Método de Euler para resolver una ecuación diferencial

Camacho Guillen Humberto

1 Método de Euler

Una de las técnicas más simples para aproximar soluciones de una ecuación diferencial es el método de Euler, o de las rectas tangentes. Suponga que se desea aproximar la solución del problema de valor inicial.

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \tag{1}$$

$$y(x_0) = y_0 \tag{2}$$

Observe en la figura 1 que la pendiente de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ está dada por $f'(x_n)$ y es aproximadamente igual a la pendiente de la recta secante.

$$\frac{y_n + 1 - y_n}{x_n + h - x_n} = \frac{y_n + 1 - y_n}{h} \tag{3}$$

siempre y cuando h sea pequeño. De aquí obtenemos que

$$f^{(}x_n) \approx \frac{y_n + 1 - y_n}{h} => y_n + 1 + hf(x_n) \tag{4}$$

Con lo cual podemos usar el punto (x_0, y_0) para construir el siguiente punto (x_1, y_1) y así sucesivamente. De esta forma generamos la sucesión de puntos:

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n) \tag{5}$$

los cuales es de esperar que se encuentren *cercanos* a los puntos:

$$(x_0, y(x_0)), (x_1, y(x_1)), ..., (x_n, y(x_n)) \tag{6}$$

Al sustituir el valor aproximado de la derivada (3) en la ecuación diferencial del problema de valor inicial (1,2) obtenemos el método de Euler

$$y_n + 1 = y_n + hf(x_n, y_n) \tag{7}$$

$$x_n = x_0 + n * h \tag{8}$$

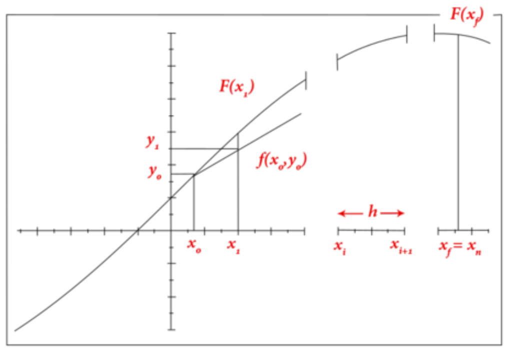

Figure 1: Figura 1

1.1 codigo programa

```
   program main

  real ::  h, t, f, l
  real,dimension(2) :: w,x
  integer :: i

      print*,"Longitud pendulo"
      read*,l
      print*,"Angulo inicial << 1"
      read*,x(1)

      open(1,file='tabla.dat',status='unknown')
      t=0
      w(1)=0
      h=(2.0*3.1416*sqrt(l/9.81))/100
      do i = 1,100
         x(2)=x(1) + h*w(1)
         w(2)=w(1) + h*f(x(1),l)
         write(1,*) t,x(2)
         t = t + h
         x(1)=x(2)
         w(1)=w(2)

       end do



end program main
```

```
function f(x,l)
real, intent(in)::x, l
f = -(9.81)*x/l
end function f
```