

# Índice

<b>1. Combinación de cargas</b>	<b>2</b>
<b>2. Elementos de unión</b>	<b>2</b>
2.1. Uniones abulonadas . . . . .	2
2.1.1. Área efectiva . . . . .	3
2.1.2. Verificaciones . . . . .	3
2.2. Chapa de unión . . . . .	4
<b>3. Compresión áxil</b>	<b>5</b>
3.1. Pandeo local . . . . .	5
3.1.1. Elementos no rigidizados $Q_s$ . . . . .	5
3.1.2. Elementos rigidizados $Q_a$ . . . . .	6
3.2. Columnas simples . . . . .	7
3.2.1. Coeficiente k para sistemas desplazables . . . . .	8
3.2.2. Uso de nomogramas . . . . .	8
3.2.3. Cálculo de tensión crítica y verificación . . . . .	8
3.3. Columnas armadas . . . . .	9
3.3.1. Paso 1: obtención de $M_s$ . . . . .	9
3.3.2. Paso 2: determinación de carga última $P_{u1}$ . . . . .	10
3.3.3. Paso 3: determinación de resistencia de diseño $P_d$ . . . . .	11
3.3.4. Paso 4: verificación de diagonales . . . . .	11
3.3.5. Paso 5: verificación de la presilla . . . . .	12

## 1. Combinación de cargas

Para la combinación de cargas, lo primero que se recomienda es la transmisión de **estados base**, y a partir de los mismos, calcular los esfuerzos últimos. Las combinaciones utilizadas son las dadas en CIRSOC 301 **Art. A.4.2** como se muestra a continuación:

$$1,4 * (D)$$

$$1,2D + 1,6L$$

$$0,9D + 1,6W.$$

Por otro lado, para las cargas de servicio, utilizamos:

$$1 * D + 1 * W$$

$$1 * D + 1 * L$$

$$1 * D + 0,7 * (W + L).$$

## 2. Elementos de unión

Podemos estudiar dos tipos de uniones: **abulonadas** y **soldadas**. En nuestro caso, resolvimos principalmente ejercicios de uniones abulonadas. Vamos a considerar las uniones abulonadas.

### 2.1. Uniones abulonadas

Lo primero es distinguir los dos tipos de bulones:

- Bulones comunes calibrados. ( $F_u = 370 \text{ MPa}, F_y 235 \text{ MPa}$ )
- Bulones de alta resistencia. (*varia*)

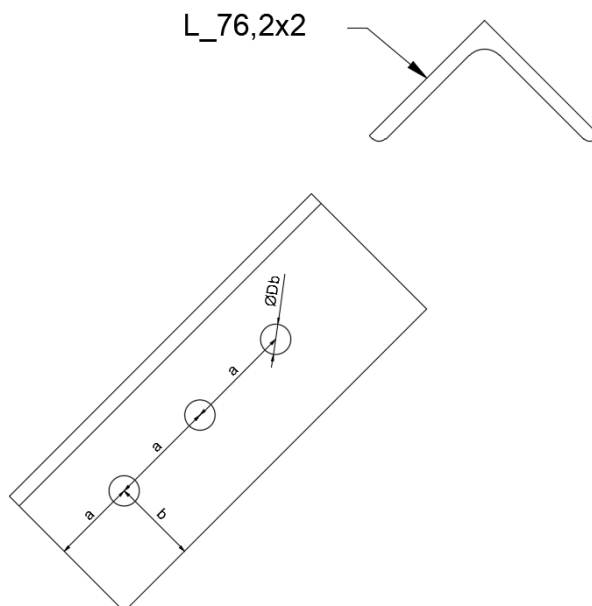


Figura 1: Perfil L

Lo primero que debemos hacer es encontrar los datos geométricos para resolver el problema. Tomando, por ejemplo, un perfil L76.2x2 como se ve en Figure 1 de tablas como la PentaKa, podemos obtener:

$$B = 76.2 \text{ mm} \quad (\text{Ancho})$$

$$A_b = 2.98 \text{ cm}^2 \quad (\text{Área bruta})$$

$$x_g = 2 \text{ mm.} \quad (\text{Centro de gravedad})$$

Lo primero que debemos es encontrar el área a utilizar. Distinguimos tres tipos de área: área bruta, área neta y área efectiva. El área neta  $A_n$  es el área bruta descontando los bulones, y el área efectiva  $A_e$  es el área teniendo en cuenta el efecto llamado *retraso de cortante*, debido a que no todos los elementos están directamente conectados.

