



BOTELLAS OSCILANTES, MEDIO VACÍAS O MEDIO LLENAS

Jose Mario Castillo Muñoz
Juan José Camacho Olmos
Omar David Cote Chacón

Facultad de Ciencias, Escuela de Física
Universidad Industrial de Santander



Resumen

Se presenta un estudio experimental y teórico del movimiento oscilante de botellas parcialmente llenas al rodar sobre una superficie plana. Mediante Tracker se extrajo la trayectoria $x(t)$ y, en Python, se calculó $v(t)$ y se detectaron oscilaciones reales. Simultáneamente, se formuló un modelo lagrangiano masa-muelle-amortiguador que incorpora amortiguamiento viscoso. Los resultados cualitativos muestran que el aceite atenúa más y acelera el retorno al reposo, mientras que el agua prolonga e introduce irregularidades. El porcentaje de llenado modifica la inercia efectiva y la disipación de energía.

1. Introducción

El desbordamiento o *sloshing* en un recipiente móvil genera fuerzas internas que pueden desestabilizar sistemas tan críticos como tanques de combustible o cisternas en transporte. En una botella rodante, el líquido oscilante ejerce un par restaurador y disipa energía por fricción interna, condicionando la respuesta dinámica. Para amplitudes pequeñas y geometría cilíndrica, un modelo lagrangiano unidimensional —masa-muelle-amortiguador— captura analíticamente las frecuencias de oscilación y el amortiguamiento efectivo. Validamos este modelo con vídeos a 120fps, usando Tracker y Python, para cuantificar cómo la viscosidad y el porcentaje de llenado alteran la dinámica oscilatoria.

