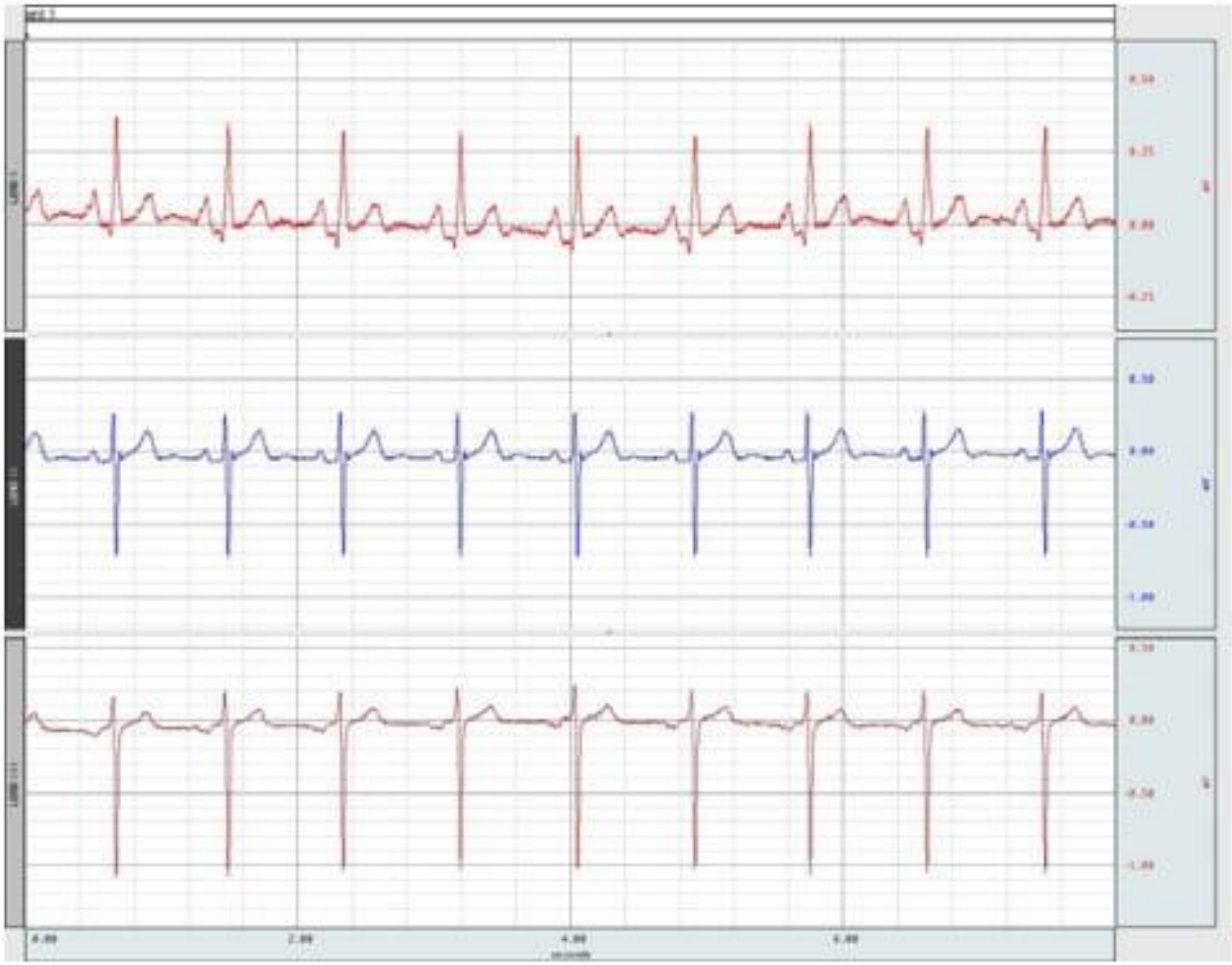



(a)
C3
Ag/AgCl Electrode
Ampliude (mV)
Time (s)

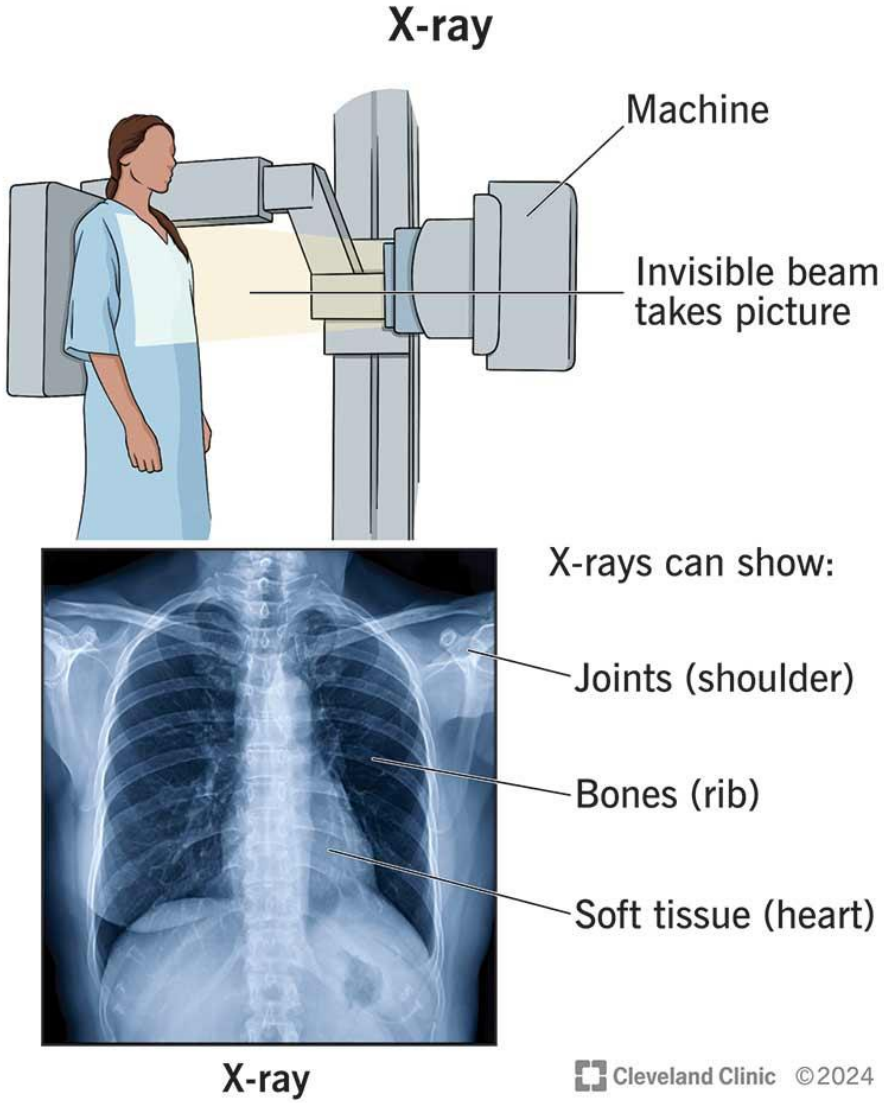

(b)
Ag/AgCl Electrode
SE3
Ampliude (mV)
Time (s)


(c)
Ag/AgCl Electrode
S3
Ampliude (mV)
Time (s)