### 2.1.1. Área efectiva

En nuestro caso tenemos elementos no directamente conectados, por lo tanto debemos encontrar el área efectiva. Esto se puede encontrar mediante la fórmula **B.3.1.** del CIRSOC 301. Esta es:

$$A_e = A_n * U.$$

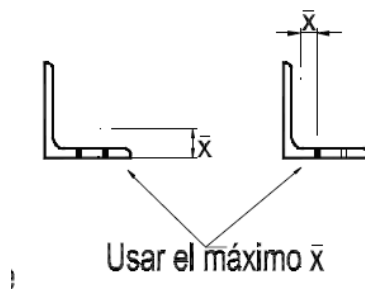


Figura 2: Determinación de  $\bar{x}$

Donde  $U$  es un factor que debe ser obtenido, y que depende de la distancia  $\bar{x}$ , que es la distancia entre el plano de la unión y el centro de la unión. Esto se puede ver en la **Figura B.3.1** del CIRSOC 301 (pág 69). También se muestra un ejemplo común para perfiles L en la figura Figure 2 En nuestro caso obtenemos  $\bar{x}$  como:

$$\bar{x} = B - x_g - b.$$

Donde  $b$  está representado en la Figure 1. Obtenido éste valor, podemos encontrar el factor de  $U$  como:

$$U = 1 - (\bar{x}/10) \leq 0,9.$$

Con esto, ya podemos encontrar el valor de  $A_e$ .

### 2.1.2. Verificaciones

Es necesario hacer tres verificaciones en este tipo de unión: a fluencia en la sección bruta, a rotura en la sección efectiva y a bloque de corte. Esto es de la siguiente forma:

**Fluencia en sección bruta** para este tipo de verificación se toma  $\phi_t = 0,9$ , y obtenemos la resistencia de diseño como:

$$P_d = P_n * \phi_t = \phi_t * F_y * A_g * (10^{-1}).$$

**Rotura en sección efectiva** se toma un  $\phi_t = 0,75$ , y de forma similar, tenemos:

$$P_d = P_n * \phi_t = \phi_t * F_u * A_e * (10^{-1}).$$

**Bloque de corte** para esto tomamos el Ejemplo 1 de CIRSOC 301 (pág 16 del PDF). Necesitamos encontrar las siguientes área:

- Área neta de corte  $A_{nv}$ .
- Área bruta de corte  $A_{gv}$ .
- Área neta a tracción  $A_{nt}$ .
- Área bruta a tracción  $A_{gt}$ .

Tomando como referencia lo dado en Figure 3, las áreas serían:

$$\begin{aligned} A_{gv} &= L * e \\ A_{nv} &= (L - 2,5 * t) * e \\ A_{gt} &= b * e \\ A_{nt} &= (b - 0,5 * t) * e. \end{aligned}$$

Donde  $e$  es el espesor, y el 2.5 y 0.5 dependen de la cantidad de bulones.

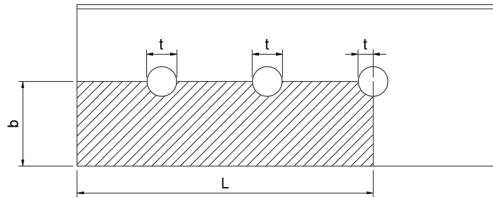


Figura 3: Bloque de corte.

Por último, utilizando la sección **J.4.3** del CIRSOC 301 (pág 170), vemos dos casos.

**Caso A:** cuando  $F_u * A_{nt} * (10^{-1}) \geq 0,6 * F_u * A_{nv} * (10^{-1})$ , entonces:

$$\phi * R_n = \phi * [0,6 * F_y * A_{gv} + F_u * A_{nt}] * (10^{-1}).$$

**Caso B:** cuando  $F_u * A_{nt} * (10^{-1}) \leq 0,6 * F_u * A_{nv} * (10^{-1})$ , entonces:

$$\phi * R_n = \phi * [0,6 * F_u * A_{nv} + F_y * A_{gt}] * (10^{-1}).$$

Donde el valor de  $\phi = 0,75$ .

