

Pendulo doble

Humberto Camacho Guillen

21 de Septiembre del 2018

1 introducción al pendulo doble

En física y matemáticas, El movimiento de un pendulo doble se rige por un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas y es un movimiento caotico. Sistema compuesto por dos péndulos, con el segundo colgando del extremo del primero. En el caso más simple, se trata de dos péndulos simples, con el inferior colgando de la masa pendular del superior. El péndulo doble, está formado por dos péndulos simples de longitudes l_1 y l_2 , de los que cuelgan partículas de masas m_1 y m_2 . En un instante determinado t , los hilos inextensibles forman ángulos θ_1 y θ_2 con la vertical.

En un péndulo compuesto, la masa se distribuye a lo largo de su longitud. Si la masa se distribuye de manera uniforme, a continuación, el centro de masa de cada miembro está en su punto medio, y el miembro tiene un momento de inercia de

$$I = 1/12ml^2 \quad (1)$$

sobre ese punto.

Es conveniente usar los ángulos entre cada miembro y la vertical como las coordenadas generalizadas que definen la configuración del sistema. Estos ángulos se denotan θ_1 y θ_2 . La posición del centro de masa de cada barra se puede escribir en términos de estas dos coordenadas. Si se considera que el origen del sistema de coordenadas cartesianas está en el punto de suspensión del primer péndulo, entonces el centro de masa de este péndulo está en:

$$x_1 = \frac{l}{2} \sin \theta_1 \quad (2)$$

$$y_1 = -\frac{l}{2} \cos \theta_1 \quad (3)$$

y el centro de masa del segundo péndulo está en

$$x_2 = l(\sin \theta_1 + \frac{1}{2} \sin \theta_2) \quad (4)$$

$$y_2 = -l(\cos \theta_1 + \frac{1}{2} \cos \theta_2) \quad (5)$$

con esta información dada, se puede calcular el lagrangiano que se señala como una "L" que esta es igual a la energía cinética menos la energía potencial

$$L = \frac{1}{2}m(v_1^2 + v_2^2) + \frac{1}{2}I(\theta_1^2 + \theta_2^2) - mg(y_1 + y_2) \quad (6)$$

$$= \frac{1}{2}m(x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2) + \frac{1}{2}I(\theta_1^2 + \theta_2^2) - mg(y_1 + y_2) \quad (7)$$

Donde el primer término es la energía lineal del centro de masa de los cuerpos y el segundo término es la energía cinética de rotación alrededor del centro de masa de cada barra. La notación de punto indica la derivada de tiempo de la variable en cuestión.

Sustituir las coordenadas anteriores y reorganizar la ecuación da

$$L = \frac{1}{6}ml^2(\theta_2^2 + 4\theta_1^2 + 2\theta_1\theta_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)) + \frac{1}{2}I(\theta_1^2 + \theta_2^2) - mgl(3 \cos \theta_1 + \cos \theta_2) \quad (8)$$

Sólo hay una cantidad conservada (la energía), y no conservada momentos. Los dos momentos se pueden escribir como lo siguiente:

$$p_{\theta_1} = \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = \frac{1}{6}ml^2(8\theta_1 + 3\theta_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)) \quad (9)$$

$$p_{\theta_2} = \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = \frac{1}{6}ml^2(2\theta_2 + 3\theta_1 \cos(\theta_1 - \theta_2)) \quad (10)$$

Estas expresiones pueden invertirse para obtener

$$\theta_1 = \frac{6}{ml^2} \frac{2p_{\theta_2} - 3 \cos(\theta_1 - \theta_2)p_{\theta_2}}{16 - 9 \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \quad (11)$$

$$\theta_2 = \frac{6}{ml^2} \frac{8p_{\theta_1} - 3 \cos(\theta_1 - \theta_2)p_{\theta_1}}{16 - 9 \cos^2(\theta_1 - \theta_2)} \quad (12)$$

Las ecuaciones de movimiento restantes se escriben como

$$p_{\theta_1} = \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = -\frac{1}{2}ml^2(\theta_1\theta_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)) + 3\frac{g}{l} \sin \theta_1 \quad (13)$$

$$p_{\theta_2} = \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = -\frac{1}{2}ml^2(-\theta_1\theta_2 \sin(\theta_1 - \theta_2)) + \frac{g}{l} \sin \theta_2 \quad (14)$$

Estas últimas cuatro ecuaciones son fórmulas explícitas para la evolución temporal del sistema dado su estado actual.

2 PREGUNTAS

1-¿Cuál es tu primera impresión de LaTeX?

pense que seria mas dificil de usar,aun que aun se me complica un poco

2-Comenta la sobre la funcionalidad de LaTeX para escribir ecuaciones.

es mas practica en la forma de acomodo en el documento

3-¿Qué se te dificultó más en el uso de LaTeX?

buscar los codigos para las variables de las formulas

4-¿Qué cosas podrías hacer en Word y no en LaTeX?

cambiar facilmente la posicion de una imagen o el cambio de letra

5-¿Qué cosas podrías hacer en LaTeX y no en Word?

mejor uso de las formulas

6-¿Podrías diferenciar la forma de trabajar en Fortran y en LaTeX?

en fortran se trabajan con codigos que resuelven un problema matemartico y en

latex es un codigo para realizar un documento

¿Qué diferencias hay?

en las declaraciones de algunos codigos

¿Qué similitudes encuentras?

la forma de escribirlo

7-¿Qué cambiarías en esta actividad para mejorarla?

nada, solo es aprenderse o tener la mayor facilidad de obtener los codigos necesarios