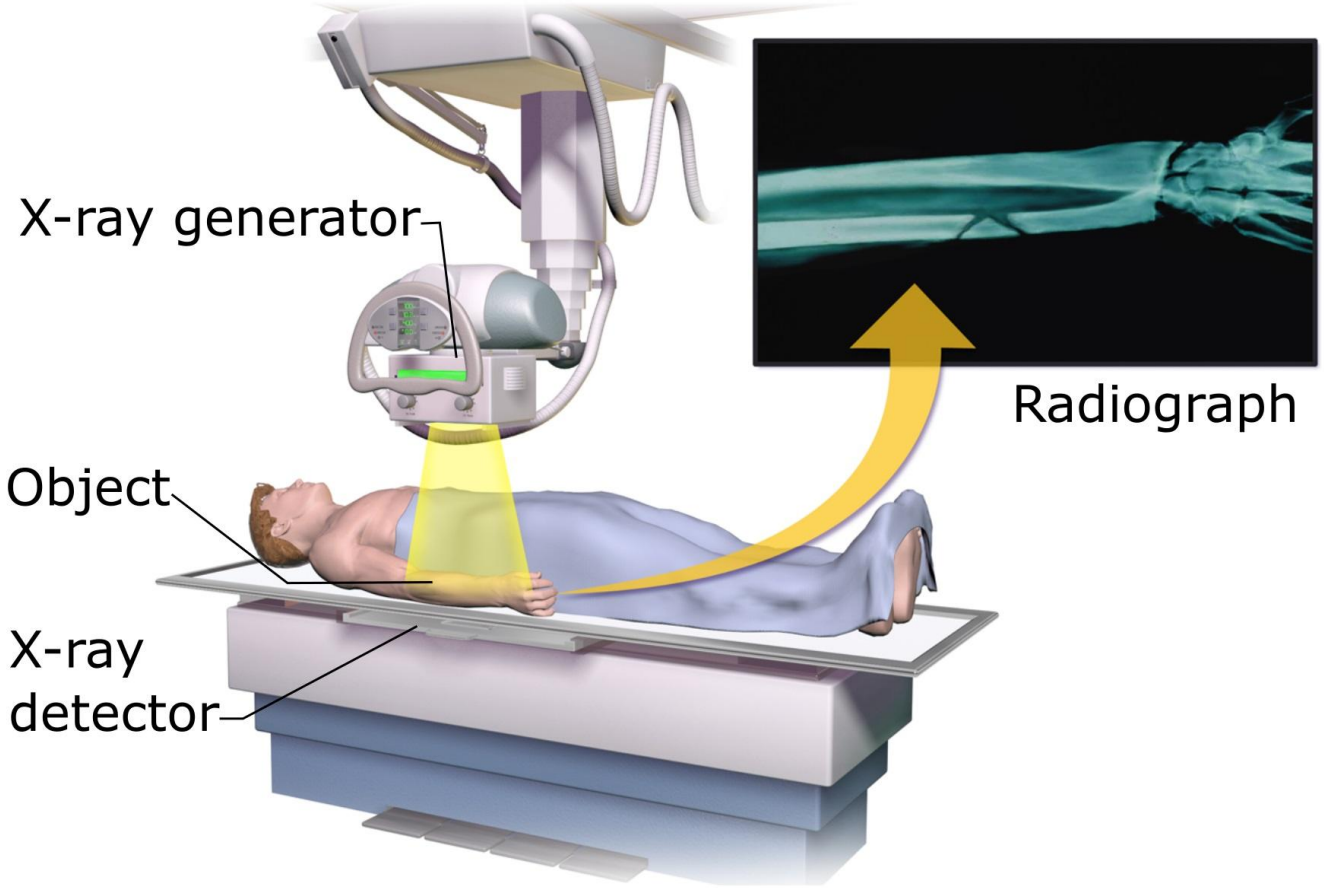

Lead I
Lead II
Lead III
Right
Left
Ground



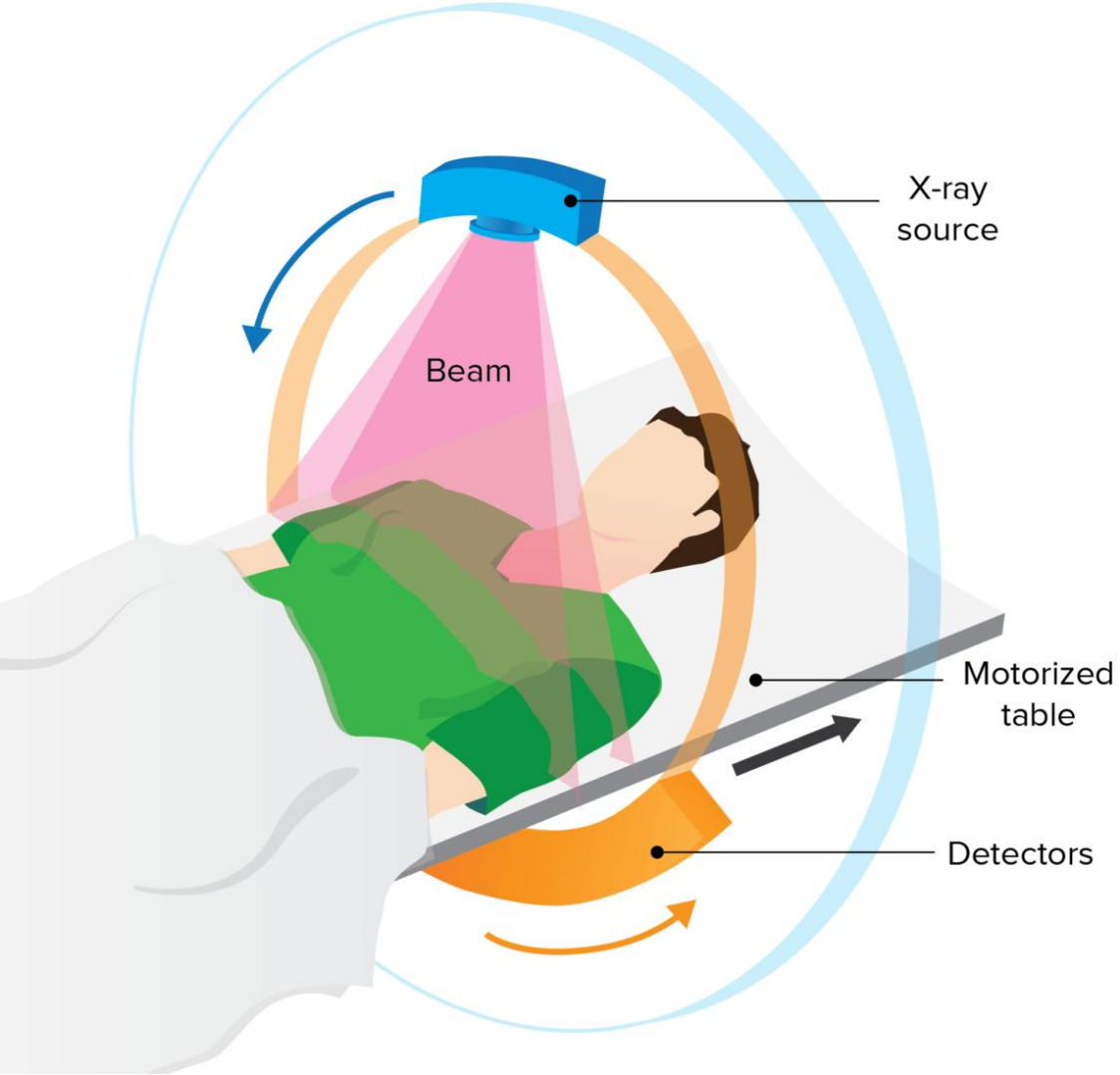
X-Ray imaging signal



Projectional radiography

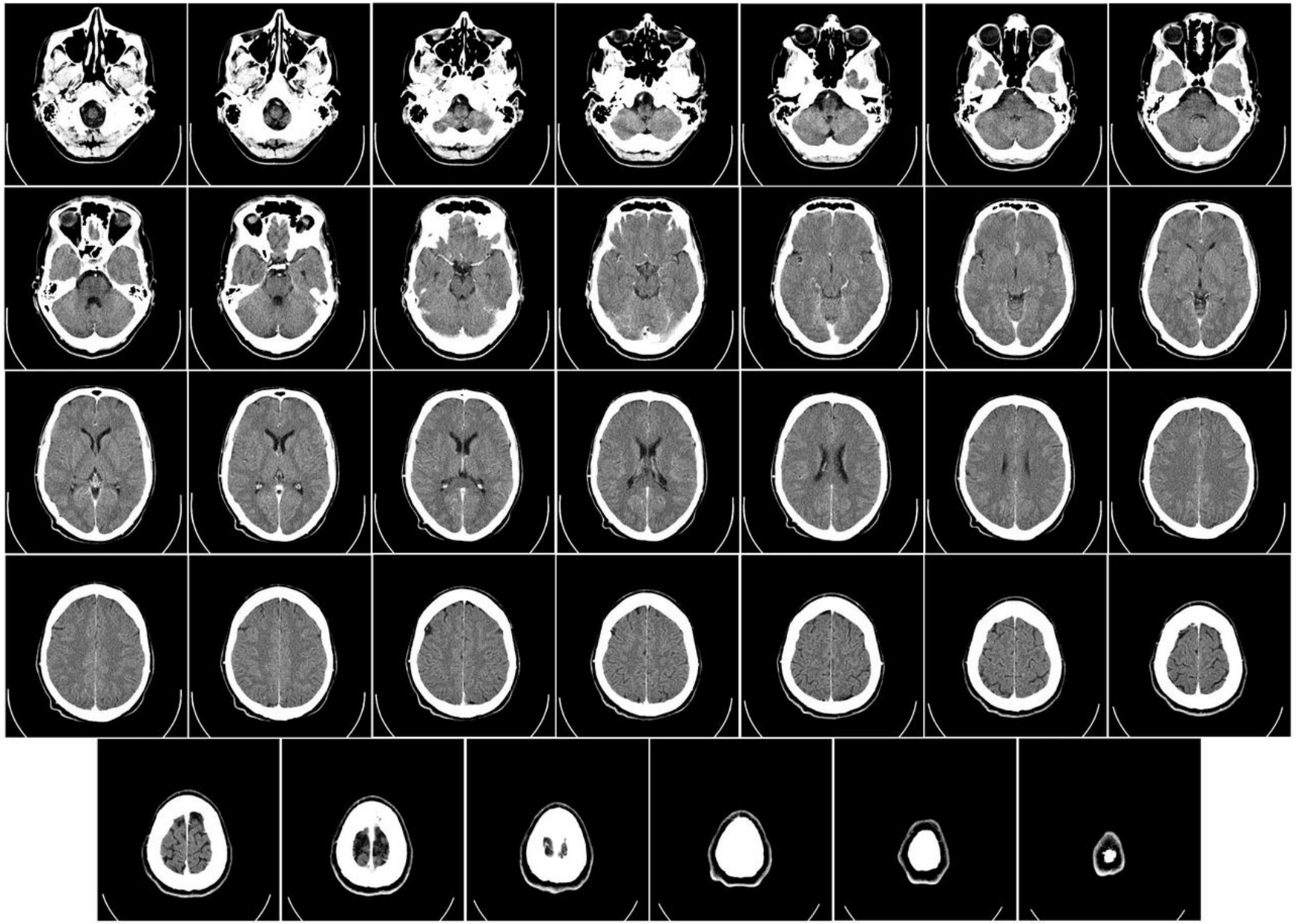


CT Scan imaging signal



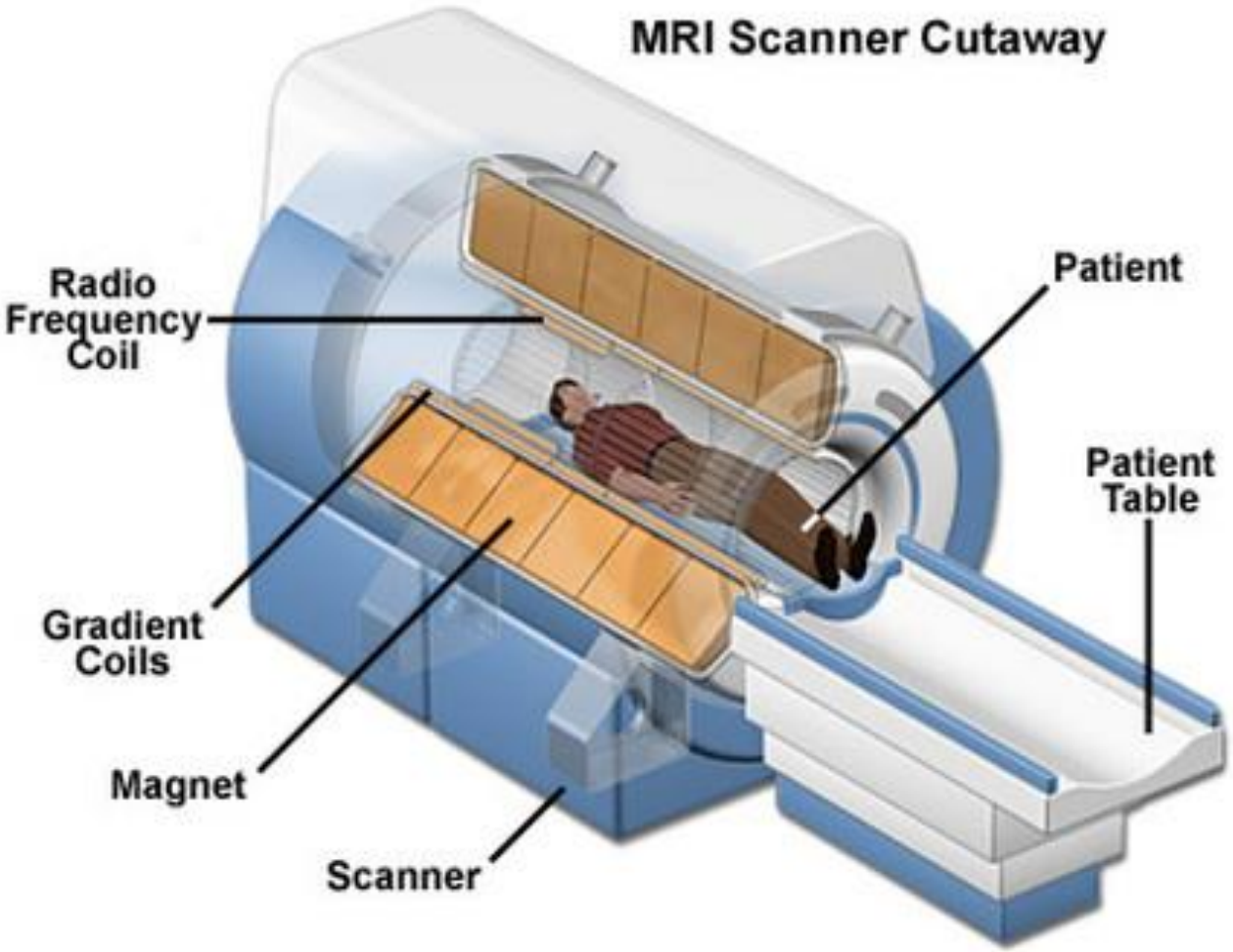
CT (Computed Tomography)

ใช้ **รังสีเอกซ์ (X-ray)** หมุนรอบตัวผู้ป่วยเพื่อสร้างภาพตัดขวาง (Cross-sectional image)



Computer tomography of human brain, from base of the skull to top.

MRI imaging signal

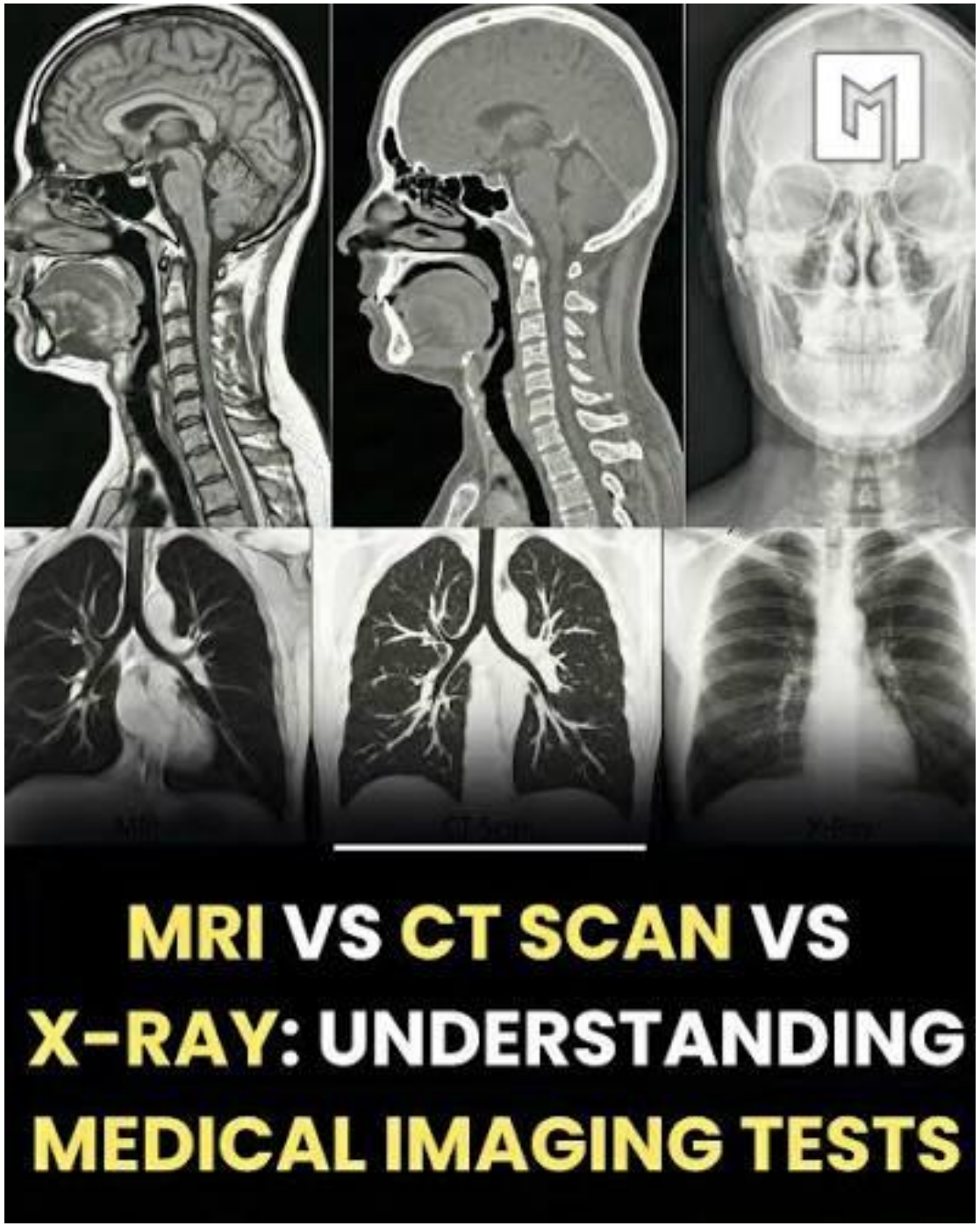


MRI scan of brain

MRI scan of knee

การตรวจ MRI (Magnetic Resonance Imaging)

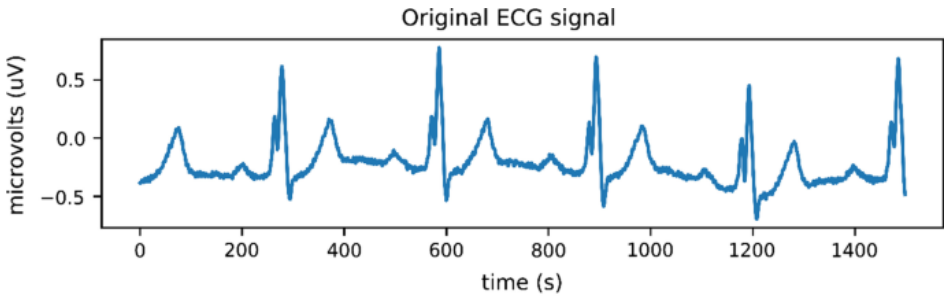
คือ การตรวจวินิจฉัยโรคโดยใช้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้ากำลังสูงและคลื่นวิทยุร่วมกับระบบคอมพิวเตอร์ เพื่อสร้างภาพอวัยวะภายใน เนื้อเยื่ออ่อน เส้นประสาท และหลอดเลือดได้อย่างละเอียดคมชัดสูง โดยไม่ใช้รังสีเอกซเรย์


MRI VS CT SCAN VS
X-RAY: UNDERSTANDING
MEDICAL IMAGING TESTS

MRI
CT Scan
X-Ray
Best for soft tissues:
brain, muscles,
ligaments
Detects fractures,
internal bleeding,
organ injuries
Primarily used for
bones and
lung conditions

ตัวอย่าง สัญญาณ

Audio Signal



ECG Signal

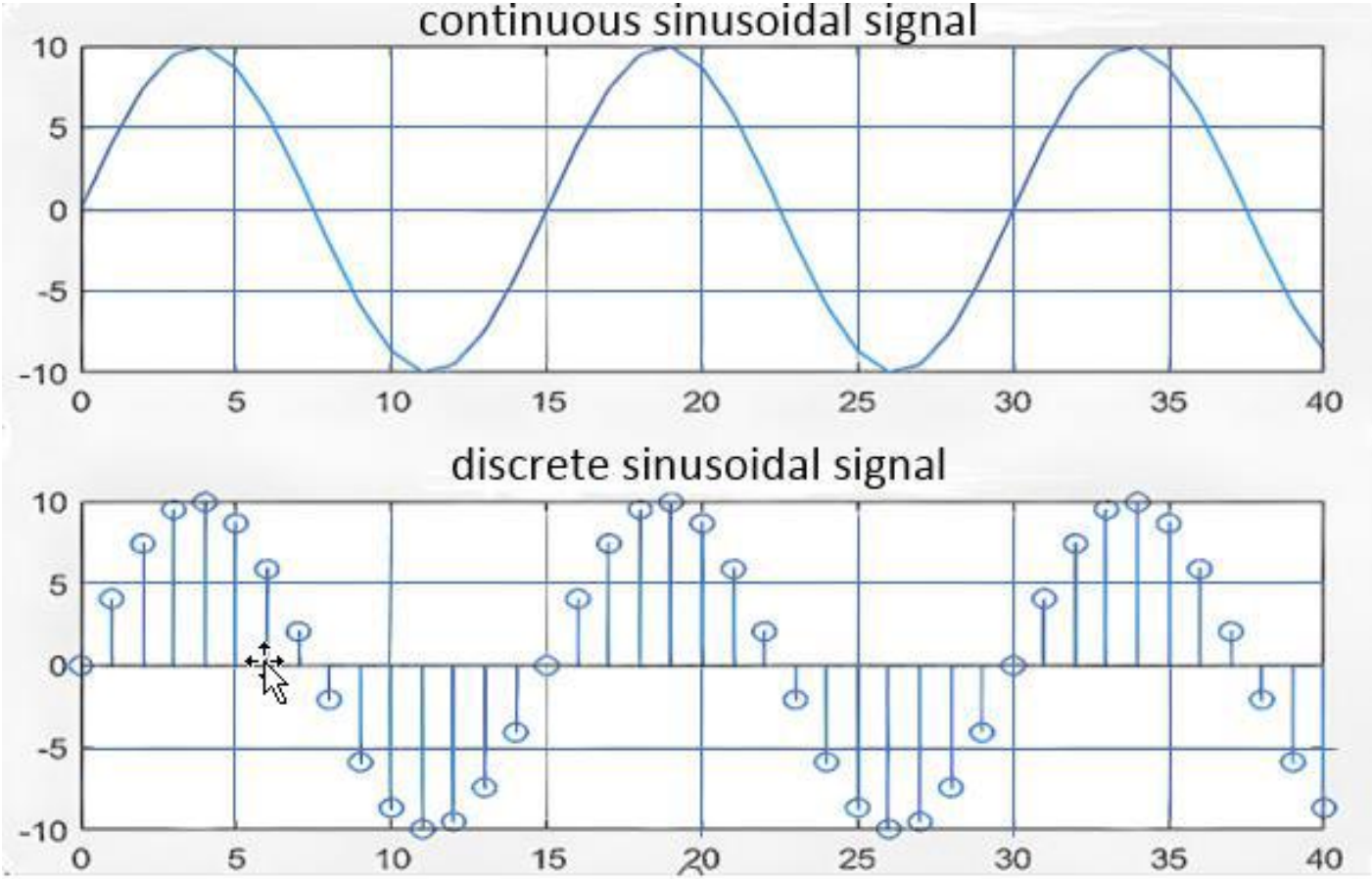
Ultrasound imaging signal

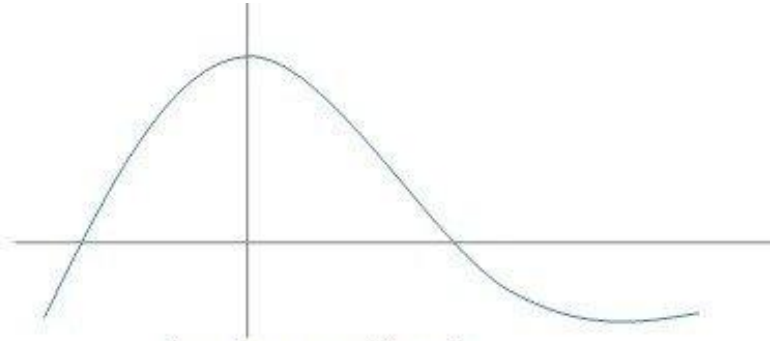
X-ray imaging signal

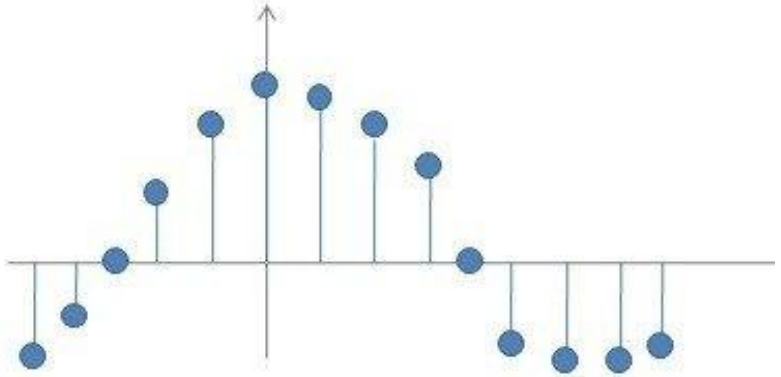
2. ประเภทของสัญญาณ

- สัญญาณที่ใช้งานทั่วไป แบ่งได้หลายประเภทตามคุณลักษณะของสัญญาณ <u>ขึ้นกับมุมมอง</u>
  - แบ่งตาม ความต่อเนื่องทางเวลา
  - แบ่งตาม ขนาดของสัญญาณ
  - แบ่งตาม คาบของสัญญาณ
  - แบ่งตาม ความสมมาตร
  - แบ่งตาม ความสมเหตุสมผล
  - แบ่งตาม พลังงาน, กำลังงาน
  - แบ่งตาม การกำหนดรูปแบบได้