## 2.2. Chapa de unión

Es un elemento normalmente utilizado para unir perfiles y columnas. Generalmente se toma como referencia el bulón más alejado, y tomando dos líneas que salgan a  $30^\circ$  se obtiene la longitud  $L'$ , como se muestra en Figure 4.

Obteniendo esta longitud, y conociendo el espesor de la chapa  $e'$  (normalmente  $1/8''$ ), podemos obtener el área bruta y neta como:

$$\begin{aligned} A_g &= e' * L' \\ A_n &= A_g - t * e'. \end{aligned}$$

Luego, de forma similar a lo hecho para una unión abulonada, debemos verificar la fluencia en la sección bruta y la rotura en la sección neta, pero no es necesario verificar bloque de corte.

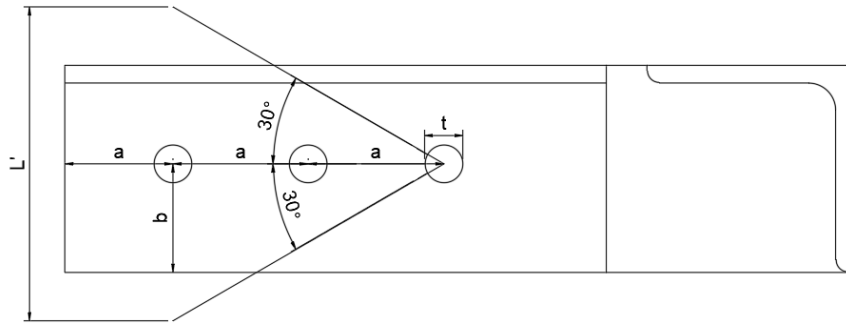


Figura 4: Esquema de chapa.

### 3. Compresión áxil

Cuando evaluamos la compresión áxil, es crucial considerar el **pandeo**. Para esto nos valemos de la *teoría de Euler*, que tiene como hipótesis:

1. El material es isótropo, homogéneo y elástico.
2. La barra es perfectamente recta inicialmente y sección constante.
3. La fuerza de compresión actúa a lo largo del eje recto.
4. Los elementos de la barra son articulaciones perfectas sin fricción, por lo que el acortamiento no está restringido.
5. Las deformaciones son pequeñas.
6. Las únicas tensiones son debidas a fuerza áxil.

Vamos a considerar dos tipos de perfiles: barras simples y barras armadas.

#### 3.1. Pandeo local

Para poder hacer esto consideramos la sección A-B.5 del Apéndice B del CIRSOC 301.

Lo primero que debemos encontrar es el factor **Q**, que es una corrección por **elementos esbeltos**. La misma es igual a:

$$Q = Q_s * Q_a.$$

Donde  $Q_s$  es el menor factor de reducción por pandeo local de los elementos comprimidos no rigidizados de la sección transversal, y  $Q_a$  es el factor de reducción por pandeo local de los elementos comprimidos rigidizados de la sección transversal.

Consideramos que si la sección solo tiene elementos no rigidizados,  $Q_a = 1$ , y si solo tiene elementos rigidizados,  $Q_s = 1$ .

##### 3.1.1. Elementos no rigidizados $Q_s$

Para el cálculo de este tipo de elementos utilizamos lo visto en **A-B.5.3.(a)** Dependiendo del tipo de perfil, primero debemos verificar si tenemos elementos esbeltos. Entramos a la **Tabla B.5.1.** y elegimos el caso que tengamos. Luego, buscamos la *relación ancho/espesor* y  $\lambda_r$ . Entonces, si  $\lambda_r \leq b/t$ , **tenemos elementos esbeltos**, por lo que es necesario encontrar el valor de  $Q_s$ , que en caso contrario, será  $Q_s = 1$ .

En caso de encontrar que tenemos elementos esbeltos, determinamos un caso del **A-B.5.3.(a)** y obtenemos el valor.

