# Cuaderno Estructural

David Cardozo

February 2014

## 1 Seccion 1.6

Sean $A, B, C, A', B' \subseteq U$ Como se comparan los siguientes conjuntos?

### 1.1 $(A \times B) \cup (C \times D)$

Sea $(x, y) \in (A \times B) \cup (C \times D)$ luego $(x, y) \in A \times B$ o $(x, y) \in C \times D$
Realizemos la prueba por casos:
Caso 1:
$x \in A, y \in B$ Entonces como $A \subseteq A \cup C$ y $B \in B \cup D$, entonces $x \in A \cup C$ y $y \in B \cup D$. Entonces $(x, y) \in (A \cup C) \times (B \cup D)$.
Caso 2:
Similar "Left as an exercise to the reader"

### 1.2 $(A \times B) \cap (C \times D)$ vs $(A \cap C) \times (B \cap D)$

Sea $(x, y) \in (A \times B) \cap (C \times D)$
Entonces $(x, y) \in A \times B$ y $(x, y) \in C$
es decir, $x \in A, y \in B, x \in C, y \in D$.
ssi: $x \in (A \cap C)$ y $y \in B \cup D$
ssi: $(x, y) \in (A \cap C) \times (B \cap D)$
el si y solo si nos dimos cuenta por ser todos los pasos por "reversibles

## 2 Para todo $a \in \mathbb{R}$

$$H_a = \left\{x, y \in \mathbb{R}^2 : y = a\right\} \tag{1}$$
$$V_a = \left\{x, y \in \mathbb{R}^2 : x = a\right\} \tag{2}$$

Dibuje en el plano.

$$B = \bigcup_{a \in [2,5]} (H_a \cap Va)$$

Entonces

$$B = \{(x, y) : x = y, x \in [2, 5]\}$$

## 3 Sea

$$A = \bigcup_{a\in[0,1)} \left( \bigcap_{b\in(a,6]} [b, b+a) \right)$$

Para el caso particular, observemos

$$\bigcap_{b\in(\frac{1}{2},6]} [b, b) + \frac{1}{2} = \emptyset$$

Entonces probemos que para todo $a \in [0, 1]$

$$B = \bigcap_{b\in(a,b]} [b, b+a) = \emptyset$$

Demostracion: Sea $a \in [0, 1]$. Entonces considere los intervalos $[1, 1 + a]$ y $[6, 6 + a]$
Como $0 \leq a < 1$, entonces $1 + a < 2 < 6$, luego $[1, 1 + a) \cap [6, 6 + a]$
No puede existir un $x$ que pertenezca a todo $]b, b + a)$ para $b \in (a, 6]$
o sea, $b = \emptyset$

## 4 Sea $A$ un conjunto

Dado $a \in A$, sea $E_a = B \in B(A) : A \in B$
Demostrar

$$\bigcup_{a\in A} E_a = P(a)\backslash\emptyset$$

Demostracion:
Por doble contenencia, Sea

$$x \in \bigcup_{a\in A} E_a$$

Entonces $X \in E_a$ para algun $a \in A$.
Por definicion de $E_a$, $X \in P(A)$ y $a \in X$
Entonces $x \neq \emptyset$ Luego $X \in P(A)$ y $X \notin \emptyset$ entonces $X \in P(A)\backslash\emptyset$
Parte 2
Sea $X \in P(A)\backslash\emptyset$.
Entonces $X \in P(A)$ Y $X \notin \emptyset$
por lo tanto $X \neq \emptyset$.
Entonces existe un $c \in X$
Como $X \in P(A)$ y $c \in X$ entonces $X \in E_c$ Pero $c \in A$, entonces $c \in X$ y $X \in P(A)$
o sea, $X \subseteq A$
Luego, $X \in \bigcup_{a\in A} E_a$