2.1 สัญญาณต่อเนื่องทางเวลา (Continuous) & สัญญาณไม่ต่อเนื่องทางเวลา (Discrete)



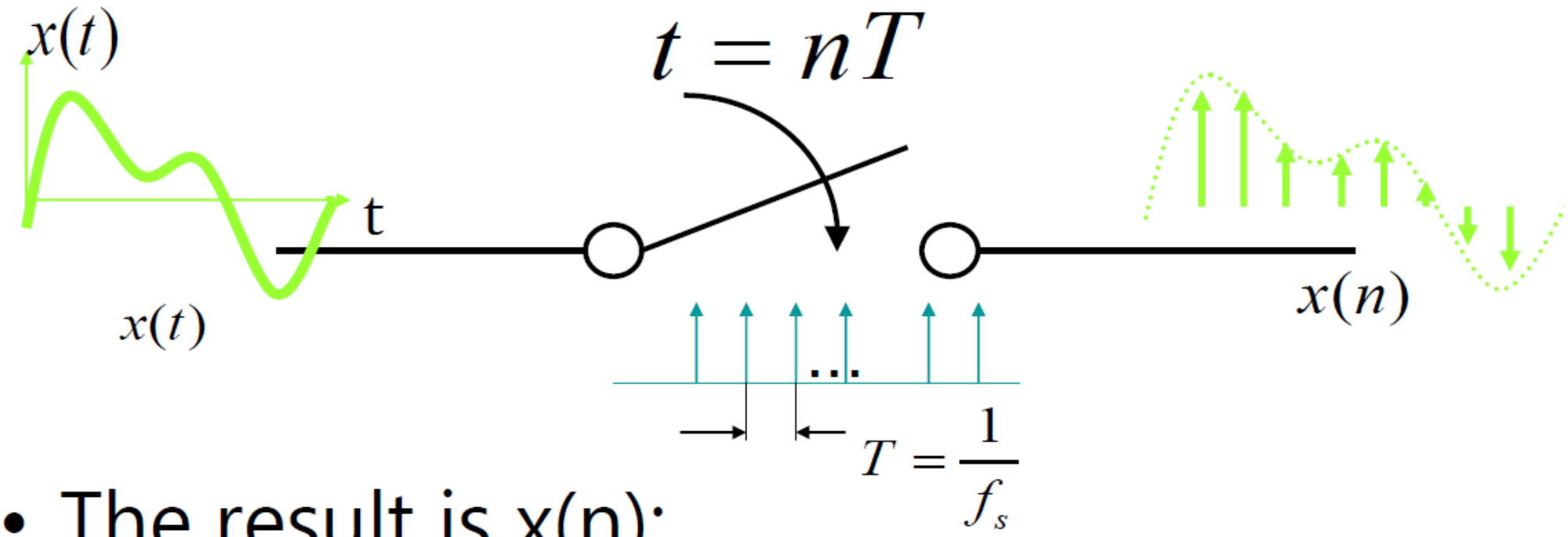




พิจารณาในแกนเวลา ว่า ต่อเนื่อง หรือ ไม่ต่อเนื่อง

การสร้างสัญญาณไม่ต่อเนื่องทางเวลา

We get the Discrete signal by **sampling**

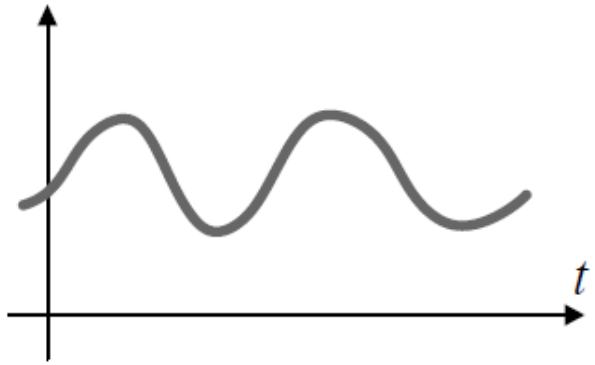


- The result is x(n):

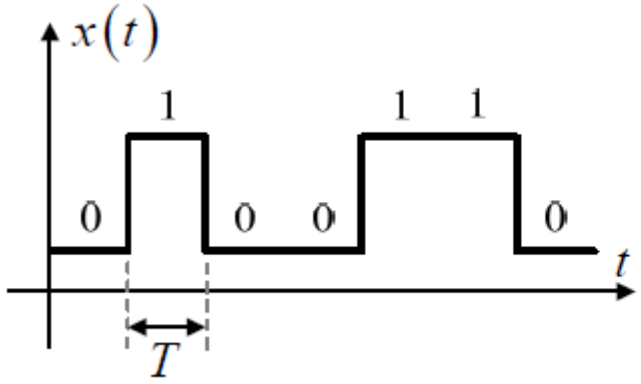
$$x(n) = x(t)\Big|_{t=nT}$$

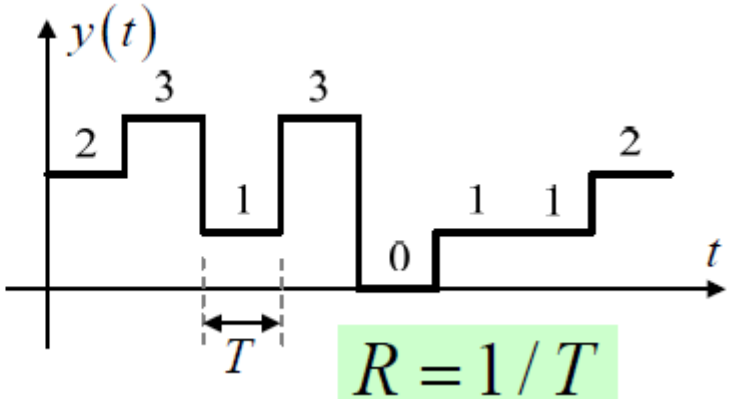
2.2 สัญญาณแอนาล็อค (analog) & สัญญาณดิจิทัล (Digital)

- **สัญญาณแอนาล็อค** คือสัญญาณที่ขนาด (แอมพลิจูด) มีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องทางเวลา
  - สัญญาณแอนะล็อกทุกสัญญาณเป็นสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลา
  - นั่นคือ ค่าของสัญญาณแอนะล็อกจะเป็นสมาชิกของเซตจำนวนจริง
  - สัญญาณในธรรมชาติ เป็น สัญญาณแอนาล็อค
  - Analog มาจากคำว่า **analogous แปลว่า** เหมือนกัน, คล้ายคลึงกัน

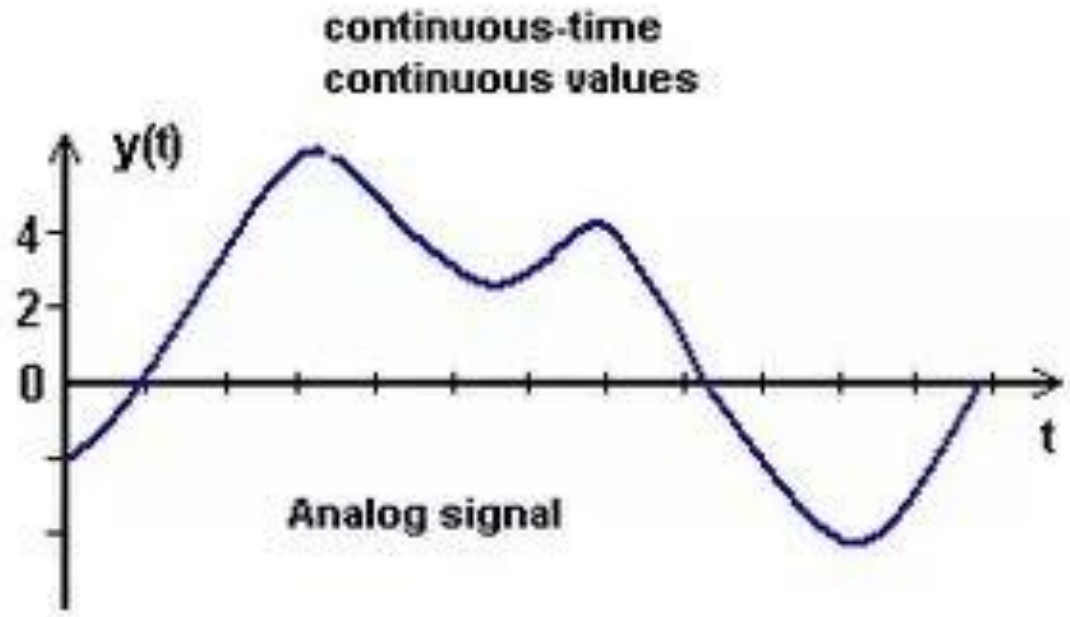


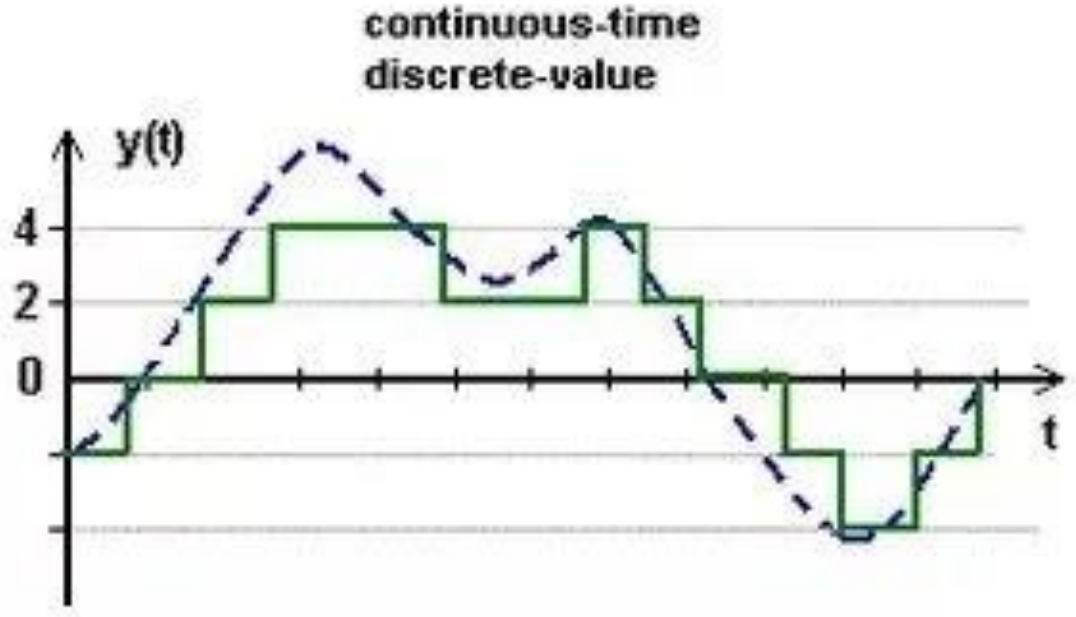
- **สัญญาณดิจิทัล** คือสัญญาณที่ขนาด (แอมพลิจูด) มีค่าระดับที่แน่นอน
  - นั่นคือ ค่าของสัญญาณดิจิทัล จะอยู่ภายในเซตจำกัด