**Viga doble Te** para este caso, en la tabla consideramos el **Caso 5**, donde vemos que:

$$\text{relación ancho/espesor} = b/t$$

$$\lambda_r = 0,64 * \sqrt{\frac{E}{F_y/k_c}}$$

Donde el valor de  $k_c$  se obtiene como:

$$0,35 \leq k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} \leq 0,763.$$

Verificamos que tenemos elementos esbeltos. Si los tenemos, utilizamos el caso C de **A-B.5.3.(a)**.

Cuando:

$$0,45 * \sqrt{E/F_y} \leq (b/t) \leq 0,91 * \sqrt{E/F_y}$$

$$Q_s = 1,34 - 0,76 * (b/t) * \sqrt{F_y/E} \leq 1.$$

Cuando:

$$(b/t) \geq 0,91 * \sqrt{E/F_y}$$

$$Q_s = \frac{0,53 * E}{\left(F_y * \left(\frac{b}{t}\right)^2\right)} \leq 1.$$

### 3.1.2. Elementos rigidizados $Q_a$

Para el cálculo de éste coeficiente lo debemos hacer de forma *iterativa* pero primero realizamos la misma verificación que en el paso anterior. Desde la **Tabla B.5.1**, en la sección de elementos rigidizados, verificamos si tenemos elementos esbeltos. De tenerlos, lo primero que hacemos es obtener la esbeltez global. Conociendo el valor de  $k$ , tenemos:

$$\lambda = \frac{k * L}{r}$$

$$\lambda_c = \frac{\lambda}{\pi} * \sqrt{\frac{F_y}{E}}.$$

Luego, **proponemos un valor** de  $Q_a$ . Un buen valor es 0.8. Luego, obtenemos, ya habiendo determinado el valor de  $Q_s$  anteriormente. A partir de la sección **A-B.5.3.b** (pág 209), dependiendo del tipo de sección, adoptamos un caso.

Con el valor propuesto, cuando:

$$\sqrt{Q} * \lambda_c \leq 1,5$$

$$F_{cr} = Q * \left(0,658^{Q * \lambda_c^2}\right) * F_y. \quad (\text{A-B.5.15})$$

Cuando:

$$\sqrt{Q} * \lambda_c \geq 1,5$$

$$F_{cr} = \left(\frac{0,877}{\lambda_c^2}\right) * F_y. \quad (\text{A-B.5.16})$$

Luego, adoptamos:

$$f = \phi_c * F_{cr} = 0,85 * F_{cr}.$$

Teniendo este valor, podemos elegir el caso (normalmente Caso B), de **A-B.5.3.(b)**, podemos obtener el valor de  $b_e$ , que es el ancho efectivo reducido. Entonces, el área efectiva reducida será:

$$A_{ef} = A_g - \Sigma(b - b_e) * t.$$

Y se verifica el valor de  $Q_a$  como:

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g}.$$

Si la diferencia no es importante, se adopta  $Q_a$ , en caso contrario, se debe iterar con un nuevo valor. Si se adopta el valor dado, se prosigue a verificar el valor de  $F_{cr}$  y  $R_d$ .

### 3.2. Columnas simples

Lo primero que se debe evaluar es el valor de la longitud de pandeo  $k * L$ . Esto depende principalmente del coeficiente  $k$ . El mismo dependerá de las condiciones de borde de la columna. Se puede hacer una primera aproximación con lo mostrado en Figure 5.





Valores de K para columnas						
La forma de pandeo se indica en línea de puntos	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Valores teóricos de K	0,5	0,7	1,0	1,0	2,0	2,0
Valores recomendados de proyecto para condiciones reales	0,65	0,80	1,2	1,0	2,10	2,0
Condiciones de vínculo	 Rotación y Traslación impedida  Rotación libre y Traslación impedida  Rotación impedida y Traslación libre  Rotación libre y Traslación libre					

Figura 5: Figura 4-15 de CIRSOC 301.

En general, si tenemos **sistemas indesplazables**, se puede adoptar:

$$k = 1. \quad (\text{para sistemas indesplazables})$$

Para el caso de **sistemas desplazables** debemos calcular el mismo a partir de los nomogramas de **4.5 (B)** (pág. 133 del PDF).