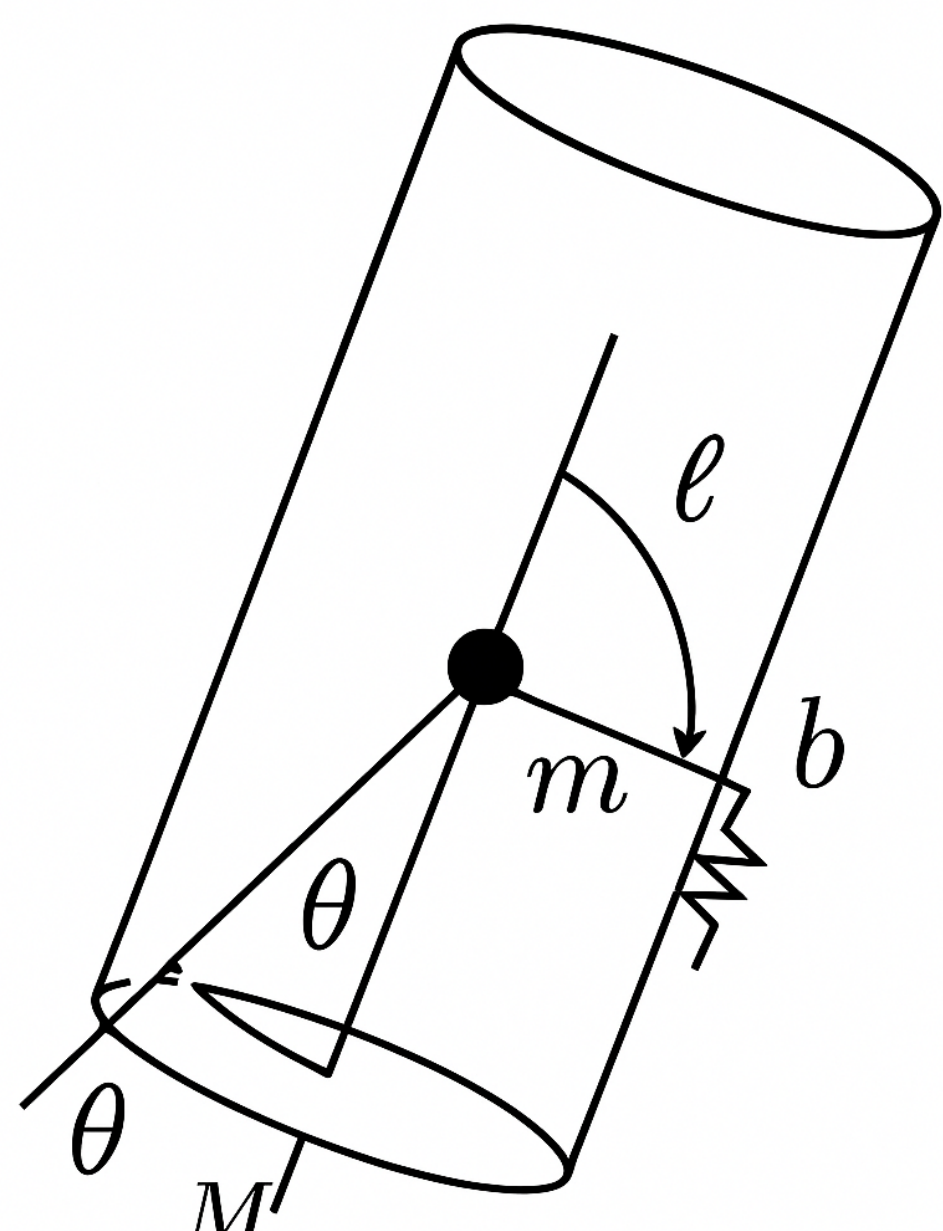
2. Objetivos

- **General:** Caracterizar la dinámica oscilatoria de botellas parcialmente llenas y el papel de la viscosidad.
- **Específicos:**
 - Desarrollar modelo masa-muelle-amortiguador con amortiguamiento interno.
 - Medir velocidad vs. tiempo experimentalmente.
 - Analizar oscilaciones según tipo de líquido y porcentaje de llenado.
 - Refinar el modelo con efectos detallados de viscosidad.

3. Modelo Teórico

Se modela la botella como un cilindro de masa M (inercia I) girando un ángulo θ , y el líquido como una masa puntual m unida al contenedor mediante un amortiguador viscoso de coeficiente b a distancia ℓ . Para pequeños ángulos y desplazamientos se obtienen las ecuaciones linealizadas:

$$\begin{cases} (I + m\ell^2)\ddot{\theta} + m\ell^2\ddot{\delta} + b(\dot{\theta} - \dot{\delta}) = 0, \\ m\ell^2(\ddot{\theta} + \ddot{\delta}) + mg\ell(\theta + \delta) + b(\dot{\delta} - \dot{\theta}) = 0. \end{cases}$$



Esquema: masa de botella M , masa puntual m , amortiguador b , longitud ℓ y ángulo θ .

4. Materiales y Metodología

Materiales:

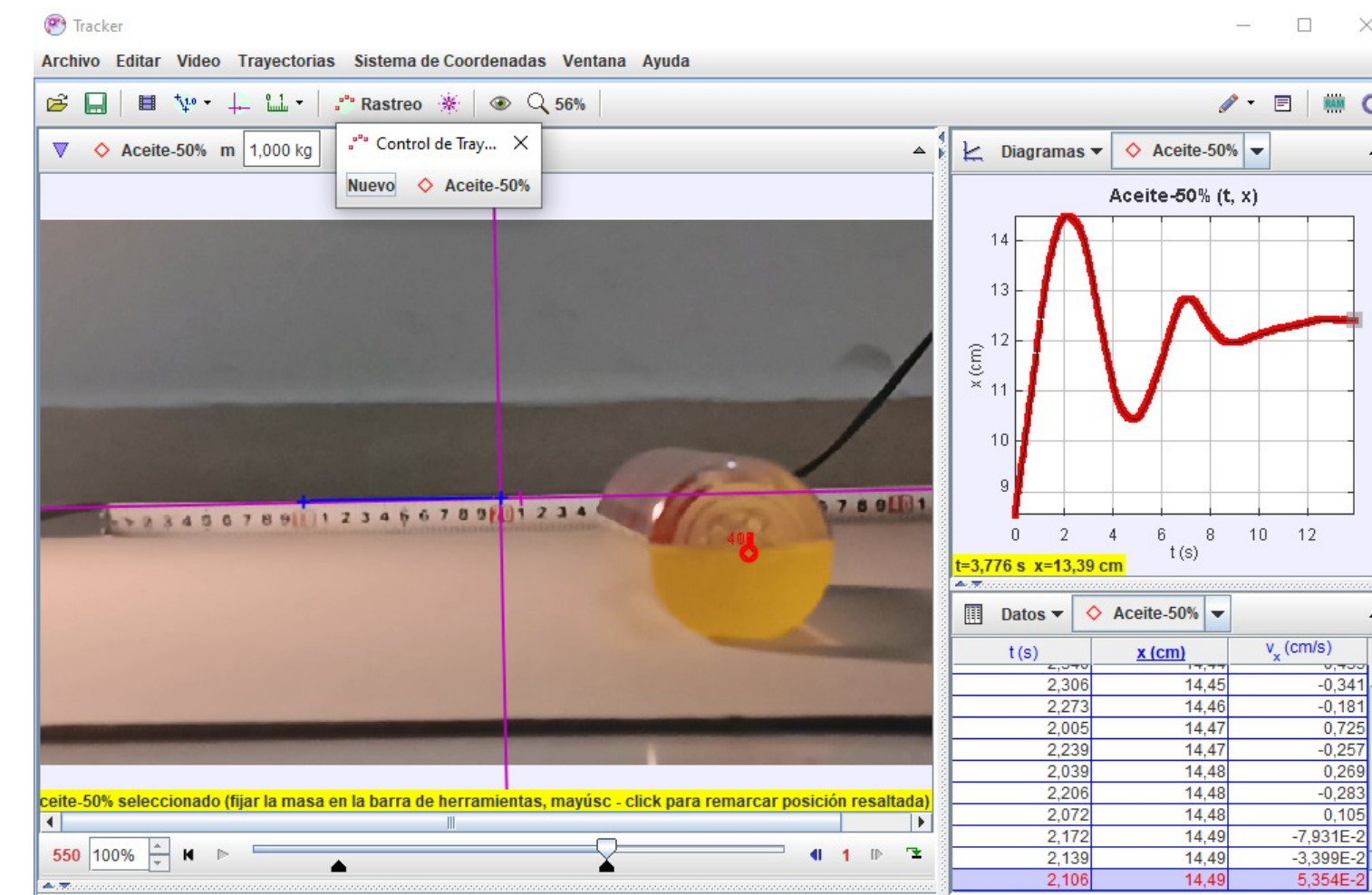
- **Botellas (x2):** plástico cilíndrico $\varnothing 4.5\text{cm} \times 16.5\text{cm}$, tapón roscado.
- **Líquidos:** agua destilada y aceite vegetal.
- **Superficie:** tablero de madera lisa.
- **Cámara:** grabación a 120fps.
- **Software:** Tracker y Python.



Dos botellas vacías (izquierda) y botella al 50 % de aceite (derecha).

Procedimiento:

1. Grabar la posición horizontal $x(t)$ del centro de masa con Tracker.
2. Suavizar $x(t)$ por media móvil y calcular la velocidad
$$v_i = \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2\Delta t}.$$
3. Detectar cruces por cero de $v(t)$ usando un umbral de amplitud y separación temporal mínima.
4. Contar las oscilaciones reales y medir la duración del régimen oscilatorio.



Entorno Tracker para botella con aceite al 50 %.

