

# integración numérica

Camacho Guillen Humberto

21 de octubre del 2018

## 1 Método de la regla trapezoidal

La regla trapezoidal es una de las primeras integrales cerradas de Newton-cotesse basa en la estrategia de remplazar una función complicada o datos tabulados con una función aproximada que sea fácil de integrar. En matemática la regla del trapecio es un método de integración numérica, es decir, un método para calcular aproximadamente el valor de la integral definida. ver figura 1.

$$\int_a^b f(x)dx \quad (1)$$

La regla se basa en aproximar el valor de la integral de  $f(x)$  por el de la función lineal que pasa a través de los puntos  $(a, f(a))$  y  $(b, f(b))$ . La integral de ésta es igual al área del trapecio bajo la gráfica de la función lineal. Se sigue que

$$\int_a^b f(x)dx \approx (b-a) \frac{f(a) + f(b)}{2} \quad (2)$$

donde el error es:

$$-\frac{(b-a)^3}{12} f''(E) \quad (3)$$

Siendo E un número entre a y b

La regla del trapecio compuesta o regla de los trapecios es una forma de aproximar una integral definida utilizando n trapecios. En la formulación de este método se supone que f es continua y positiva en el intervalo  $[a, b]$ . De tal modo la integral definida (1) representa el área de la región delimitada por la gráfica de f y el eje x, desde  $x=a$  hasta  $x=b$ . Primero se divide el intervalo  $[a, b]$  en n subintervalos, cada uno de ancho  $h=(b-a)/n$ . Después de realizar todo el proceso matemático se llega a la siguiente fórmula:

$$\int_a^b f(x)dx \sim \frac{h}{2} [f(a) + 2f(a+h) + 2f(a+2h) + \dots + f(b)] \quad (4)$$

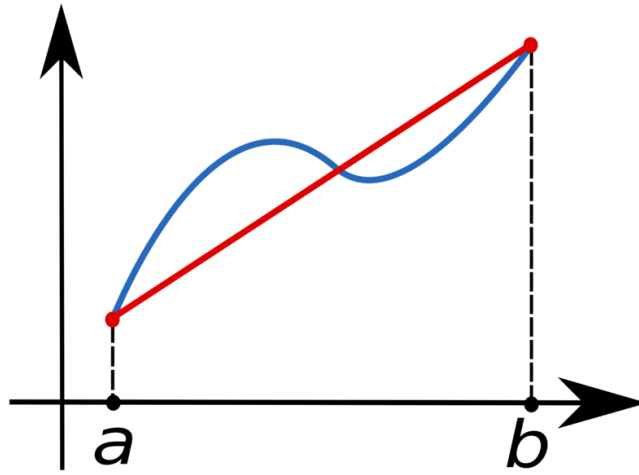


Figure 1: grafica

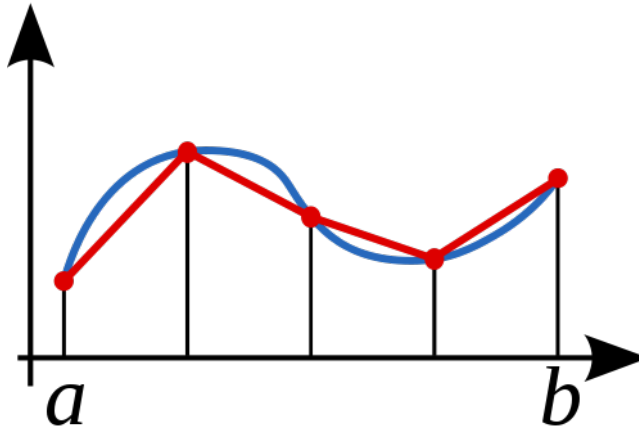


Figure 2: grafica

Desde  $h=(b-a)/n$  y  $n$  es el número de divisiones. La expresión anterior también se puede escribir como:

$$\int_a^b f(x)dx \sim \frac{b-a}{n} \left( \frac{f(a)+f(b)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f\left(a+k\frac{b-a}{n}\right) \right) \quad (5)$$

### 1.1 Código de programa

```
program trapezoid2
```

```

implicit none
real :: a,b

print*, "[a,b]"
read*,a,b

call trapezoid_integration(a,b)

contains

subroutine trapezoid_integration(a,b)
  implicit none
  real :: a,b
  real :: integral,u,h,error,integralo, T
  integer :: i,n

  integral = 0.0
  n=10
  error=2.0
  integralo=0.0

  do while(error>1.0)

    do i=0,n
      u = a + ((b-a)*float(i)/float(n))

      if ((i.eq.0).or.(i.eq.n)) then
        integral = integral+integrand(u)
      else
        integral = integral+(2.0*integrand(u))
      end if
    end do

    error=abs(integral-integralo)/integralo

    integralo=integral

    n=n*2
  end do

  h=(b-a)/(n)

```

```

T=integral*(h/2.0)

print*,"error=",error
write (,) "Integral=",T
end subroutine trapezoid_integration

function integrand(x) result (value)
  implicit none
  real :: x
  real :: value

  if (x .lt. 0.00001) then
    x = 0.00001
  end if

  value = (x*4)*EXP(X)/((EXP(X)-1.0)*2)
end function integrand

end program trapezoid2

```