### 3.2.1. Coeficiente k para sistemas desplazables

Lo primero que se debe hacer es realizar la verificación para reducir por inelasticidad. Tomando la sección **C-C.2** de los Comentarios del CIRSOC 301 (pag 81 del PDF), vemos que:

$$P_u/P_y \leq 1/3 \longrightarrow \beta = 1$$

En caso contrario, si  $P_u/P_y > 1/3$ , tenemos:

$$\beta = -7,38 * (P_u/P_y) * \log \left( \frac{P_u/P_y}{0,85} \right).$$

Donde  $P_u$  es la resistencia requerida de la columna en kN, y  $P_y$  la resistencia de fluencia de la columna.

### 3.2.2. Uso de nomogramas

Luego de encontrar el valor de  $\beta$ , debemos encontrar los valores de  $G_a$  y de  $G_b$ . En caso de que una de las articulaciones sea empotrada, entonces el valor de  $G_i = 1$ .

Los valores de  $G_i$  se obtienen como:

$$G = \frac{\Sigma(\beta * I_c/L_c)}{\Sigma(I_g/L_g)}.$$

Donde se consideran todas las barras rígidamente unidas al nudo y contenidas en el plano de pandeo de la columna considerada,  $I_c$  es el momento de inercia de la columna,  $L_c$  la longitud no arriostrada de la columna,  $I_g$  el momento de inercia de la viga y  $L_g$  la longitud no arriostrada de la viga.

Conociendo los dos valores, utilizamos la **Figura C-C.2.2** (pág 79 de Comentarios del CIRSOC 301), para obtener el valor de K.

### 3.2.3. Cálculo de tensión crítica y verificación

Luego de conocido el valor de K, debemos encontrar la tensión crítica. Primero, encontramos la mayor **esbeltez reducida**. Para esto, comparamos las **esbelteces geométricas** de la pieza en sentido X y en sentido Y.

Primero, consideramos la esbeltez geométrica *en dirección x y alrededor del eje y*:

$$\lambda_y = \frac{k * L}{r_y}.$$

Luego, la esbeltez geométrica *en dirección y y alrededor del eje x* será:

$$\lambda_x = \frac{k * L}{r_x}.$$

Adoptamos el valor máximo de  $\lambda_i$ , y obtenemos la esbeltez reducida como:

$$\lambda_c = \frac{\lambda}{\pi} * \sqrt{\frac{F_y}{E}}.$$

A partir de la sección **E.2** del CIRSOC 301 (pág 106), tenemos:

$$F_{cr} = (0,658^{\lambda_c^2}) * F_y \quad (\lambda_c \leq 1,5)$$

$$F_{cr} = \left( \frac{0,877}{\lambda_c^2} \right) * F_y \quad (\lambda_c \geq 1,5)$$



Conocida la tensión crítica  $F_{cr}$ , podemos obtener la resistencia nominal y la resistencia de diseño de una pieza como:

$$P_n = A_g * F_{cr} * (10^{-1})$$

$$P_d = \phi * P_n.$$

En este caso,  $\phi = 0,85$ , ya que es resistencia a la compresión.

### 3.3. Columnas armadas

Las columnas armadas están conformadas por varios perfiles y generalmente diagonales. En particular, consideramos las del Grupo 4, definidas en **A-E.4.2.1.** del CIRSOC 301 (pág 215).

En las mismas consideramos como carga última, tanto el valor de  $P_u$  como el de un momento  $M_s$  que comprime a uno de los cordones de perfiles. Entonces, lo primero es obtener el momento  $M_s$ .

#### 3.3.1. Paso 1: obtención de $M_s$

Para obtener esto es necesario obtener la *esbeltez de la columna armada como una unidad*  $\lambda_o$ , a partir de la que podemos obtener su esbeltez modificada. Todo esto se hace con respecto al **eje libre**, que es aquel que no corta las barras. En el caso analizado será el eje Y.

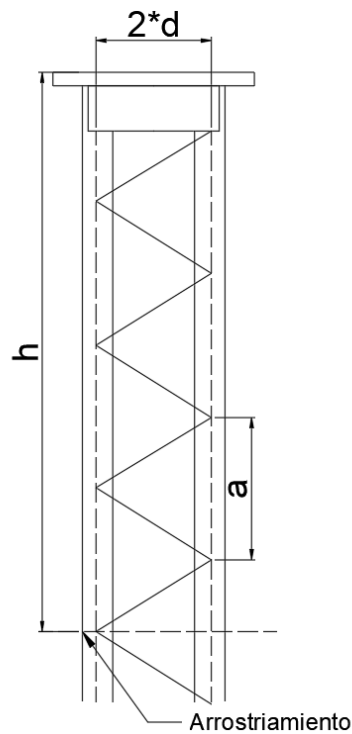


Figura 6: Vista de columna armada.