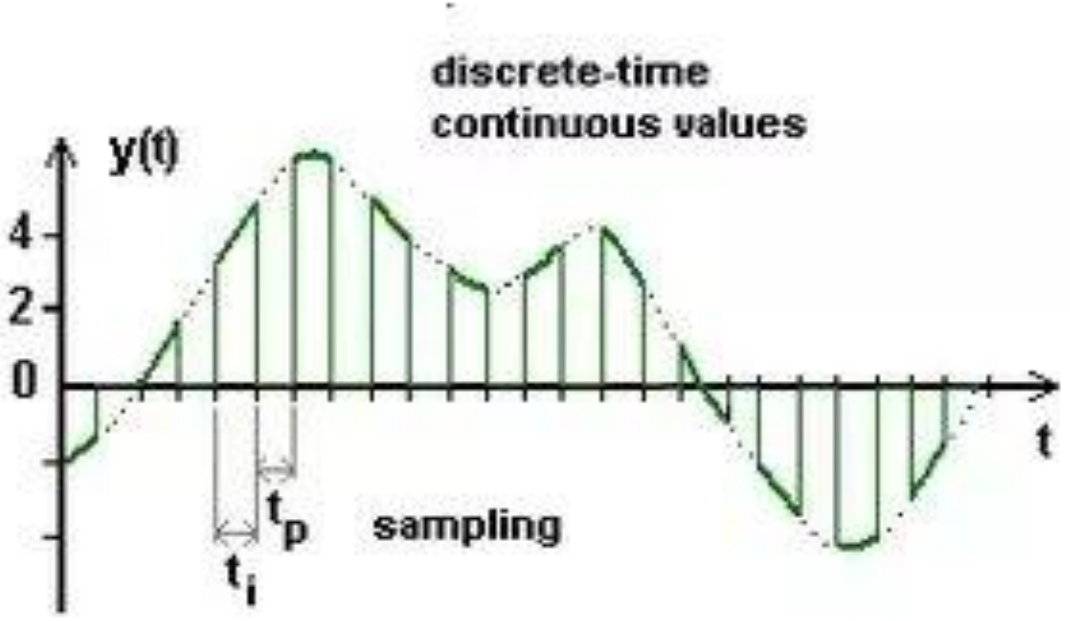


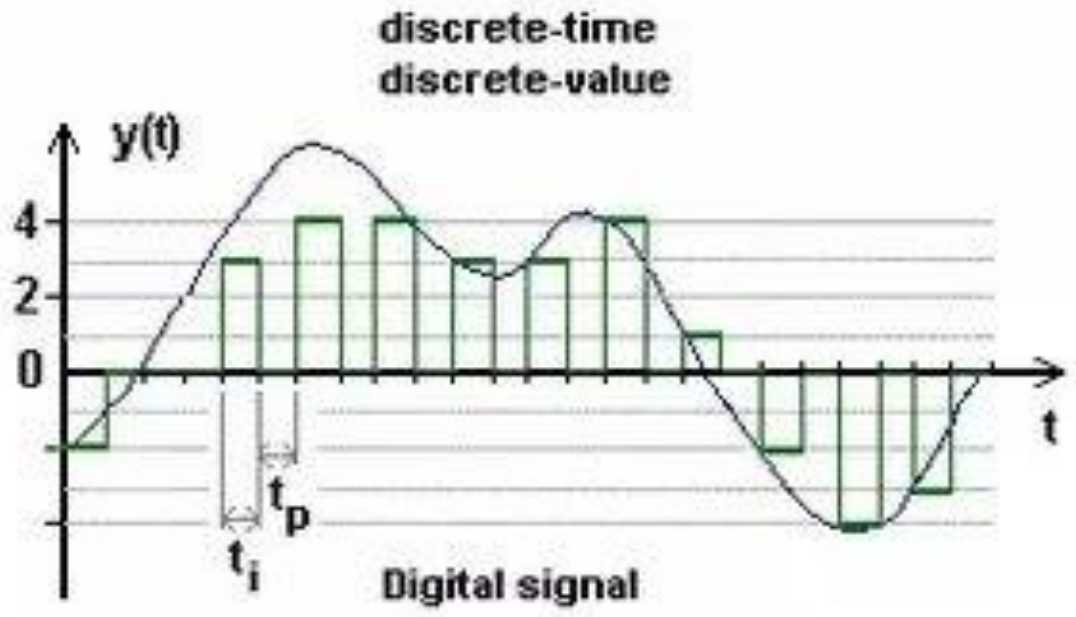


$$R = 1/T$$


continuous-time
continuous values
y(t)
4
2
0
t
Analog signal


continuous-time
discrete-value
y(t)
4
2
0
t

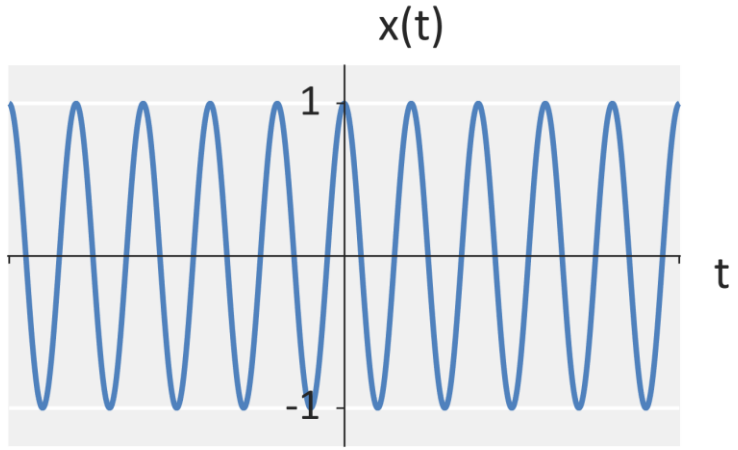

discrete-time
continuous values
y(t)
4
2
0
t
t_p
t_i
sampling


discrete-time
discrete-value
y(t)
4
2
0
t
t_p
t_i
Digital signal

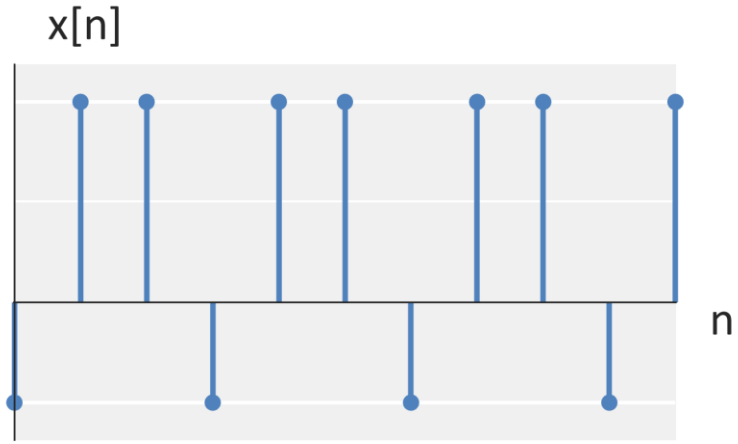
2.3 สัญญาณมีคาบ (Periodic Signal) & สัญญาณไร้คาบ (Non Periodic Signal)

1. สัญญาณมีคาบ (periodic signal) คือ สัญญาณที่มีรูปร่างซ้ำตัวมันเองทุกๆ ช่วงเวลา T ที่กำหนด โดยจะเรียก T ว่า คาบ (period) ของสัญญาณ หรือ fundamental period. ส่วนกลับของคาบ เรียกว่า ความถี่ (frequency)

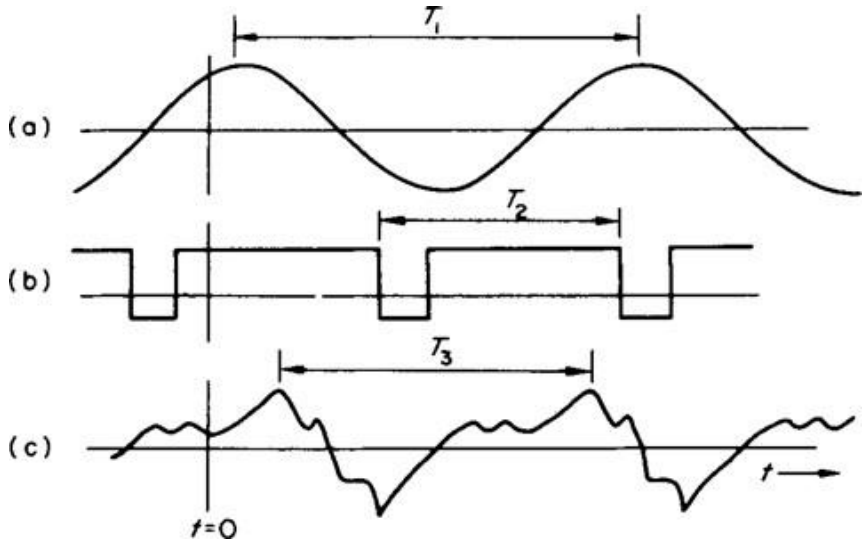
หรือกล่าวได้ว่า คาบ (Period) คือ ช่วงเวลา ของสัญญาณที่เกิดซ้ำ ๆ จำนวน 1 ลูก หรือ ช่วงเวลาที่เกิดสัญญาณซ้ำ ๆ