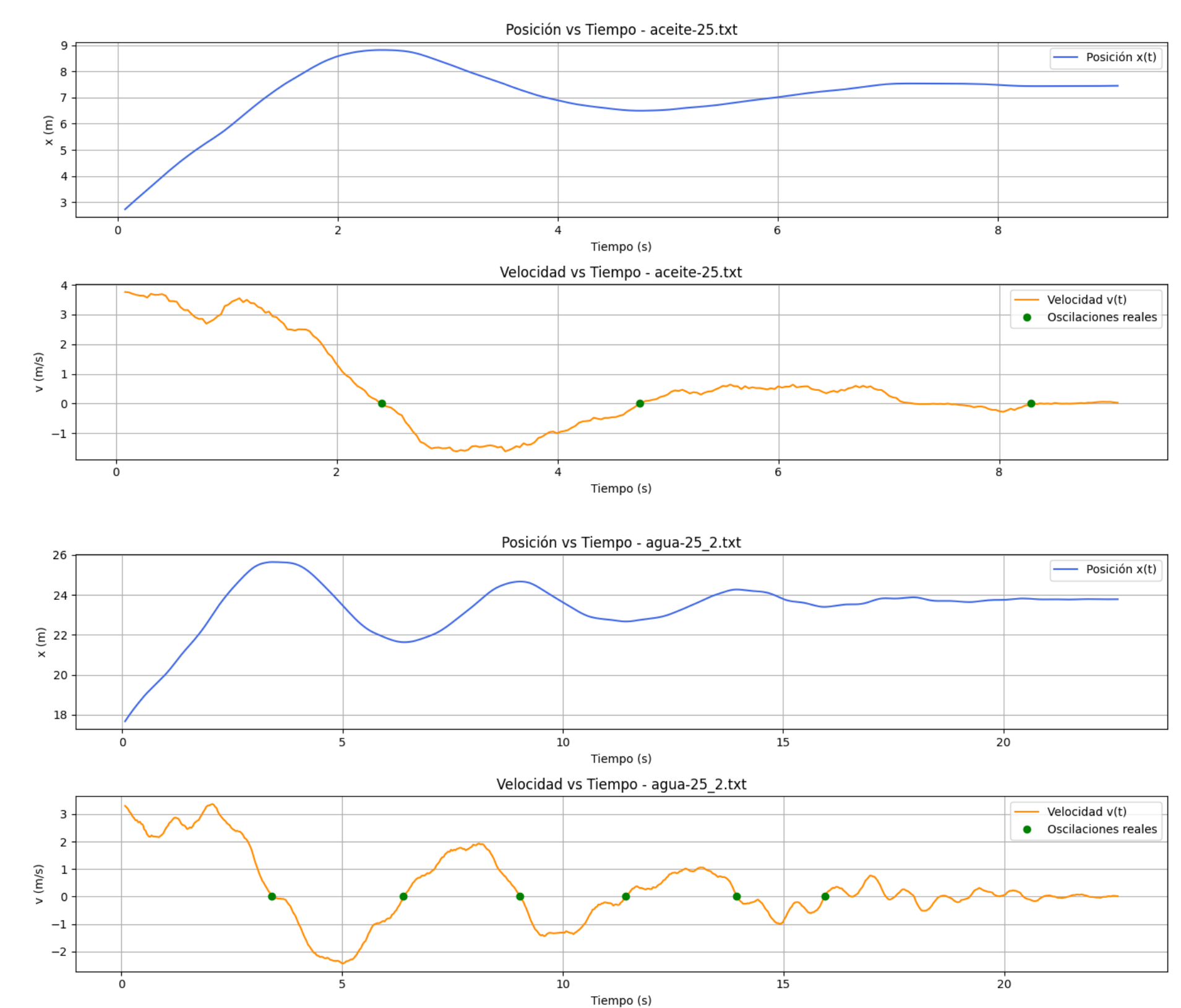
Parámetros del modelo teórico

Parámetros:

M masa de la botella.
 I momento de inercia de la botella.
 m masa puntual del fluido.
 b coeficiente de amortiguamiento viscoso.
 ℓ distancia del pivote al centro de masa del fluido.
 g aceleración de la gravedad (9.81 m/s^2).
 $k_{\text{eff}} = mg\ell$ rigidez efectiva del sistema.
 $F_d = b(\dot{\delta} - \dot{\theta})$ fuerza viscosa.

5. Resultados

Caso	Líquido	% Llenado	Oscil.	Duración [s]
aceite-25	Aceite	25	2	5.88
aceite-25_5	Aceite	25	2	8.59
aceite-50	Aceite	50	3	6.72
agua-25_2	Agua	25	5	12.53



Evolución de $x(t)$ y $v(t)$ para aceite 25 % y agua 25 %.

6. Conclusiones

- Aceite (alta viscosidad): menos oscilaciones y retorno rápido al reposo.
- Agua (baja viscosidad): oscilaciones más prolongadas e irregulares.
- Mayor llenado incrementa la inercia y alarga el régimen oscilatorio.
- El modelo lagrangiano simplificado reproduce cualitativamente los resultados.

Referencias

1. Gu, Y., Bai, Y., Xin, Y., Xiao, L., Wang, S., & Sun, H. (2021). *Dynamic Stabilization of Water Bottles*. arXiv:2112.10585.
2. Ibrahim, R. A. (2005). *Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications*. Cambridge University Press.
3. Brown, D. (2019). *Tracker Video Analysis and Modeling Tool*. Version 5.1.4. Disponible en: <https://physlets.org/tracker/>