Considerando una columna de un cordón de perfiles, con dos perfiles como se muestra en Figure 7, podemos obtener el radio de giro del cordón mediante el teorema de Stainer, y considerando la inercia *paralela* al eje libre, que en este caso sería Y.

Primero obtenemos la inercia, y luego el radio de giro como:

$$I_{py} = I_g + A_g * d^2$$

$$r_c = \sqrt{\frac{I_{py}}{A_g}}.$$

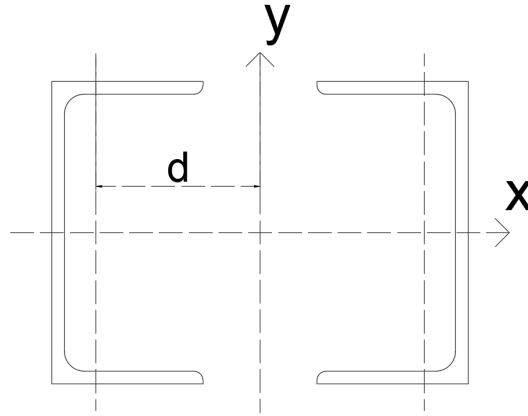


Figura 7: Sección de columna armada

Por último, obtenemos el valor de  $\lambda_0$  como:

$$\lambda_0 = \frac{k * L}{r_c}.$$

Luego, necesitamos obtener el valor de  $\lambda_1$ , que es un valor auxiliar que se relaciona con la rigidez a corte de las vigas de celosía. Esta se determina según cuestiones de configuración de la celosía y geometría, y puede ser determinada mediante la **Figura A-E.4.2** del CIRSOC 301 (pág 217).

Determinados estos dos valores, obtenemos la esbeltez modificada  $\lambda_m$  como:

$$\lambda_m = \sqrt{\lambda_0^2 + \lambda_1^2}.$$

Con este valor podemos obtener  $P_{cm}$ :

$$P_{cm} = \frac{\pi^2 * E * A_g}{\lambda_m^2} * (10^{-1}).$$

También debemos considerar una excentricidad debido a una deformación inicial, que se obtiene como:

$$e_o = \frac{k * L}{500}, \text{ en cm.}$$

Entonces podemos obtener el momento  $M_s$  como se escribe a continuación. Si se contase con un momento último  $M_u$ , es necesario considerarlo en este momento.

$$M_s = \frac{P_u * e_o * (10^{-2}) + M_u}{1 - P_u/P_{cm}}, \text{ en kNm.}$$

### 3.3.2. Paso 2: determinación de carga última $P_{u1}$

En este paso debemos considerar tanto las cargas últimas  $P_u$ ,  $M_u$  y también el momento  $M_s$ . Esto lo hacemos como:

$$P_{u1} = \frac{P_u}{n} + \frac{M_s}{n_1 * h} * (10^2).$$

Siendo  $n$  el número de barras de la columna armada ( $n=2$  ó  $n=4$ ), y  $n_1$  el número de barras del cordón considerado ( $n_1 = 1$  ó  $n_1 = 2$ ).

### 3.3.3. Paso 3: determinación de resistencia de diseño $P_d$

Esta determinación se hace con la siguiente ecuación:

$$P_d = \phi * F_{cr} * A_{g1} * (10^{-1}).$$

Donde el  $F_{cr}$  se determinara según ciertas condiciones. Primero debemos determinar que esbeltez geométrica debemos adoptar. En principio, consideramos dos:

1. *Esbeltez local*: es la esbeltez que se da entre en dirección del eje débil de cada perfil, pero que se encuentra arriostrado debido a las vigas de celosía.
2. *Esbeltez global*: es la esbeltez de la pieza en la dirección paralela al eje libre, y que normalmente se encuentra arriostrada.