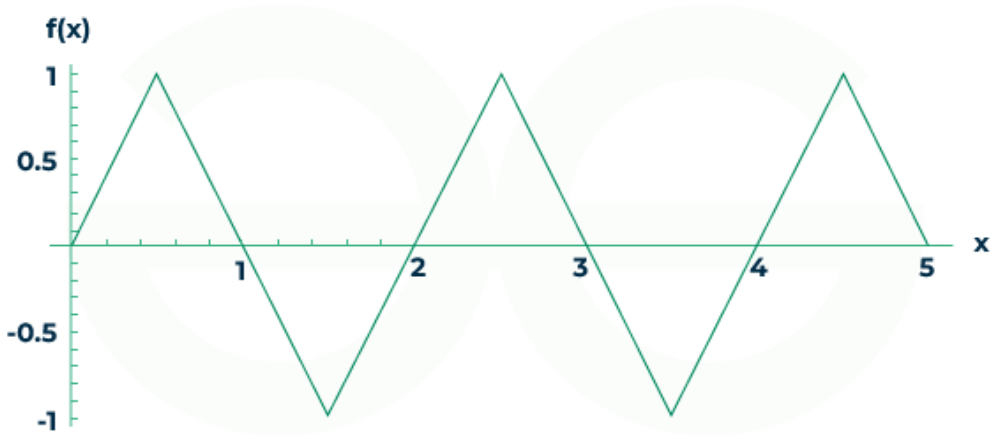
Periodic continuous-time signal

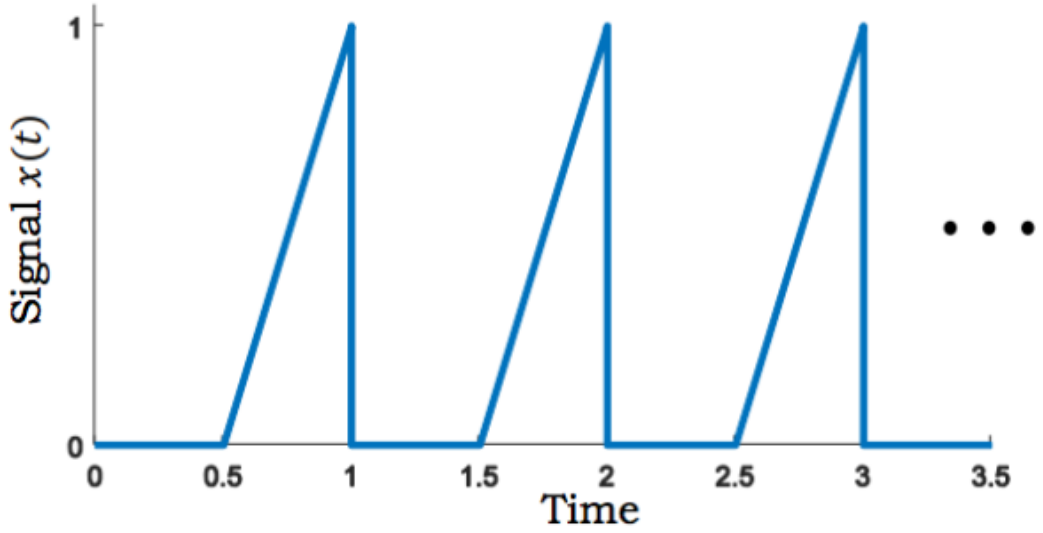


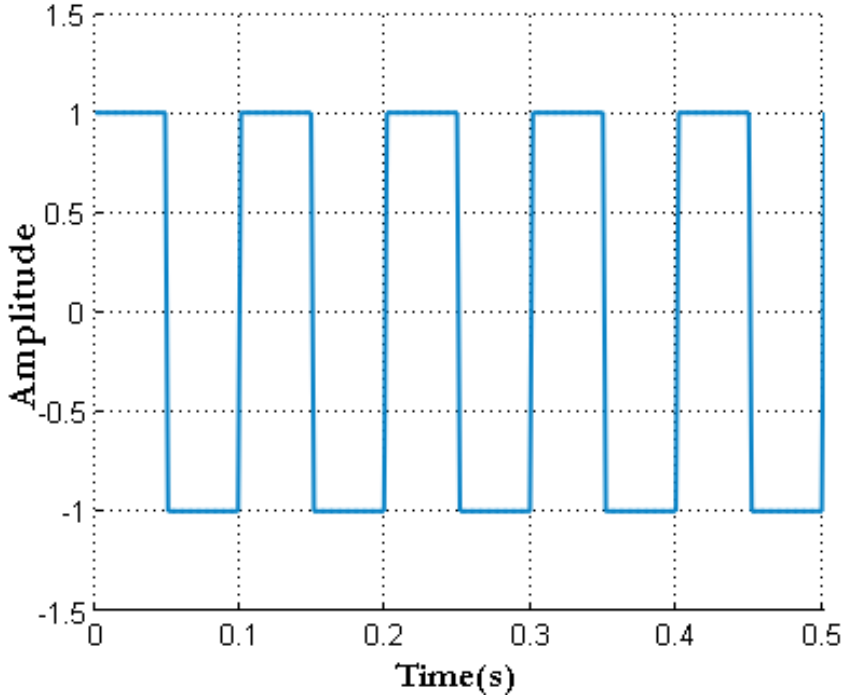
Periodic discrete-time signal

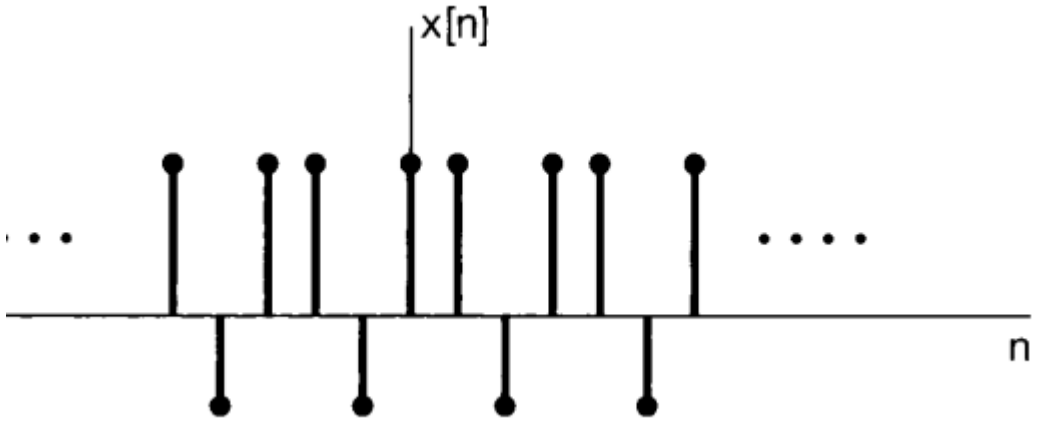


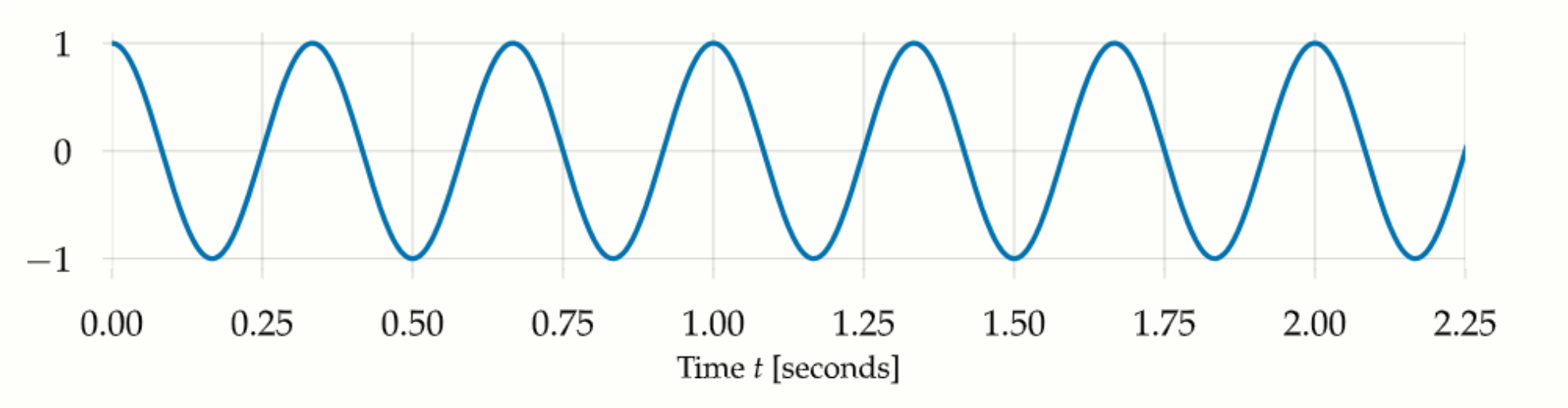
แบบฝึกหัด จงหาคาบ ของสัญญาณ

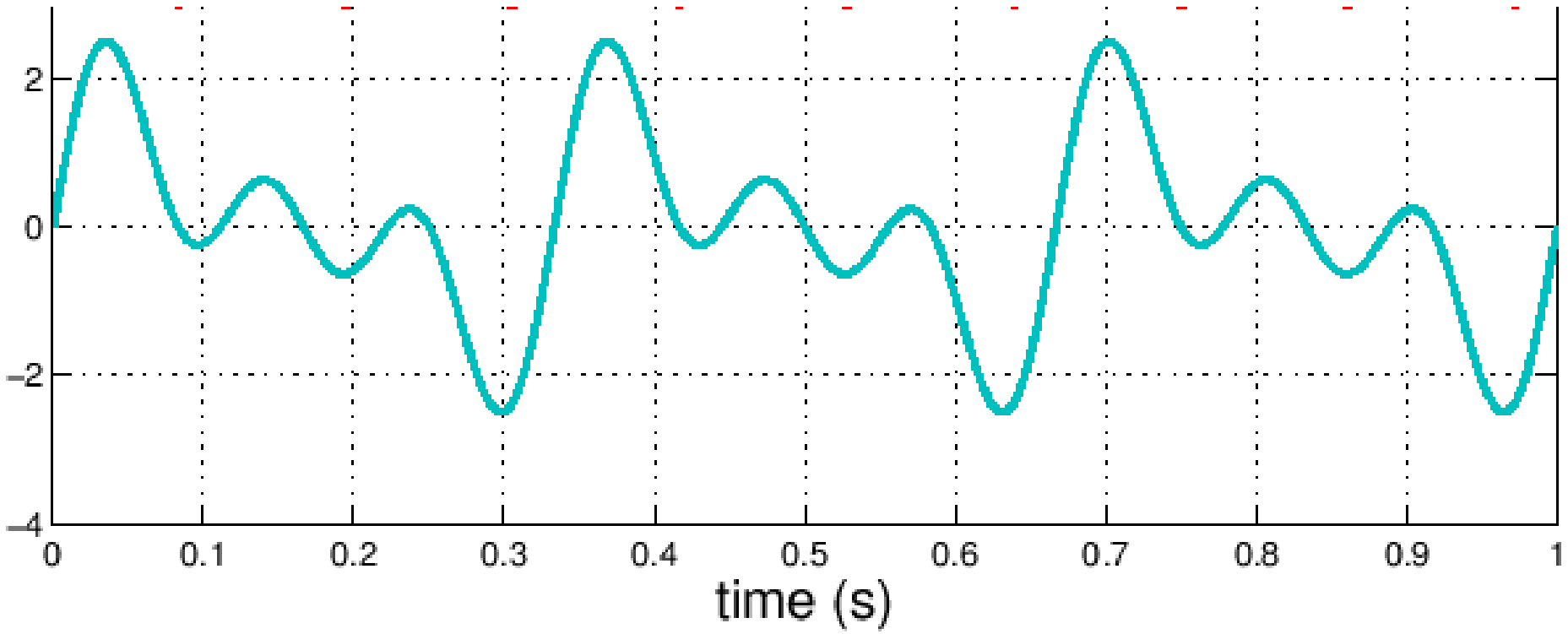




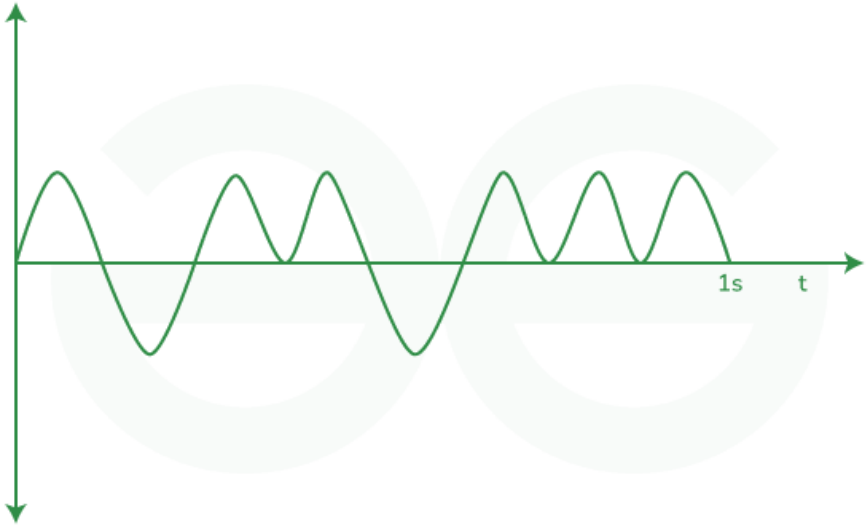


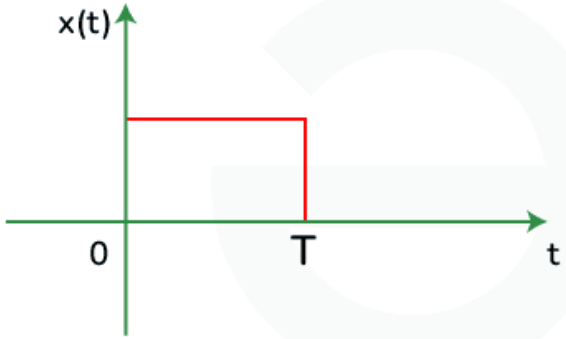


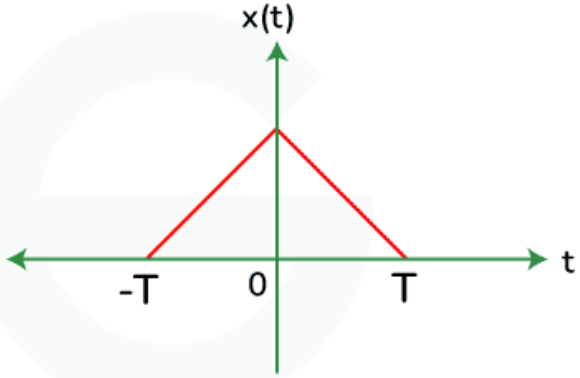

1
0
−1
0.00
0.25
0.50
0.75
1.00
1.25
1.50
1.75
2.00
2.25
Time t [seconds]


2
0
−2
−4
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
time (s)

2. สัญญาณไร้คาบ (Aperiodic signal) คือ สัญญาณที่มีคาบเป็นอนันต์

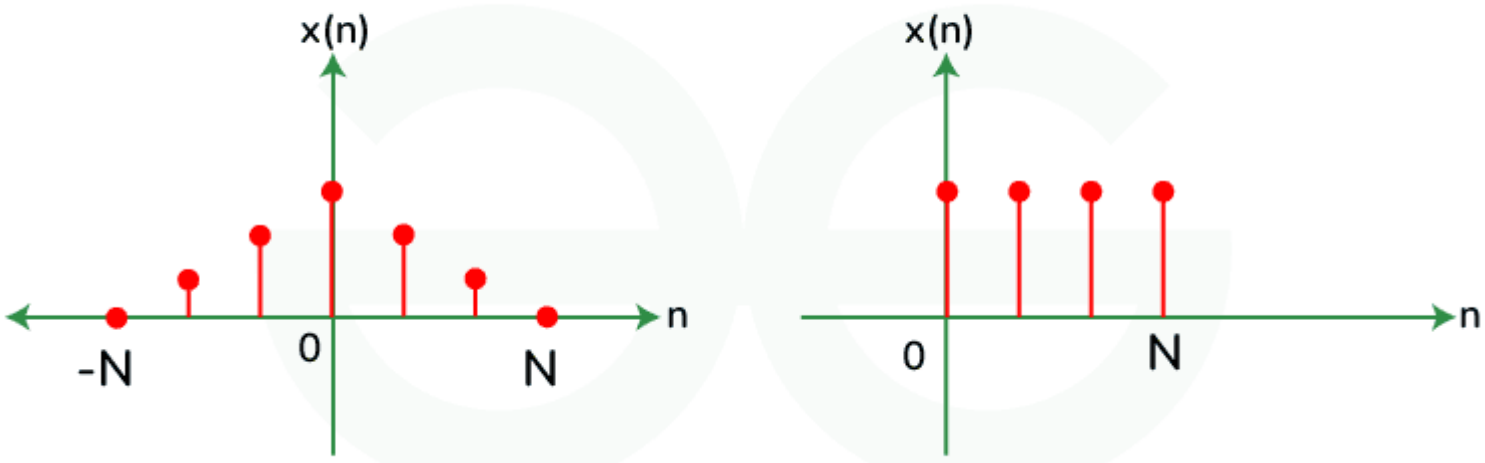






Continuous Time Aperiodic Signal

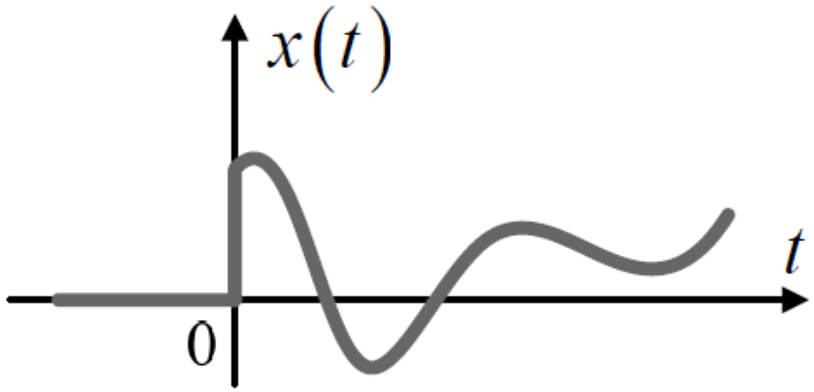
2. สัญญาณไร้คาบ (Aperiodic signal) คือ สัญญาณที่มีคาบเป็นอนันต์

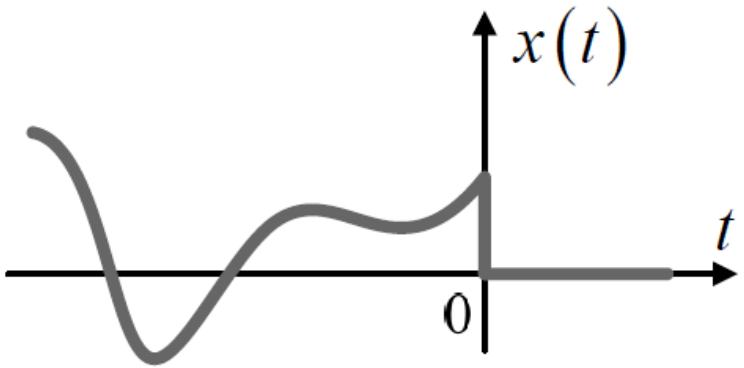


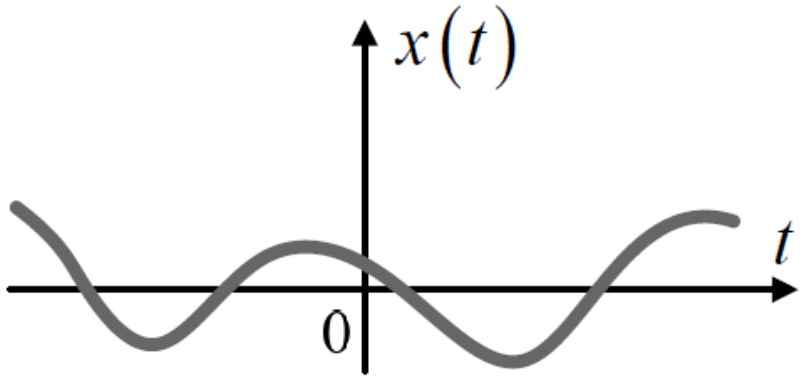
Discrete Time Aperiodic Signal

2.4 Causal signal & Acausal signal

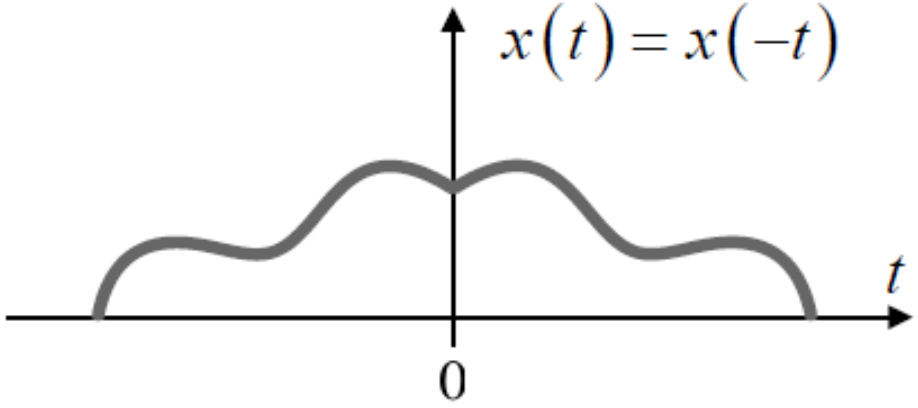
สัญญาณ Causal	สัญญาณ Acausal	สัญญาณ Non Causal
คือ สัญญาณที่มีค่าเป็นศูนย์ในช่วงเวลาที่เป็นลบ $x(t) = 0$ for $t<0$ $x[n] = 0$ for $n<0$	คือ สัญญาณที่มีค่าเป็นศูนย์ในช่วงเวลาที่เป็นบวก $x(t)=0$ for $t\geq 0$ $x[n]=0$ for $n\geq 0$	คือ สัญญาณที่มีค่า ทั้งในช่วงเวลาที่เป็นบวก และ ลบ



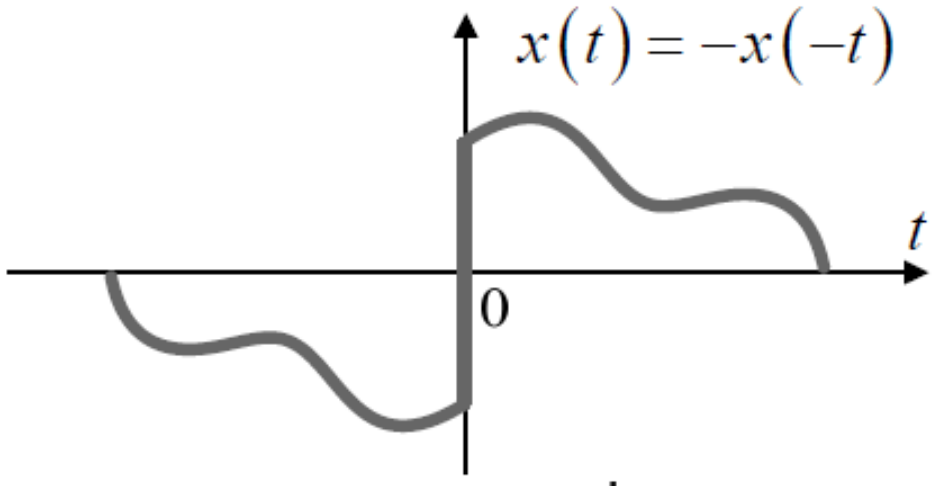




2.5 สัญญาณคู่ (Even Signal) สัญญาณคี่ (Odd Signal)

