МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Чорноморський національний університет імені Петра Могили

Факультет комп’ютерних наук

Кафедра «Інтелектуальних інформаційних систем»

Індивідуальна робота

МІР М.2.3.1

ТФКЗ теорія функцій комплексної змінної

Варіант №8

Дисципліна "Вища математика"

Виконав:

Студент 201 групи

Грабовський Є.О..

(підпис)

____

(дата)

Викладач

Кутковецький В.Я.

(підпис)

____

(дата)

Миколаїв - 2020

1.8

$$\sqrt[3]{-i} = \{\varepsilon_0^3, \varepsilon_1^3, \varepsilon_2^3\} \quad \alpha\ \varphi = -\frac{\pi}{2}$$

$$|z| = \sqrt{1^2 + 0^2} = 1$$

$$z = 1 \cdot \left(\cos\left(\frac{\varphi + 2\pi k}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi + 2\pi k}{3}\right)\right) \quad k = 1, 2, 3 \ldots$$

$$z_0 = \cos -\frac{\pi}{6} + i \sin -\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$$

$$z_1 = \cos\frac{\pi}{2} + i \sin\frac{\pi}{2} = i$$

$$z_2 = \cos\frac{7\pi}{6} + i \sin\frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$$

2.8

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + i\right) = \cos\frac{\pi}{4} \cdot \cos i - \sin\frac{\pi}{4} \cdot \sin i = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos i - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin i =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{e^{i \cdot i} + e^{-i \cdot i}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{e^{ii} - e^{-i \cdot i}}{2i} = \frac{\sqrt{2}(e^{-1} + e)}{4} - \frac{\sqrt{2}(e^{-1} + e)}{4i} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}\left(\frac{1}{e} + e\right)}{4} - \frac{\sqrt{2}\left(\frac{1}{e} - e\right)}{4i} = \frac{\sqrt{2}\left(\frac{1}{e} + \frac{e^2}{e}\right)}{4} - \frac{\sqrt{2}\left(\frac{1}{e} - \frac{e^2}{e}\right)}{4i} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}(1 + e^2)}{e} \cdot \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{2}(1 - e^2)}{e} \cdot \frac{1}{4i} = \frac{\sqrt{2}(1 + e^2)}{4e} - \frac{\sqrt{2}}{1} \cdot \frac{i}{i} \cdot \frac{(1 - e^2)}{e} \cdot \frac{1}{4i} =$$

$$= \frac{\sqrt{2}(1 + e^2)}{4e} + i \frac{\sqrt{2}(1 - e^2)}{4e}$$

(3.8)

$$\frac{1}{2}\left(\left(e\cdot\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)\right)+\left(e^{-1}\cdot\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)-i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)\right)\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\left(e\cdot(0+i)\right)+\left(e^{-1}\cdot(0-i)\right)\right)$$

$$\frac{1}{2}\cdot\left(ie-ie^{-1}\right)=i\left(\frac{e-e^{-1}}{2}\right)=i\,\mathrm{sh}\,1$$

(5.8)

$V=e^{x}\cdot\cos y,\ f(0)=1+i$

$$\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$\frac{\partial U}{\partial y}=\frac{-\partial V}{\partial x}$$

$$\frac{\partial V}{\partial y}=-e^{x}\cdot\sin y$$

$$\frac{\partial V}{\partial y}=\frac{\partial U}{\partial x}\to U(x,y)=\int -e^{x}\sin y\,dx+f(y)=-e^{x}\sin y+f(y)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x}=e^{x}\cdot\cos y$$

$$\frac{\partial V}{\partial x}=\frac{-\partial U}{\partial y}\Rightarrow e^{x}\cdot\cos y=$$

$$=-(-e^{x}\cdot\cos y+f'(y))\to f'(y)=0$$

$$\Rightarrow f(y)=C$$

$$\frac{\partial U}{\partial y}=-e^{x}\cdot\cos y+f'(y)$$

$U=-e^{x}\cdot\sin y+C$

$f(z)=1+ie^{z}$

$$f(z)=-e^{x}\cdot\sin y+C+i(e^{x}\cdot\cos y)=$$

$$=ie^{x}\cos y+i^{2}e^{x}\cdot\sin y+C=$$

$$=ie^{x}\cdot(\cos y+i\sin y)+C=ie^{x}\cdot e^{iy}+C=$$

$$=ie^{x+iy}+C=ie^{z}+C$$

$$f(0)=1+i\Rightarrow C=1$$

(8.8) $\int\limits_{ABC} z^3 e^{z^4}\, dz$ ABC – ломана

$z_A = i,\ z_B = 1,\ z_C = 0$

$AB\,(x = t,\ y = 1 - y) \Rightarrow z = x + iy = t + i(1-t),\ dz = (1+i)\,dt$

$BC\,(x = t,\ y = 0) \Rightarrow z = t,\ dz = dt$

$$\int\limits_{ABC} z^3 e^{z^4} dz = \int\limits_{AB} z^3 z^4 dz + \int\limits_{BC} z^3 e^{z^4} dz =$$

$$= \int_0^1 (t + i(1-t))^3 e^{(t+i(1-t))^4}\cdot(1+i)\,dt + \int_1^0 t^3 e^{t^4} dt =$$

$$= \frac{1}{4}\int_0^1 e^{(t+i(1-t))^4}\left(4(t+i(1-t))^3(1+i)\,dt\right) + \frac{1}{4}\int_1^0 e^{t^4}\left(4t^3\,dt\right) =$$

$$= \frac{1}{4} e^{(t+i(1-t))^4}\Big|_0^1 + \frac{1}{4} e^{t^4}\Big|_0^1 = \frac{1-e}{4}$$