Si consideramos la Figure 6, y considerando las esbelteces nombradas, tenemos:

$$\lambda_x = \frac{k * h}{r_x} \quad (\text{General})$$

$$\lambda_{c1} = \frac{L_1}{r_y}. \quad (\text{Local})$$

Esto es generalmente así, ya que se arriostra con celosía generalmente la dirección más débil, y se lo arriostra entre columnas en la otra dirección para reducir el valor de  $h$ , que es la distancia libre.

Adoptando el mayor de ambos valores, tenemos:

$$\lambda = \frac{\lambda_x}{\pi} * \sqrt{\frac{f_y}{E}}.$$

Luego, con este valor calculamos el valor de  $F_{cr}$ :

$$F_{cr} = (0,658^{\lambda_c^2}) * F_y \quad (\lambda_c \leq 1,5)$$

$$F_{cr} = \left( \frac{0,877}{\lambda_c^2} \right) * F_y. \quad (\lambda_c \geq 1,5)$$

Conocida la tensión crítica  $F_{cr}$ , podemos obtener la resistencia nominal y la resistencia de diseño de una pieza como:

$$P_n = A_g * F_{cr} * (10^{-1})$$

$$P_d = \phi * P_n.$$

### 3.3.4. Paso 4: verificación de diagonales

Para este paso se considera la sección **A-E.4.2.1 (b)** del CIRSOC 301 (pág. 218). Lo primero es la determinación de  $\beta$ , que se hace como:

$$\beta = \frac{\pi}{400} * \left( \frac{1}{1 - P_u/P_{cm}} \right).$$

Entonces, encontramos el corte último  $V_{eu}$ , que se obtiene como:

$$V_{eu} = \beta * P_u + V_u.$$

Este esfuerzo debe ser proyectado a las diagonales, que se puede hacer mediante la siguiente formula:

$$D_u = \frac{V_{eu}}{2} * \frac{d}{h}.$$

Donde los valores de  $d$  y  $h$  son los determinados en la **Figura A-E.4.2.** del CIRSOC 301 (pág. 217).

Luego, verificamos la resistencia a compresión de la misma. Tomando el Caso 3 de la **Figura C.2.4** del CIRSOC 301 (pág. 92), y obteniendo el área del perfil de la diagonal y su radio de giro mínimo, obtenemos:

$$\lambda_{c(\text{diag})} = \frac{k * L_d}{r_{\min}} * \frac{1}{\pi} * \sqrt{\frac{F_y}{E}}.$$

Luego, obtenemos la tensión crítica  $F_{cr}$  como ya se describió, y se determina el valor de  $P_d$  y se verifica lo siguiente:

$$P_d = 0,85 * F_{cr} * A_{g(\text{diag})} \geq D_u.$$

### 3.3.5. Paso 5: verificación de la presilla

Esta parte se hace según la sección **A-E.4.3.1** del CIRSOC 301 (pág 221), que dice que en los extremos de las barras armadas se deberán colocar *presillas*, que restringen que los extremos de las mismas se desvien. Las mismas deberán satisfacer la siguiente condición:

$$\frac{n_p * l_p}{h} \geq \frac{10 * I_1}{a}.$$

con  $h$  y  $a$  según la **Figura A-E.4.3** (pág ), y donde  $I_1$  es la inercia del cordón con respecto al eje paralelo al eje libre analizado,  $n_p$ , el número de planos de presillas y  $I_p$  el momento de inercia de una presilla.

De la ecuación podemos despejar lo siguiente:

$$I_p \geq \frac{10 * h * I_1}{a * n_p}.$$

De lo anterior, sabemos los valores de  $I_1$  (normalmente  $I_y$ ),  $h$  y de  $a$ . En principio, además podemos adoptar el número de presillas como 2 (una en la parte inferior, y otra en la parte superior), por lo que podemos determinar el valor de  $I_p$ .

Luego, debemos adoptar un espesor comercial de planchuela de acero, que puede ser considerado como 1/8." 0.635cm, que denominamos  $t$ . Entonces, despejamos:

$$I_p = \frac{b * h^3}{12}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{12 * I_p}{t}}.$$

Con este valor podemos adoptar una altura de precilla, con lo que queda terminado la verificación de una columna armada.