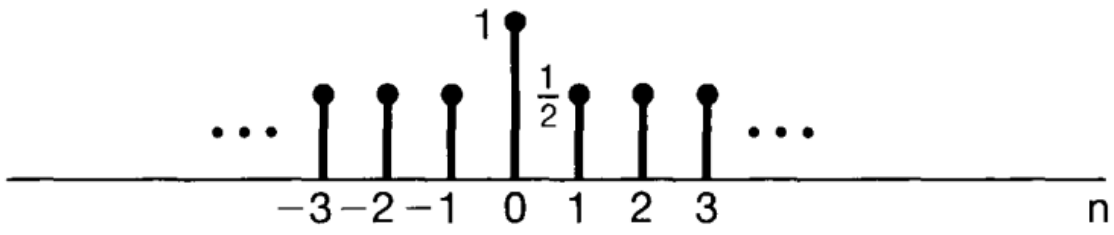


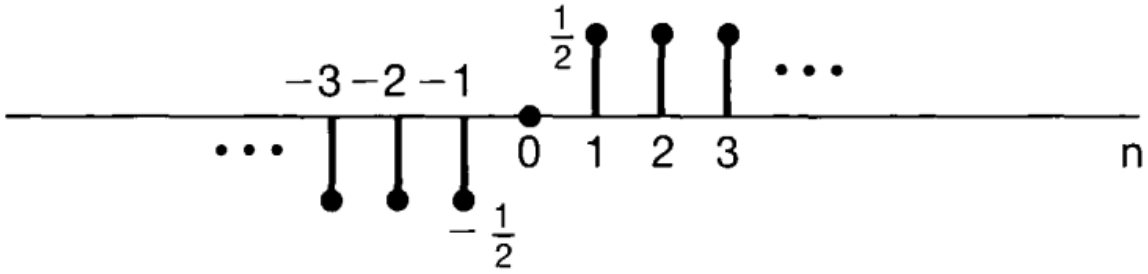
สัญญาณคู่

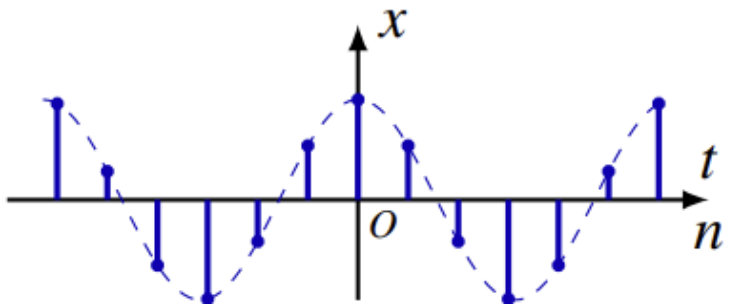


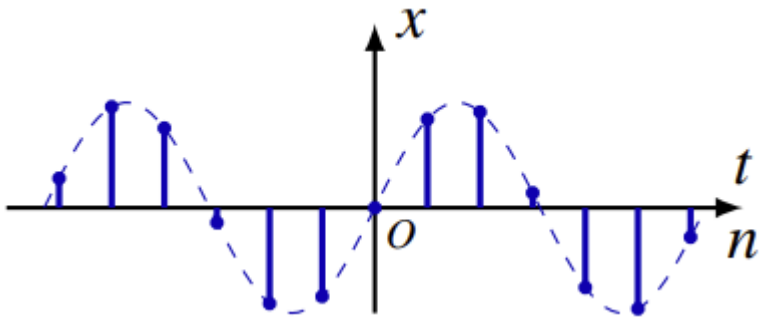
สัญญาณคี่

แบบฝึกหัด สัญญาณต่อไปนี้เป็น even signal หรือ odd signal









2.6 Power signal & Energy signal

- Energy Signal : คือ สัญญาณที่มี พลังงานจำกัด (finite energy) โดยที่

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \qquad E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$$

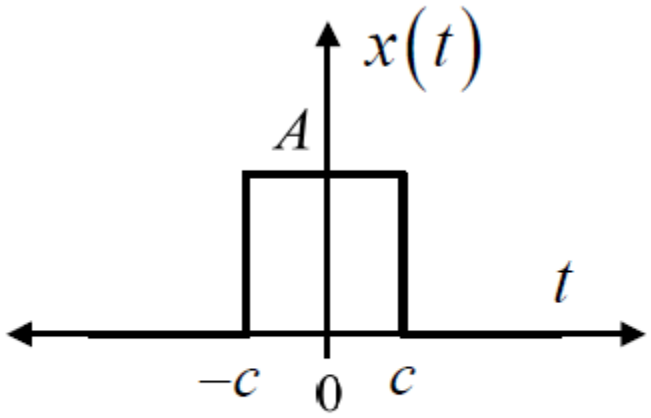
  - ถ้า E หาค่าได้ จะเป็น Energy Signal (สัญญาณพลังงาน)

- Power signal : คือ สัญญาณที่มี กำลังเฉลี่ยจำกัด โดยที่

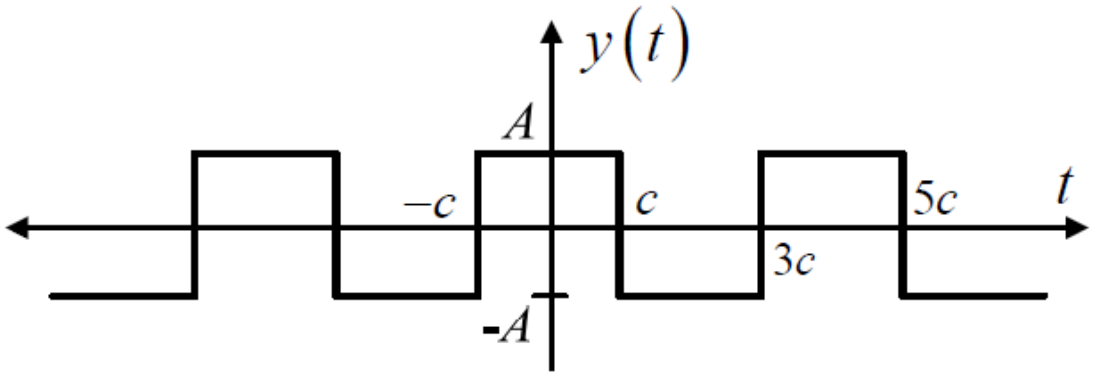
$$P = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 dt \qquad P = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x(n)|^2$$

  - ถ้า P หาค่าได้ จะเป็น Power Signal (สัญญาณกำลัง)

ตัวอย่าง จงพิจารณาว่าสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลาในภาพต่อไปนี้ เป็น สัญญาณกำลัง หรือ สัญญาณพลังงาน เมื่อ c เป็นค่าคงตัว



ตัวอย่าง จงพิจารณาว่าสัญญาณที่ต่อเนื่องทางเวลาในภาพต่อไปนี้ เป็น สัญญาณกำลัง หรือ สัญญาณพลังงาน เมื่อ c เป็นค่าคงตัว



ข้อสังเกต

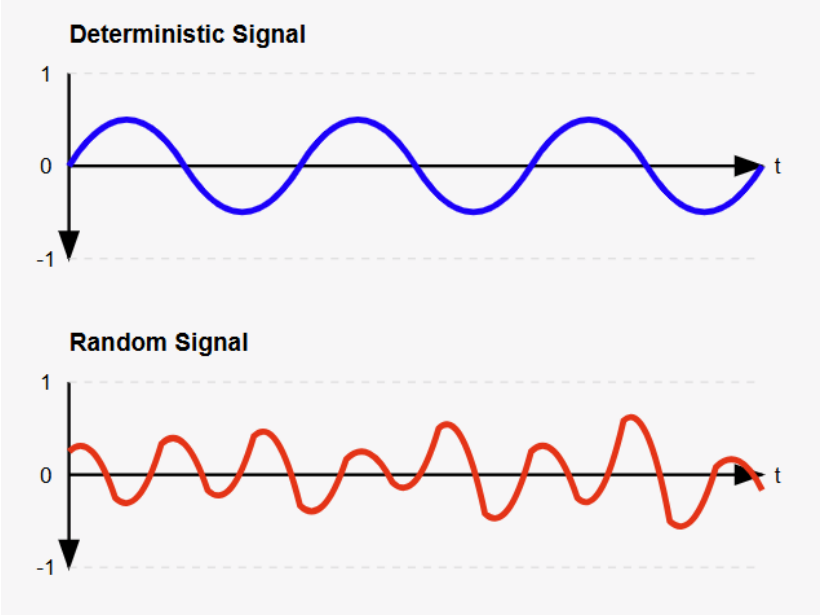
- Energy Signal จะมี พลังงานจำกัด (finite energy)
- Energy Signal จะมี กำลังเฉลี่ย เป็นศูนย์
- โดยปกติ สัญญาณไร้คาบ จะเป็น Energy Signal

- Power Signal จะมี พลังงานอนันต์ (infinite energy)
- Power Signal จะมี กำลังเฉลี่ย จำกัด
- โดยปกติ สัญญาณมีคาบ จะเป็น Power Signal

2.7 Deterministic signal & Random signal

- Deterministic signal คือ สัญญาณที่สามารถระบุได้แน่นอนว่าค่าหรือคุณสมบัติของสัญญาณ ณ เวลาใดๆ จะเป็นเท่าใด
  - เขียนให้อยู่ในรูปของสมการคณิตศาสตร์ได้

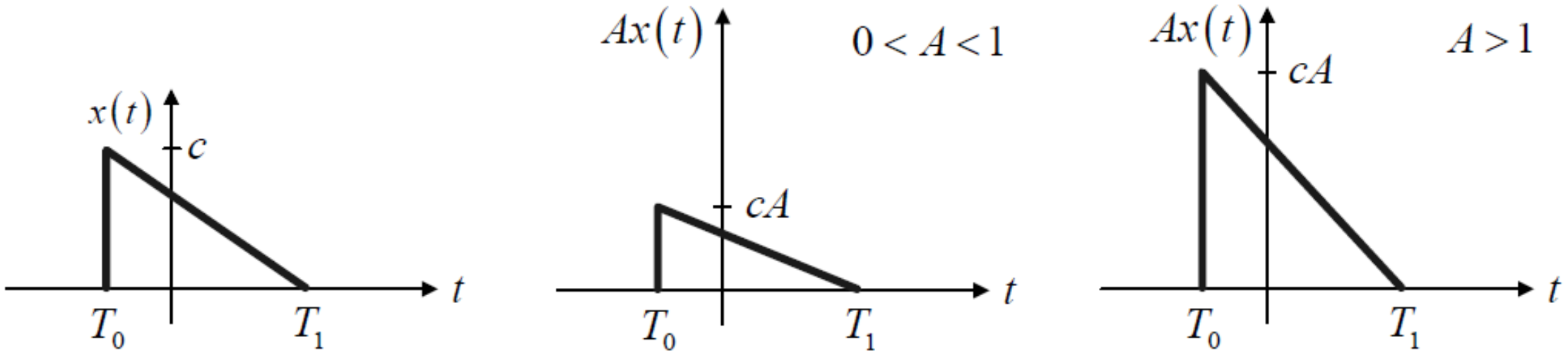
- Random signal คือ สัญญาณที่ไม่สามารถระบุได้แน่นอนว่าคุณสมบัติของสัญญาณ ณ เวลาใดๆ จะเป็นอย่างไร เช่น สัญญาณเสียง



3. การแปลงลักษณะของสัญญาณ

- การย่อและการขยายขนาดของสัญญาณ
- การเลื่อนเวลาของสัญญาณ (time-shifting)
- การสเกลเวลา (time-scaling)
- การพับสัญญาณ (folding)

3.1 การย่อและการขยายขนาดของสัญญาณ (Amplitude Scaling)

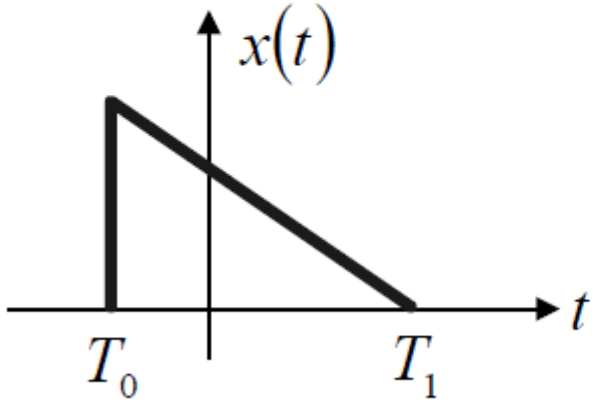


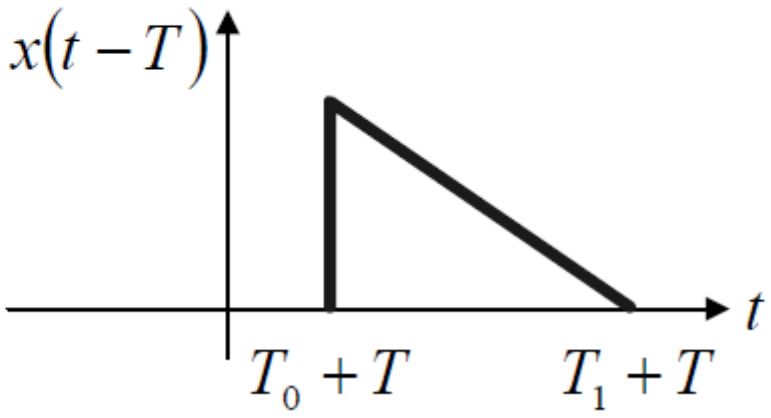
ตัวอย่าง

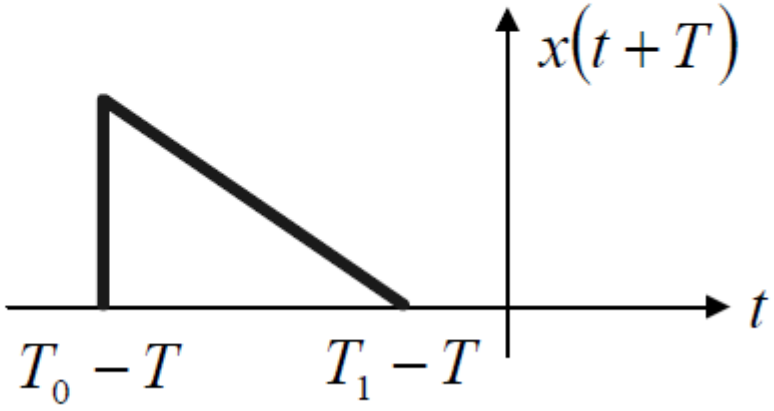
3.2 การเลื่อนเวลาของสัญญาณ (time-shifting)

$$y(t) = x(t)\big|_{t\to(t-T)} = x(t-T)$$

$$y(t) = x(t)\big|_{t\to(t+T)} = x(t+T)$$







หน่วงเวลา (delay)

หน่วงเวลา ไป T > 0 หน่วย

เปลี่ยนตัวแปรอิสระของ x(t)

จาก t ไปเป็น $t-T$

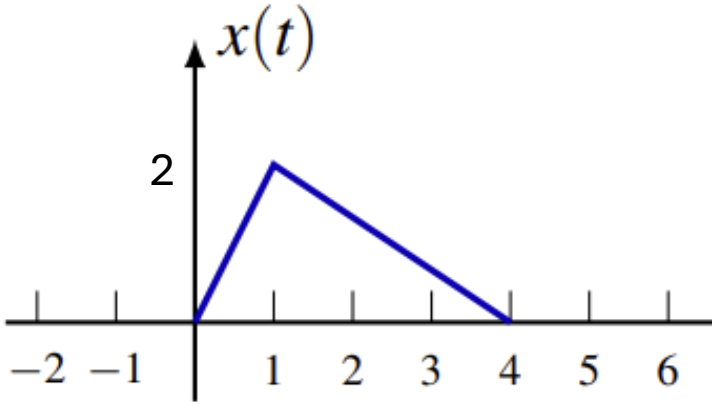
ล่วงหน้าเวลา (advance)

ล่วงหน้าเวลา ไป T > 0 หน่วย

เปลี่ยนตัวแปรอิสระของ x(t)

จาก t ไปเป็น $t+T$

ตัวอย่าง



จงหา

$$x(t-4)$$

$$x(t+2)$$

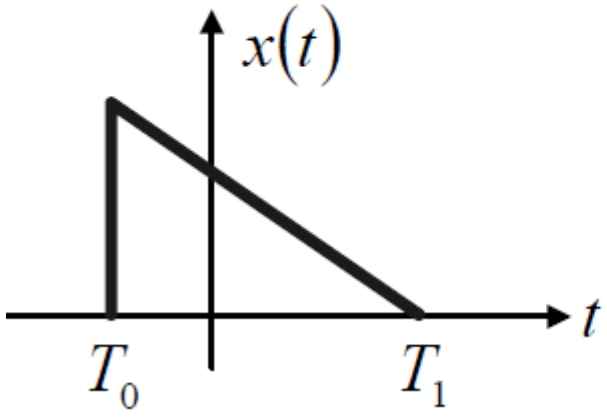
3.3 การสเกลเวลา (time-scaling)

