МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Чорноморський національний університет імені Петра Могили

Факультет комп'ютерних наук

Кафедра «Інтелектуальних інформаційних систем»

Контрольна робота

МІР М.2.3.1

ТФКЗ теорія функцій комплексної змінної

Варіант №8

Дисципліна "Вища математика"

Виконав:

Студент 201 групи

Грабовський Є.О..

(підпис)

____

(дата)

Викладач

Кутковецький В.Я.

(підпис)

____

(дата)

Миколаїв – 2020

1.8.2

$\arcsin 4 = -i\,\mathrm{Ln}(4i + \sqrt{1-4^2}) = -i\,\mathrm{Ln}(4i + \sqrt{15}) =$

$= -i\,\mathrm{Ln}((4+\sqrt{15})i)$

$-i\,\mathrm{Ln}((4+\sqrt{15})i) = -i\,\ln(4+\sqrt{15}) + \arg((4+\sqrt{15})i) + 2\pi k =$

$= -i \cdot 2.063 + \frac{\pi}{2} + 2\pi k \quad k = 0, 1, 2$

1.8.1

$\cos\left(\frac{\pi}{6} + 2i\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos(2i) - \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin(2i) =$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{e^{-2}+e^{2}}{2} - \frac{1}{2} \frac{e^{-2}-e^{2}}{2i} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{e^{-2}+e^{2}}{2}\right) + i\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{e^{-2}-e^{2}}{2}\right)$

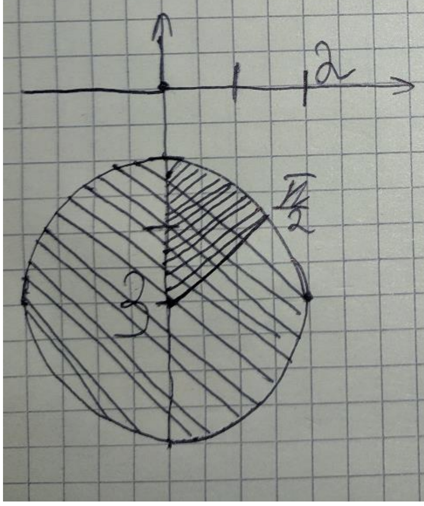
2.8

$|3-z| < 2 \quad \frac{\pi}{3} \leq \arg(1-z) \leq \frac{\pi}{2}$

$|z - z_0| = R \qquad 3 - z = (a+3) + bi$

$\sqrt{(a+3)^2 + y^2} = 4$

$O(z_0 = -3, R = 2)$



$$U=\frac{x}{(x^2+y^2+x)} \qquad f(1)=2$$

$$f'(z)=\frac{\partial u}{\partial x}-i\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$f'(z)=\cancel{(x+x}\ \frac{y^2-x^2}{(x^2+x+y^2)^2}\ {}^{\nearrow 1}+i\left(-\frac{2xy}{(x^2+x+y^2)^2}\right)\ {}^{\nearrow 2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{(x+x^2+y^2)\cdot x'_x-x\cdot(x+x^2+y^2)'_x}{(x^2+x+y^2)^2}=$$

$$=\frac{x+x^2+y^2-x(2x+0)}{(x^2+x+y^2)^2}=\frac{x+x^2+y^2-2x^2}{(x^2+x+y^2)^2}\ {}^{\nearrow 1}$$

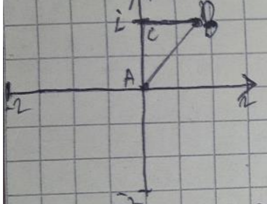
$$\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{(x+x^2+y^2)\cdot(x)'_y-x(x+x^2+y^2)'_y}{(x^2+x+y^2)^2}=\frac{-2xy}{(x^2+x+y^2)^2}$$

$$f'(z)=\frac{y^2-x^2-2ixy}{(x^2+x+y^2)^2}=-\frac{x^2+2xyi-y^2}{(x^2+x+y^2)^2}=$$

$$=-\frac{(x+iy)^2}{(x^2+x+y^2)^2}=-\frac{z^2}{(x^2+x+y^2)^2}$$

1.8

$$\int\limits_{ABC}(z^9+1)\,dz \quad ABC - \text{ломана}, \ z_A=0,\ z_B=1+i\ \ z_C=i$$



$$f(x,y)=(x+iy)^9+1=x^9-36x^7y^2+126x^5y^4-84x^3y^6+9xy^8+$$
$$+1+i(9x^8y-84x^6y^3+126x^4y^5-36x^2y^7+y^9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=9x^8-\cancel{256}\,252\,x^6y^2+630x^4y^4-252x^2y^6+9y^8=\frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}=-72x^7y+504x^5y^3-504x^3y^5+72xy^7=-\frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\int\limits_{ABC}f(z)\,dz=\int_0^i(z^9+1)\,dz=\frac{z^{10}}{10}+z\Big|_0^i=i-\frac{1}{10}$$