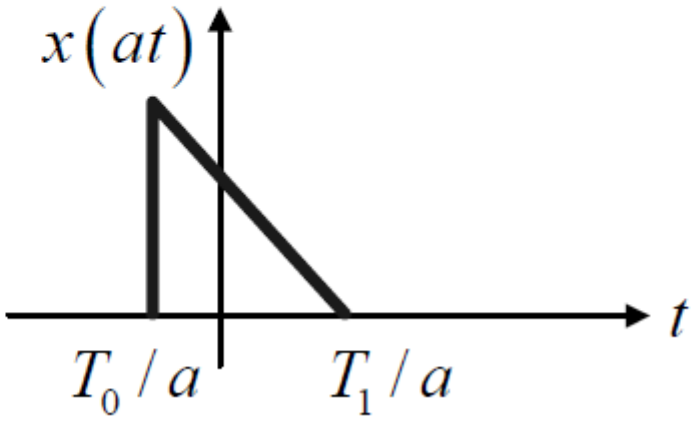
บีบเวลา ไปเป็นจำนวน a เท่า
เปลี่ยนตัวแปรอิสระของ x(t)
จาก t ไปเป็น at

$$y(t) = x(t)\big|_{t\to(at)} = x(at)$$

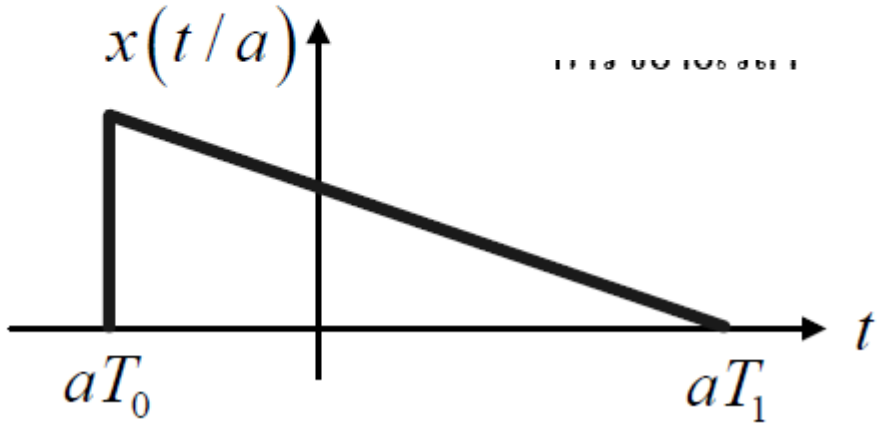
ขยายเวลา ไปเป็นจำนวน a เท่า
เปลี่ยนตัวแปรอิสระของ x(t)
จาก t ไปเป็น t/a

$$y(t) = x(t)\big|_{t\to(t/a)} = x\left(\frac{t}{a}\right)$$



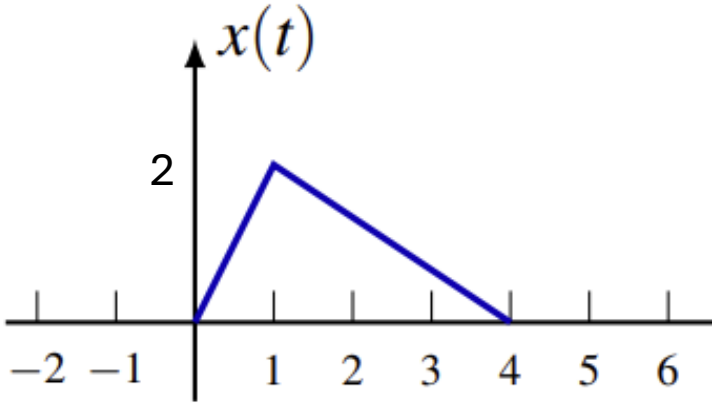


การบีบเวลา
(time-compression)



การขยายเวลา
(time-expansion)

ตัวอย่าง



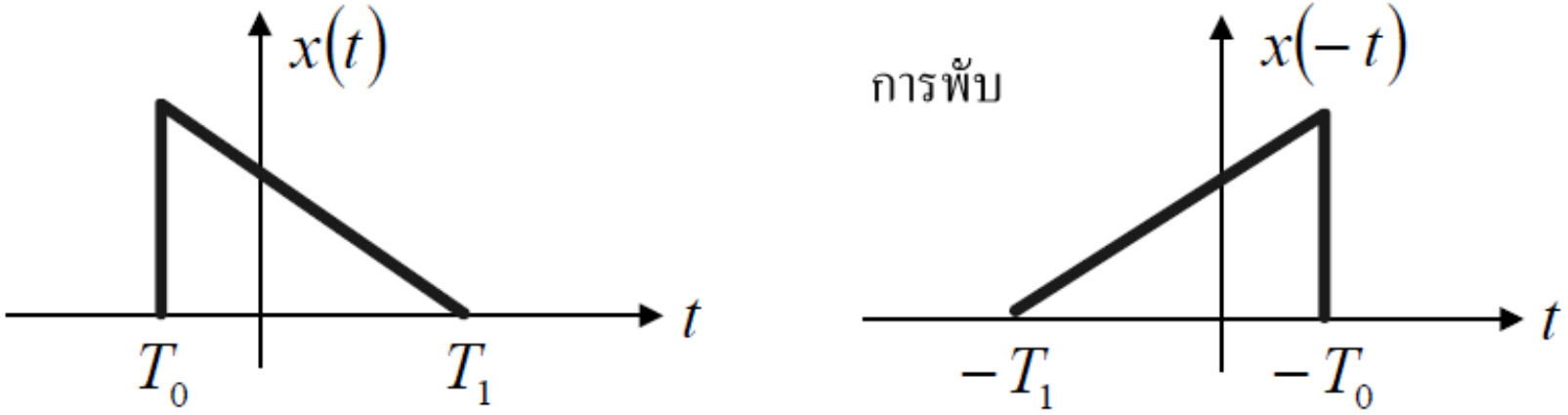
จงหา

$x(2t)$

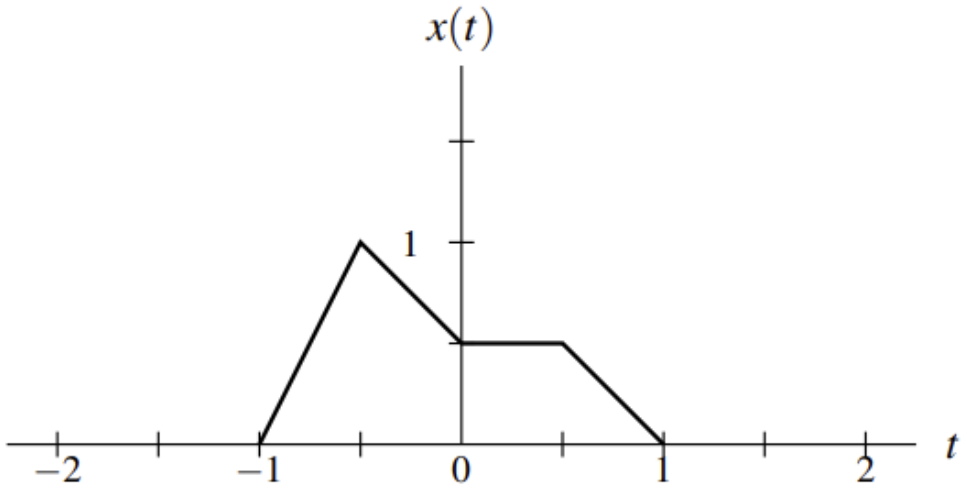
$x(\mathrm{t}/2)$

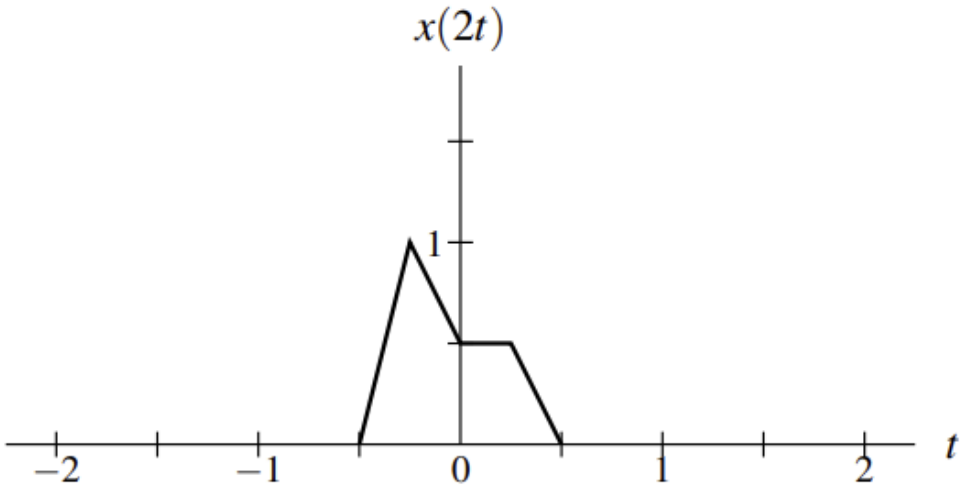
3.4 การพับสัญญาณ (folding)

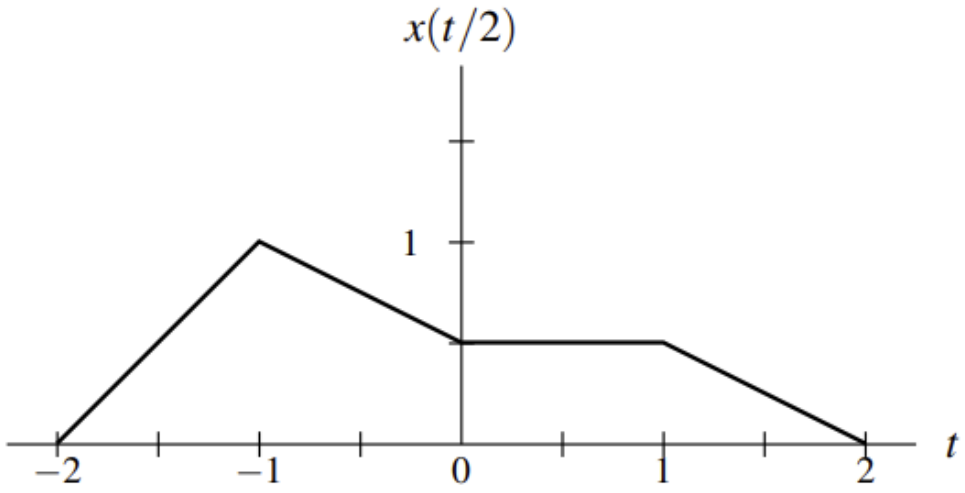
$$y(t) = x(t)\Big|_{t \to -t} = x(-t)$$

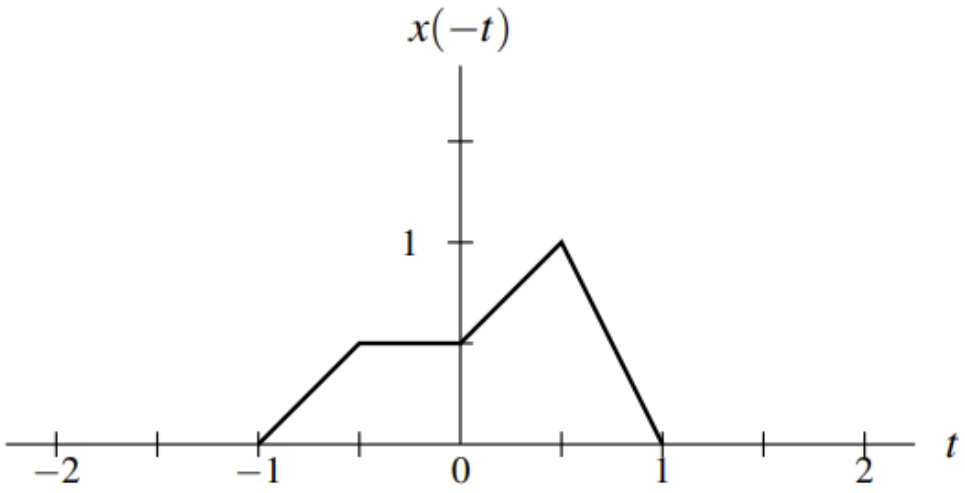


ตัวอย่าง



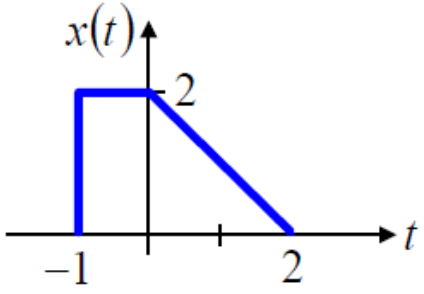




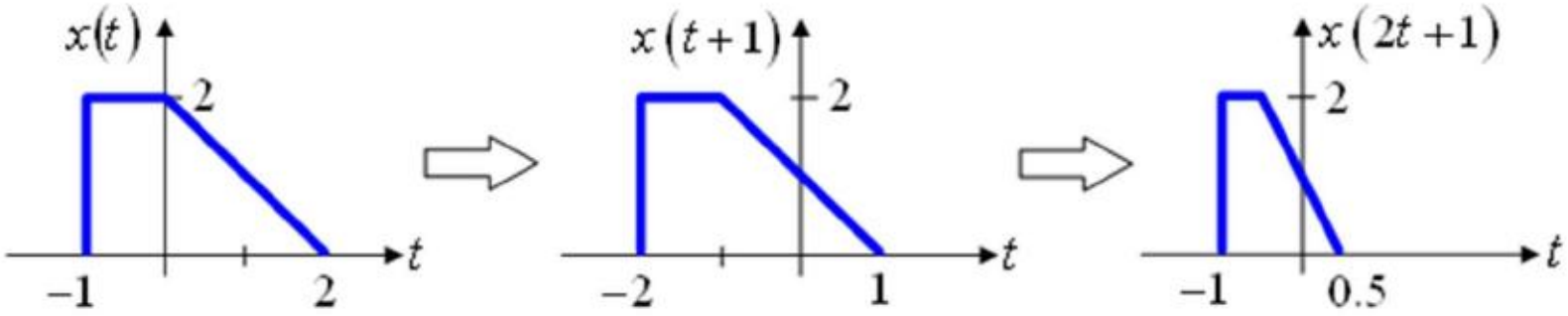


การผสม (Combined)

- การผสมระหว่างการเลื่อนเวลา และ การสเกลเวลาของสัญญาณ (Combined time-shifting & time-scaling)
  - ถ้าหากต้องการแปลงสัญญาณ $x(t)$ เป็น $x(at+b)$
  - ให้ทำ time shifting ก่อน แล้วค่อยทำ time scaling

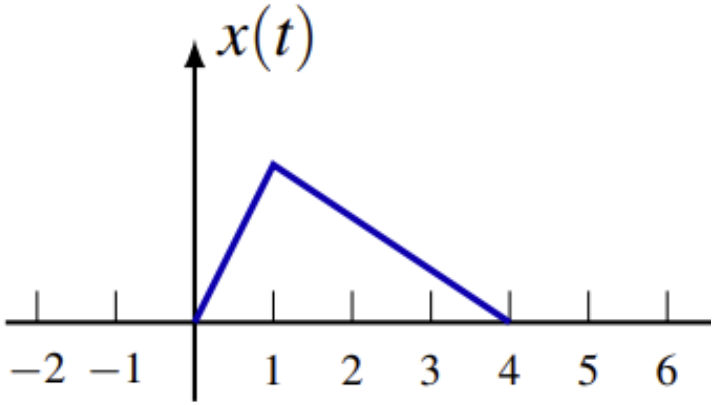


จงหา $x(2t+1)$

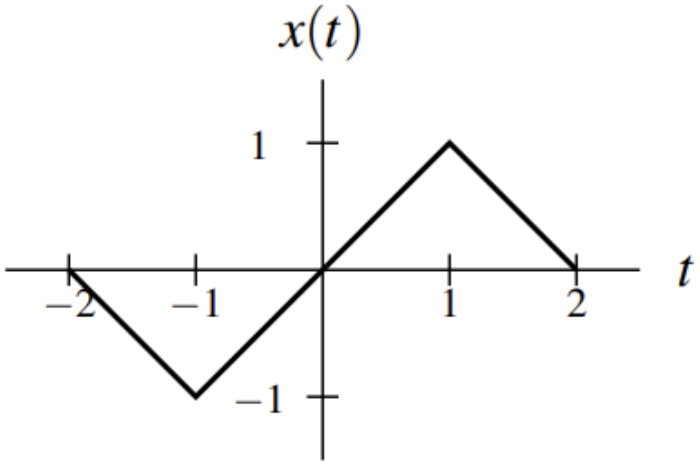


แบบฝึกหัด

จากสัญญาณที่กำหนด จงหา $x(\frac{1}{2}t + 1)$

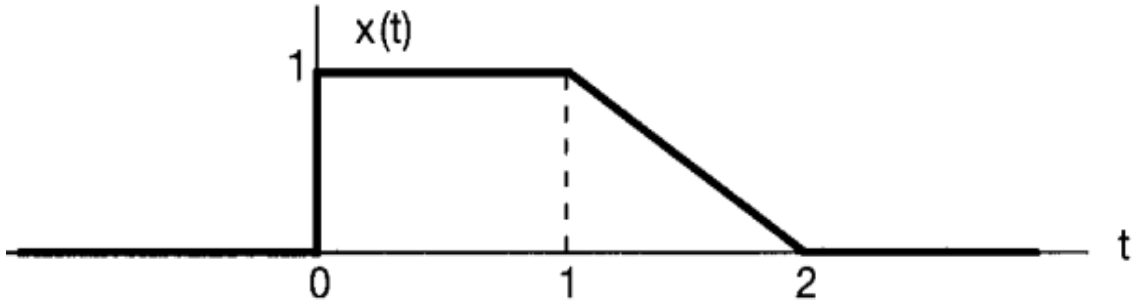


จากสัญญาณที่กำหนด จงหา $x(2t - 1)$

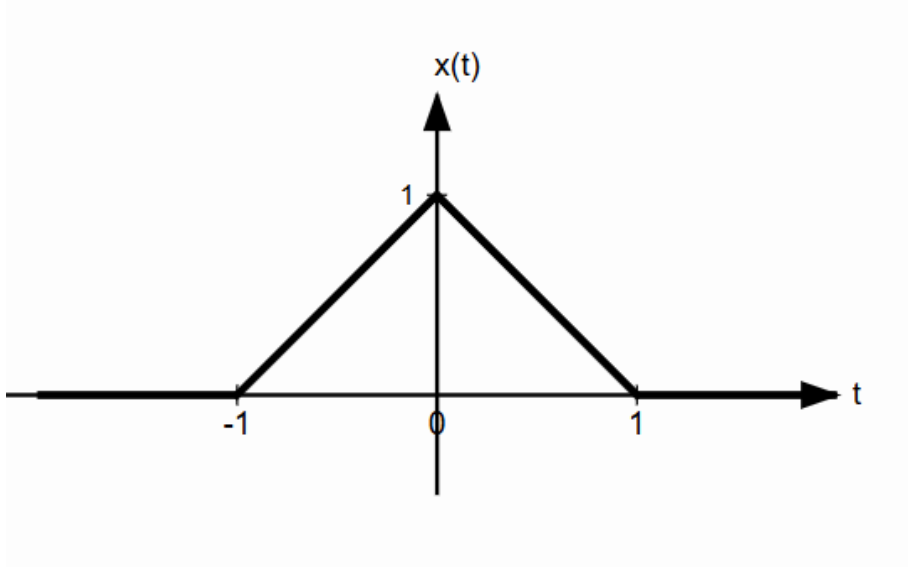


แบบฝึกหัด

จากสัญญาณที่กำหนด จงหา $x(\frac{3}{2}t + 1)$



จากสัญญาณที่กำหนด จงหา $x(3t + 2)$

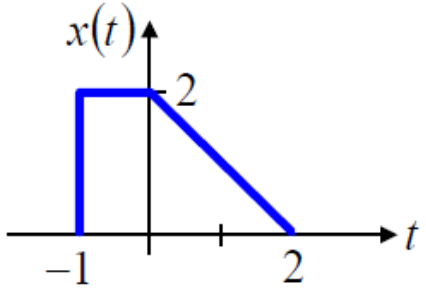


การผสม (Combined)

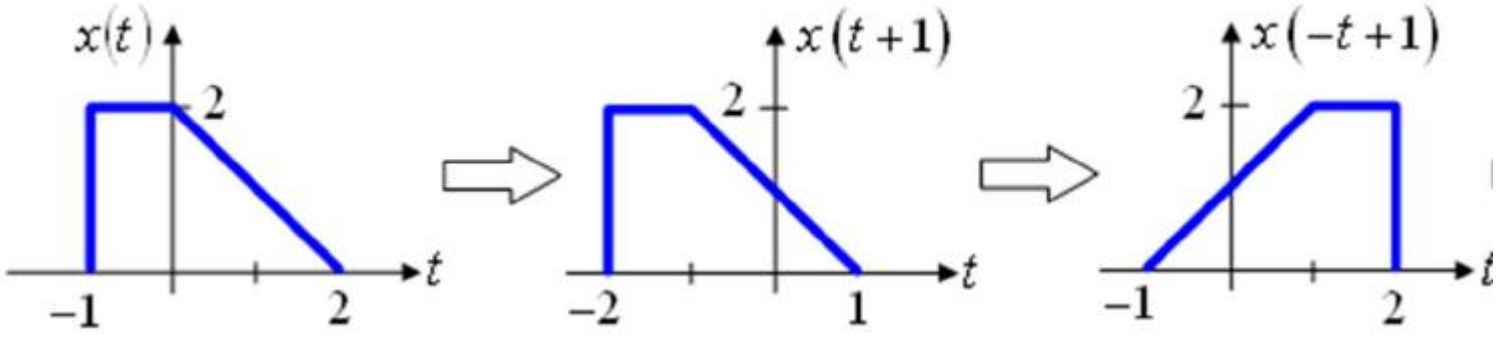
- การผสมระหว่างการเลื่อนเวลา และ การพับสัญญาณ

  (Combined time-shifting & folding)

  - ถ้าหากต้องการแปลงสัญญาณ $x(t)$ เป็น $x(T-t)$
  - ให้ทำ time shifting (advance) ก่อน แล้วค่อยทำ folding

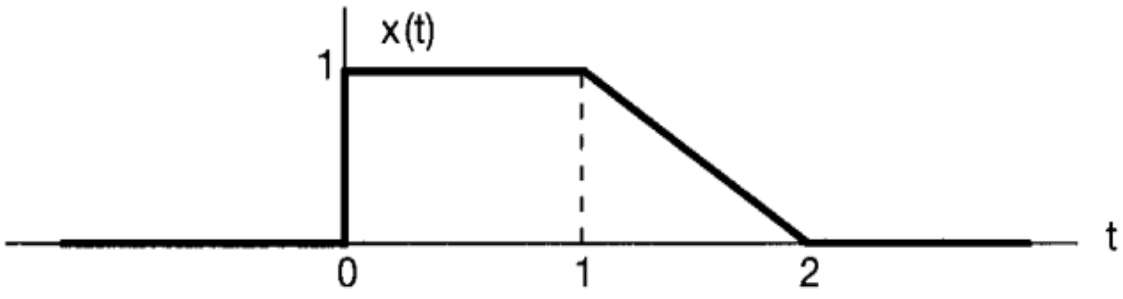


จงหา $x(-t+1)$

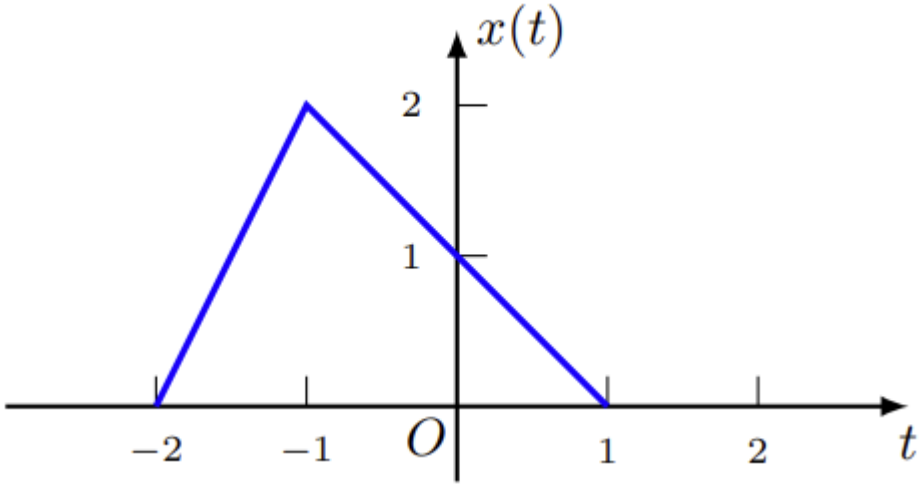


แบบฝึกหัด

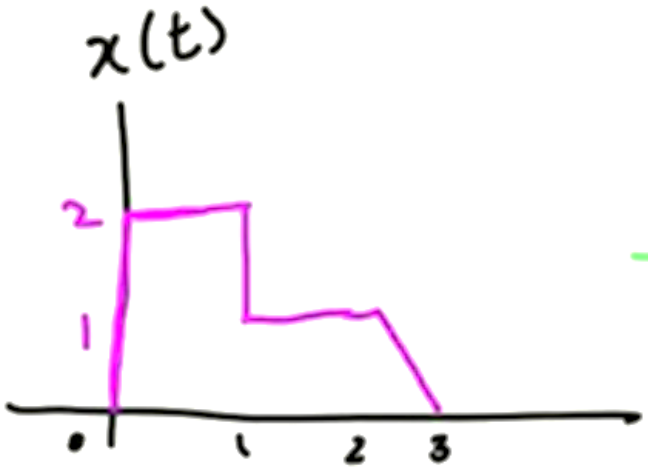
จากสัญญาณที่กำหนด จงหา $x(1-t)$



จากสัญญาณที่กำหนด จงหา $x(1-\frac{2}{3}\mathrm{t})$



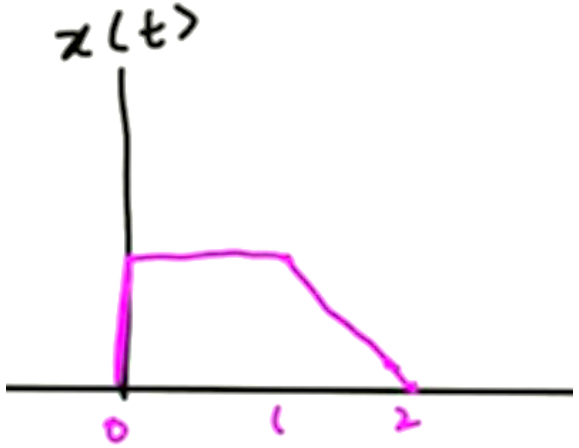
แบบฝึกหัด



จากสัญญาณที่กำหนดให้

จงวาดภาพ

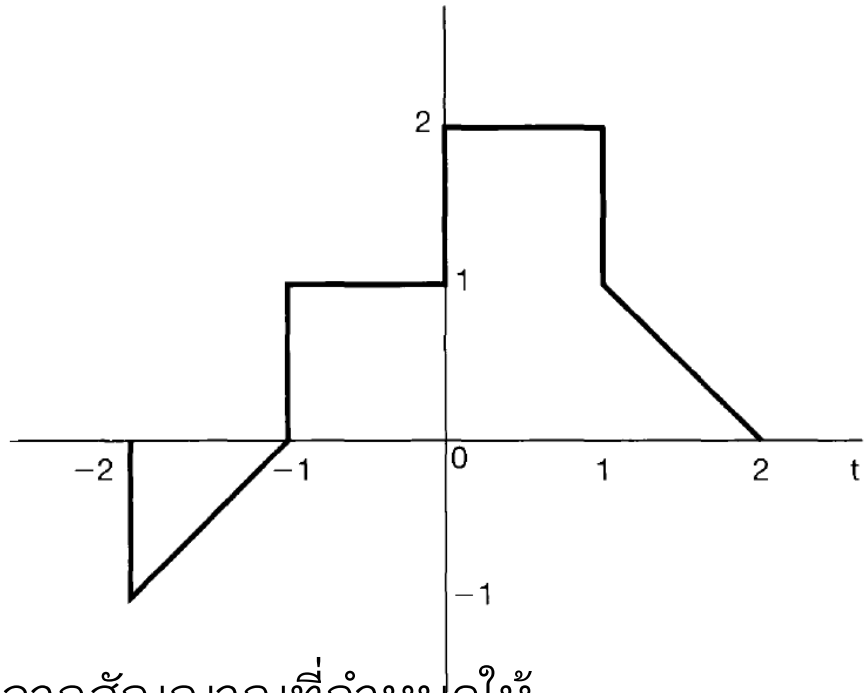
$$2x(-2t-3)$$



จากสัญญาณที่กำหนดให้

จงวาดภาพ

$$x(-t+3)$$



จากสัญญาณที่กำหนดให้

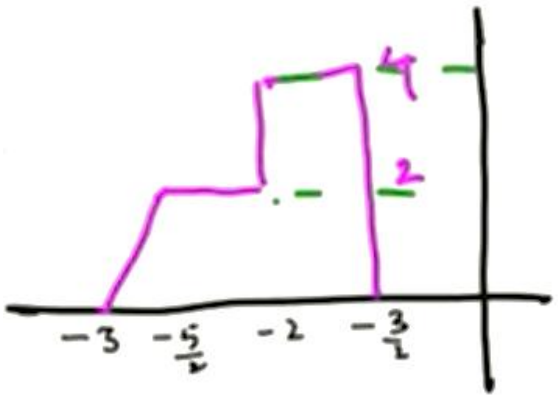
จงวาดภาพ

$$x(t-1) \qquad x(2-t)$$

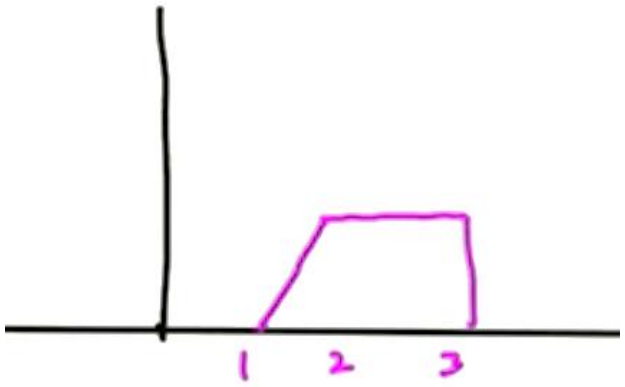
$$x(2t+1) \qquad x(4-\frac{1}{2}t)$$

เฉลย

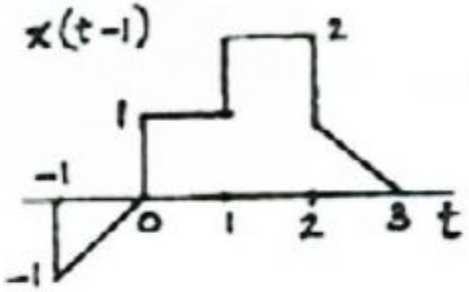
$2x(-2t-3)$



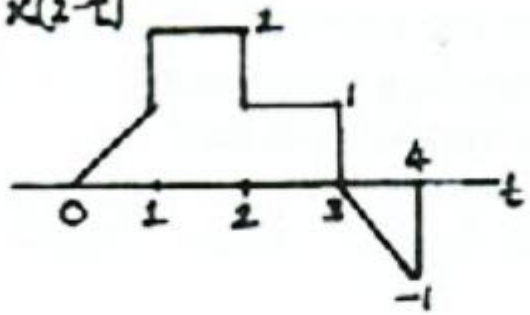
$x(-t+3)$



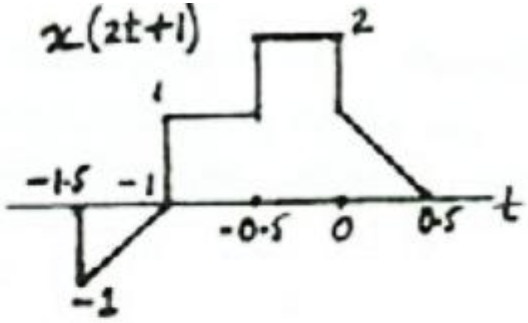
$x(t-1)$



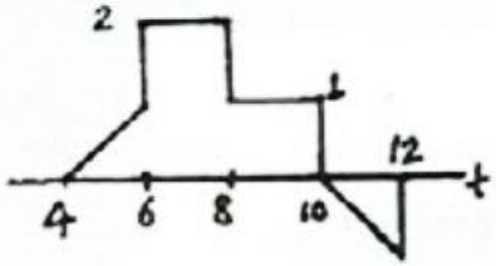
$x(2-t)$



$x(2t+1)$



$x(4-t/2)$



Question ?